progetto

ArAl

Giancarlo Navarra - Maria Grazia Della Picca - Anna Traverso

Matematica e pensiero relazionale:
un percorso educativo per la scuola dell'infanzia

CON ESPANSIONI VERSO LA SCUOLA PRIMARIA



Sintab Edizioni

PERCORSI NELL'EARLY ALGEBRA



Proprietà letteraria riservata
© ® 2026 Sintab srl - Sulmona
Finito di stampare nel mese di ottobre 2026
SE013 - Printed in Italy

In copertina: Immagine elaborata da Gianpaolo Tronca e Emiliano Amicosante con Artlis AI e ChatGPT
Impaginazione: Emiliano Amicosante

Tutti i diritti riservati. Nessuna parte del materiale protetto da questo copyright potrà essere riprodotta in alcuna forma senza l'autorizzazione scritta della Sintab Edizioni.
Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comna 4, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% del presente volume/fascicolo, solo a seguito di specifica autorizzazione.

Matematica e pensiero relazionale:
un percorso educativo per la scuola dell'infanzia

con espansioni verso la scuola primaria

Sintab Edizioni

INDICE

PARTE I: PRIMA DI COMINCIARE

07 IL PERCORSO
- I.1 'Profumo d'algebra' nella scuola dell'infanzia
- I.2 Pensiero relazionale e linguaggio
- I.3 Perché è importante attivare il pensiero relazionale sin dalla scuola dell'infanzia?
- I.4 Gli ambienti

16 IL LINGUAGGIO
- I.5 Il linguaggio nella scuola dell'infanzia
- I.6 La qualità dell'argomentazione
- I.7 La cura delle parole
- I.8 La metafora come mediatore didattico: efficacia e limiti
- I.9 Le omissioni linguistiche e la cura delle frasi
- I.10 Strumenti per sostenere verbalizzazione e argomentazione

24 LA DRAMMATIZZAZIONE, LA MANIPOLAZIONE, I MATERIALI
- I.11 La drammatizzazione, la manipolazione
- I.12 I materiali

28 PER CONCLUDERE
- I.13 Suggerimenti di metodo
- I.14 Atteggiamenti del docente inutili, dannosi, da promuovere

PARTE II: GLI AMBIENTI

31 1 RICERCARE REGOLARITÀ
Le successioni figurali
- 1.1 I principali costrutti teorici
- 1.2 Perché la ricerca di regolarità?
- 1.3 Gli ambienti
- 1.4 Il percorso
- 1.5 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

73 2 AGGIUNGERE E TOGLIERE
Il Gioco della Matematochetta
- 2.1 I principali costrutti teorici
- 2.2 La preparazione dell'attività
- 2.3 I bambini e le bambine esplorano l'ambiente e i personaggi: inizia il gioco
- 2.4 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

INDICE

3 ESPLORARE LA RELAZIONE ADDITIVA
La Macchina Aspiraregali
3.1 I principali costrutti teorici
3.2 Le principali competenze attivabili
3.3 Introduzione: le Fasi dell'attività
3.4 La Macchina Aspiraregali
3.5 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

4 CONFRONTARE QUANTITÀ EQUIVALENTI
Scatole & Biglie
4.1 I principali costrutti teorici
4.2 L'ambiente
4.3 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

5 MANIPOLARE RELAZIONI, IL NUMERO SCONOSCIUTO, LO ZERO
L'aritmogono
5.1 I principali costrutti teorici
5.2 L'ambiente degli aritmogoni
5.3 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

GLOSSARIO ESSENZIALE

BIBLIOGRAFIA

PARTE I: PRIMA DI COMINCIARE

Nota per il lettore. Per rendere più agevole la lettura i testi e gli ambienti che vengono ripetutamente citati sono indicati con delle sigle:

MPR-1	Navarra, G., Della Picca, M.G. & Traverso, A. (2023). *Matematica e pensiero relazionale: un percorso educativo per la scuola primaria. Classe prima*. Sulmona (AQ): Sintab Edizioni.
NAV	Navarra, G. (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante.* Utet Università.
C&B	Cannucce & Bicchieri
S&B	Scatole & Biglie
MA	Macchina Aspiraregali

Nota sull'uso del genere. Nel volume si privilegiano, quando è possibile, formulazioni non marcate rispetto al genere, sia per quanto concerne le figure adulte sia per le bambine e i bambini.

IL PERCORSO

I.1. 'Profumo di algebra' nella scuola dell'infanzia

Il progetto ArAl mostra come l'avvio al pensiero algebrico visto nella prospettiva dell'early algebra possa iniziare molto presto attraverso il linguaggio, la discussione collettiva e l'attenzione alle strutture matematiche soggiacenti a situazioni problematiche opportunamente costruite, come quelle presenti nei capitoli di questo libro.

Un'idea centrale è che l'algebra non cominci con le lettere (come si ritiene di regola) ma con attività come *la descrizione di regolarità, l'azione del confrontare, l'approccio alla generalizzazione, l'uso di 'tante parole' per spiegare relazioni.*

In questa prospettiva l'apporto della scuola dell'infanzia può essere significativo. Non avere ancora vincoli orari legati alle discipline, godere di una notevole libertà nella gestione di tempi e spazi, praticare una didattica organizzata per *campi di esperienza* sono tutte condizioni che fanno della scuola dell'infanzia il luogo ideale per dare avvio a un lavoro che non guardi tanto a obiettivi disciplinari da raggiungere quanto a sviluppare negli allievi l'attitudine al *pensiero relazionale.*

Non si tratta dunque di anticipare a quattro o cinque anni abilità e contenuti della scuola primaria, ma di favorire *un atteggiamento verso la matematica che potrà evitare in futuro il formarsi di stereotipi e di modelli concettuali errati*. Studi, ricerche, sperimen-

tazioni ormai diffusi a livello internazionale hanno messo in luce che i primi passi verso l'algebra si possono compiere proprio nella scuola dell'infanzia.

Nelle Indicazioni Nazionali 2026 per la scuola dell'infanzia il pensiero matematico viene solo sfiorato nella sezione 'La conoscenza del mondo'. Si fa però riferimento al Sistema Integrato 'zerosei', da cui emergono indicazioni utili per avviare il pensiero *relazionale* in questo segmento scolastico. I principi pedagogici e le proposte operative del sistema orientano infatti verso ambienti di apprendimento che, a guardar bene, sono adatti anche a sostenere le *prime forme di pensiero algebrico*, e sono quelli che abbiamo citato all'inizio di questa introduzione:

- riconoscere e descrivere relazioni,
- individuare regolarità,
- confrontare quantità,
- esplorare trasformazioni,
- usare semplici rappresentazioni simboliche,
- avvicinarsi alla generalizzazione.

Vediamo ora, più da vicino, cosa si intende con *pensiero relazionale* e quanto esso, in particolare con bambini di cinque anni, abbia bisogno di essere supportato dall'*attenzione al linguaggio.*

I.2. Pensiero relazionale e linguaggio

Il pensiero *relazionale* è la capacità di guardare alle relazioni tra numeri, quantità, oggetti, azioni o rappresentazioni; per esempio di:

- individuare cosa cambia e cosa resta uguale in una situazione in cui si mettono a confronto immagini, oggetti, numeri;
- capire chi ha di più / chi ha di meno;
- riconoscere regolarità.

Per promuovere in modo efficace queste competenze è necessario che l'insegnante guidi i bambini a esplorare gli ambienti che propone imparando a porre domande *relazionali*.

Ci spieghiamo con due esempi.

Il primo si riferisce al capitolo 2 'La Matematochetta': la principessa, prima di andare a dormire, mette sulla finestra della sua stanza un vassoio con tre perle. Durante la notte possono arrivare la fatina o la streghetta: la prima porta in regalo delle perle, la seconda ne porta via. I bambini, come la principessa al mattino, ipotizzano, contando le perle nel vassoio, quale delle due sia arrivata durante la notte.

Immaginiamo che sia arrivata la fatina che abbia portato in regalo quattro perle. La domanda tradizionale è *diretta*:

"Quante perle ha ora la principessa in tutto?"

Possibili domande *relazionali* non puntano al *risultato*, ma 'girano attorno' alla situazione e invitano a descrivere il modo in cui il bambino organizza la risposta:

- "Ci spieghi se ora la principessa ha più o meno perle di prima?"
- "Quale numero è più grande: quello delle perle nel vassoio la sera o quello delle perle

che ha portato la fatina?"
- "Può accadere che, dopo l'arrivo della fatina, il numero delle perle nel vassoio rimanga uguale a quello della sera prima?"

Queste domande accompagnano il bambino a ragionare sulle *relazioni fra i numeri in gioco*, non solo sul conteggio. Non inducono una risposta formata da una o due parole, ma invitano all'*argomentazione*.

Il secondo esempio si riferisce alla ricerca di regolarità in successioni figurali (Capitolo 2). Per esempio, in una successione come questa (il verso è sinistra → destra):



La domanda classica è:

- "Che colore aggiungeresti dopo l'ultimo gettone blu?"

L'insegnante, in genere, si accontenta della risposta "Rosa". Ancora più povere sono le consegne che comportano solo un'*attività silenziosa*:

- "Metti un gettone dopo l'ultimo blu".

Il bambino aggiunge, senza parlare, un gettone rosa e guarda l'insegnante per avere la conferma della correttezza del suo gesto. L'insegnante approva, ma in realtà può solo intuire che il bambino abbia capito (potrebbe anche aver messo il colore a caso).

Consegne *relazionali* invitano invece, anche in questo caso, a motivare, giustificare, ipotizzare:

- "Come hai fatto a capire che dopo l'ultimo blu ci va un rosa?"
- "Immagina che un bambino dica che ci va un blu. Come lo aiuteresti a capire che è sbagliato?"
- "Costruisci una fila uguale a questa usando i bottoni. Poi spiega come li hai scelti e messi uno dopo l'altro".

In termini generali, lo sviluppo del pensiero relazionale richiede quindi *domande che aprano alla riflessione*, alle ipotesi, all'argomentazione; per esempio:

- "Come fai a capire quanti sono ora gli oggetti?"
- "Cosa noti di diverso in questa situazione rispetto alla precedente?"
- "Come puoi rendere uguali questi due gruppi di conchiglie?"
- "Se aggiungo questi tappi, mi spieghi cosa cambia?"
- "Questa cosa che dici vale solo in questo caso o vale sempre?"

È importante anche valorizzare termini e locuzioni che, nelle argomentazioni dei bambini, favoriscono la qualità delle argomentazioni:

- ce n'è di più
- sono di meno
- sono uguali
- manca
- ne servono due.

Questi aspetti verranno ampliati e approfonditi nel prossimo capitolo dedicato al linguaggio.

I.3 Perché è importante attivare il pensiero relazionale sin dalla scuola dell'infanzia?

Per rispondere a questa domanda è necessario proiettarsi in avanti, verso gli anni a cavallo fra la secondaria di primo e di secondo grado. Uno dei problemi più sentiti dagli insegnanti in questo passaggio riguarda gli ostacoli che gli studenti incontrano nell'approccio all'algebra, soprattutto a causa delle loro *difficoltà nell'attribuire significato agli oggetti matematici* (equazioni, funzioni, ...).

Una ragione molto convincente attribuibile a queste difficoltà sta nel fatto che nella scuola secondaria di secondo grado si chiede agli studenti di compiere delle azioni - interpretare, confrontare, tradurre, ipotizzare, controllare, ecc. - alle quali non sono stati educati nei precedenti otto anni di scuola perché, sin dalla prima primaria, sono stati soggetti ad una dominante didattica *procedurale* che li ha portati a concentrarsi su calcoli e risultati visti come 'meccanismi' da imparare senza porli in discussione.

Oltre a questo, sono stati abituati a risolvere esercizi con un solo risultato, non si sono mai confrontati con *situazioni problematiche aperte* che prevedono una sola soluzione, più soluzioni, infinite soluzioni, nessuna soluzione.

Sono stati cioè sottoposti a una *didattica per argomenti* e non a una *didattica per problemi*.

Per affrontare tali difficoltà si è sviluppata, a partire dagli anni '80, una crescente attenzione verso la scuola primaria, e poi verso la scuola dell'infanzia, che ha portato all'affermarsi dell'*early algebra*, area di ricerca e di insegnamento secondo cui i principali ostacoli cognitivi nell'apprendimento dell'algebra nascono in modi spesso insospettabili in contesti aritmetici e possono generare in seguito difficoltà concettuali anche insormontabili allo sviluppo del pensiero algebrico. L'early algebra appare oggi, in maniera più o meno esplicita, nei programmi di molti paesi quali Stati Uniti, Singapore, Australia, Nord Europa.

È in questa cornice che è nato e maturato il progetto ArAl, ed è in essa che va collocata l'impostazione teorica, metodologica, didattica di questo libro e degli ambienti che ne costituiscono la spina dorsale.

I.4 Gli ambienti

I cinque ambienti, le situazioni problematiche e i relativi commenti intendono accompagnare il docente verso una rilettura di conoscenze, convinzioni, atteggiamenti, abitudini che lo porti a maturare un rinnovamento della sua didattica in una prospettiva relazionale possibile e auspicabile, come abbiamo visto, anche con i bambini 'grandi' della scuola dell'infanzia.

Le consegne che introducono ognuna delle 113 situazioni problematiche che compongono i cinque capitoli (ad esempio: "Completate un aritmogono come questo e scoprite il numero di gettoni sotto la stoffa") sono scritte in forma standard e sono indicative dello scopo che ciascuna si propone; l'insegnante le adatterà, di volta in volta, ai suoi alunni.

Ci saranno certamente degli insegnanti che, dopo aver proposto qualcuno degli ambienti di questo libro, decideranno di utilizzarne di diversi, conosciuti partecipando a corsi di formazione o convegni, oppure esplorando internet. In questi casi li invitiamo a gestirli in modo da non confliggere con l'impostazione relazionale con cui stanno prendendo confidenza, evitando i momenti ripetitivi, proponendo questioni 'aperte' e stimolanti, continuando a promuovere l'argomentazione, aprendo verso possibili generalizzazioni.

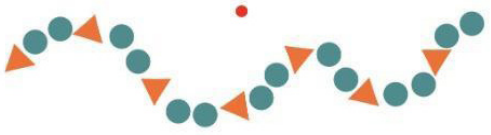
A conclusione di ogni capitolo c'è l'appendice 'Espansione - verso la prima primaria'. La proposta è quella di utilizzare le situazioni problematiche che vi compaiono come momento di confronto tra le competenze raggiunte dagli alunni dell'infanzia e della prima primaria dello stesso istituto che avessero svolto delle attività negli stessi ambienti.

1. RICERCARE REGOLARITÀ

Le successioni figurali

Attività impostate sul gioco e la verbalizzazione accompagnano i bambini nell'esplorazione di successioni formate da loro stessi, oppure da oggetti, immagini, suoni, movimenti:





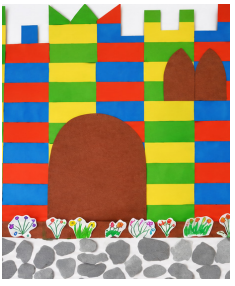
I bambini imparano a riconoscere, poco alla volta, i componenti di una successione: individuano i suoi *elementi*; analizzando le relazioni fra gli elementi, collegati fra loro secondo una regola che bisogna individuare, ricostruiscono il *modulo* generatore; la *struttura* della successione; l'*analogia strutturale*; l'embrione del concetto di *infinito*; l'idea di *incognita*.

Per sviluppare queste attività vengono proposti quattro ambienti:

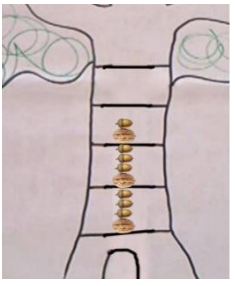
La casa della strega



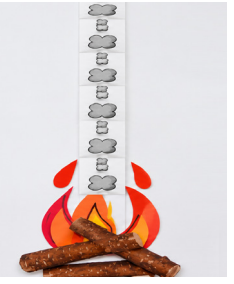
Il castello



L'albero degli scoiattoli



Il campo dei Sioux



Le attività proposte sono preziose per l'avvio al pensiero pre-algebrico perché offrono molti spunti nell'approccio *alla generalizzazione.*

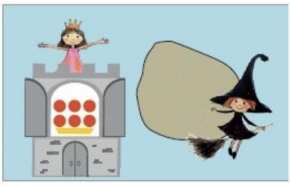
2. AGGIUNGERE E TOGLIERE

Il gioco della matematochetta

Una storia di principesse, fatine, streghette, 'dadieri', perle, vassoi d'oro introduce un ambiente in cui i bambini interpretano situazioni e utilizzano materiali, confrontano quantità, drammatizzano scene, argomentano, pongono domande e cercano di dare spiegazioni, conquistando le prime competenze nel contare oggetti e nel metterli in relazione fra loro:







Ogni sera, prima di andare a dormire, la principessa pone sulla finestra della sua stanza un vassoio d'oro con delle perle. Se durante la notte arriva la fatina le regala delle perle, se arriva la streghetta gliele ruba.

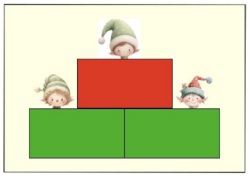
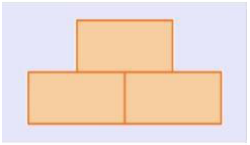
I bambini incontrano gli embrioni dell'addizione e della sottrazione, dell'incognita e della variabile.

3. ESPLORARE LA RELAZIONE ADDITIVA

La Macchina Aspiraregali

Babbo Natale, per organizzare la distribuzione dei doni, si serve di una particolare Macchina azionata dagli elfi, la Macchina Aspiraregali (MA). Attraverso le tre fasi dell'attività i bambini si avventurano verso la generalizzazione:

	Prima fase: si drammatizza e si manipolano oggetti; si conquistano le prime competenze nel contare oggetti e nel porli in relazione fra loro anche quando non si conosce qualcuno dei numeri in gioco.

	Seconda fase: si abbandona la MA e si passa ad un livello di maggiore astrazione; si propongono delle immagini che conservano solo alcuni elementi (personaggi, forma, colori) che favoriscono il collegamento con le attività precedenti.
	Terza fase: si alza ulteriormente il livello dell'astrazione proponendo nuove tessere che, mantenendo solo la forma di minipiramide della MA, permettono di approfondire la riflessione sulla relazione additiva e sul numero sconosciuto.

4. CONFRONTARE QUANTITÀ EQUIVALENTI

Scatole & Biglie

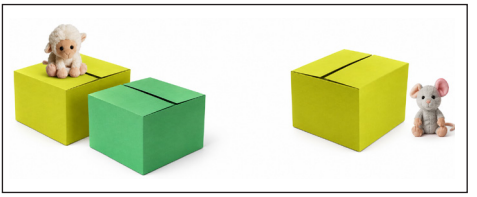
L'attività inizia con delle situazioni che pongono i bambini di fronte al confronto tra due quantità di oggetti (bottoni, tappi, biglie, ...); gli oggetti possono essere visibili oppure dentro delle scatole, che a loro volta possono essere *aperte* (si può vedere il contenuto) o *chiuse* (non si può vedere il contenuto, i bambini però possono fare delle congetture).

Nella fase successiva attività analoghe hanno per protagonisti due amici - il topolino Lino e la scimmietta Etta - i quali collezionano oggetti che tengono sciolti oppure dentro delle scatole chiuse che possono essere dello stesso colore o di colori diversi. L'attività ha due regole:

(1) la Regola dell'Uguaglianza: in ogni situazione presentata Lino e Etta hanno un numero uguale di biglie;

(2) la Regola dei Colori: scatole dello stesso colore contengono lo stesso numero di biglie, scatole di colore diverso contengono numeri diversi di biglie:





Nell'ultima fase i bambini esplorano le carte del gioco UGUALE. Le regole sono le stesse dell'attività con Lino e Etta (Regola dell'Uguaglianza e Regola dei Colori), cambiano l'ambiente (la savana), i personaggi (la giraffa Zezé e il rinoceronte Rino), gli oggetti (ceste e semi).

Le carte sono di tre tipi:

- carte rosse contenenti solo immagini:





- carte celesti, contenenti descrizioni in linguaggio naturale (lette dall'insegnante), che portano a individuare le corrispondenti carte rosse:





- carte arancione, contenenti immagini del tutto differenti, che portano ad esplorare l'*analogia strutturale* che le collega a quelle rosse:

