Commenti dell'insegnante di classe
Commenti dell'E-tutor Giancarlo Navarra

19-23 febbraio 2010 1 *(uso del registratore)*

Premessa, obiettivi, contesto in cui si colloca il diario

La classe prima C della scuola secondaria di primo grado è composta da ventidue alunni.
Il presente diario, tratto dall'unità del progetto ArAl sulla proprietà distributiva, sviluppa l'obiettivo del curricolo ***3.f.:****Riconoscere attraverso opportune situazioni problematiche concrete le due rappresentazioni della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione e, pur in modo embrionale, la loro equivalenza.*

LINGUAGGIO, TRADURRE, RAPPRESENTARE

In parallelo alla classe 3B della scuola primaria viene proposta 'La pasta di Charlie'.
La collana preparata dai bambini arriva in classe e subito colpisce l'attenzione degli alunni per i quali è inusuale avere un oggetto da manipolare che non siano strumenti di misura per 'fare matematica'. Sin da settembre la classe è abituata a ragionare e a descrivere differenze tra linguaggio naturale e linguaggio simbolico-matematico, come metodologia di argomentazione dei contenuti proposti. .[1]

Viene presentato il materiale.[2]



I: Descrivete in linguaggio naturale che cosa vedete.[3]
Luis: A che cosa serve?
Denis: Ci sono due tipi di pasta.
Corneliu: Dopo ogni cinque paste gialle ci sono due rosse.
Luis: Si può dire che sono 63?
Andrea Be: Ha una forma cerchiosa e l'interno è di ferro.
Martina: La pasta colorata di rosso ha meno volume di quella gialla.
Andrea Bo: È più piccola.
Junior: Cosa vuol dire volume?
Martina: Quanto spazio occupa un corpo.
Federico: È una collana per persone più grandi del normale.
Edward: È una cintura per giganti.
Greta: È un corpo solido.
Gaia: È ricoperto quasi tutto di pasta.
Andrea Bo: I pezzi di pasta sono nel filo di ferro. Prof, come chiamavamo quelle che facevamo giallo rosso giallo rosso? [4]
I: Successioni[5].
Andrea Bo: È composta da varie successioni cinque paste gialle e due rosse.
Corneliu: Certe paste sono ricoperte di scotch.
Luis: Questo oggetto è formato da paste e fil di ferro.
Andrea Be: La pasta se cotta è commestibile.
Carlotta: Il fil di ferro ha dello scarto.
Junior: Anche la rossa è pasta?

---

[1] *Quest'anno cominciamo a trovare diari che, come questo, fanno riferimento al Curricolo. Altro elemento di grande interesse l'attività in parallelo con la terza primaria del vostro istituto. Spero che questo funga da stimolo anche per altri insegnanti dei gruppi ArAl.*
[2] *Senza il disegno si segue con difficoltà. In base ai primi interventi degli alunni ho ricostruito questa collana (Luis parla di '63', quindi l'ultimo modulo dovrebbe essere completo).*
[3] *La domanda iniziale forse è troppo generica, anche se è comprensibile che l'insegnante l'abbia posta per rompere il ghiaccio. Consente una gamma troppo ampia di possibilità interpretative-descrittive.*
[4] *La classe dimostra piena disponibilità nel dialogo e non esistono tempi di interruzione. I ragazzi sembrano molto ansiosi di descrivere l'oggetto in osservazione. La domanda di Andrea Bo potrebbe deviare la discussione verso concetti più matematici, ma in realtà gli alunni continuano ad essere interessati a descrivere quello che vedono.*
[5] *Sarebbe stato meglio girare la domanda di Andrea alla classe. Forse-probabilmente avrebbe favorito la 'deviazione' verso concetti matematici. Così invece è rimasto uno scambio interno alla coppia Andrea-docente, opaco rispetto alla costruzione di un sapere comune.*

I: La pasta rossa è stata colorata. È interessante sapere che tipo di pasta è?
Qualcuno dice di sì.
Andrea Be: È formata da due sostanze.
I: Abbiamo esaurito la descrizione in linguaggio naturale?[6]
Giulio: È formata da tre sostanze: gomma, fil di ferro e pasta.
Alessia: Ci sono paste pitturate e altre no.
I: Delle cose che abbiamo detto quale ci serve per passare ad un linguaggio matematico?
Edward: La successione e il numero delle paste?
I: Vai alla lavagna e prova a scrivere quello che vedi in linguaggio matematico.
Edward scrive:

45+14 (Edw)

Edward: Ma dopo mi sono accorto che ci sono altre 3, e quindi scrivo 45+17.

45+14(Edw)	45+17(Edw)

I: Come hai fatto?
Edward: Basta contare, basta guardare le successioni perché sono 5 gialle e 2 rosse.[7]
Gaia: Ma non può essere 17, perché le pastine rosse sono pari.[8]
I: E quindi Gaia, prova a scrivere tu.
Gaia scrive:

45+14(Edw)	45+17(Edw)	45+18(Gai)

Giulio: 45+18 e darei un nome all'oggetto.[9]
Giulio scrive:

45+14(Edw)	45+17(Edw)	45+18(Gai)	A=45+18 (Giu)

I: Grazie Giulio.
Andrea Bo: Io scriverei un'altra cosa:
Esce alla lavagna e scrive:

---

[6] *Interrompo la descrizione dell'oggetto perché si stava riempiendo di particolari inutile e fuorvianti, che non stavano portando ad altro. L'intuizione della successione però sottintende il dialogo che segue. Condivido, ma non parlerei di 'esaurire la descrizione in linguaggio naturale', perché comunque il linguaggio naturale va continuamente esaltato perché rappresenta il traghetto insostituibile verso l'uso consapevole del linguaggio matematico.*

[7] *Sebbene non fosse stato richiesto gli alunni hanno contato le paste; per loro la rappresentazione matematica significa dire quante sono, dare cioè un risultato, un numero per risolvere il problema. L'osservazione è in parte condivisibile ma, in effetti, sino a questo momento non siamo però solo al 'risultato': se è vero che Luis ('*Si può dire che sono 63?*') ha espresso il* prodotto*, Edward però ha esplicitato un possibile* processo *basato sulla percezione 'insieme delle gialle-insieme delle rosse'. Però sull'aspetto del contare hai ragione, e tocchi un punto delicatissimo col quale si scontrano gli insegnanti sin dalla prima primaria: per un bambino della prima primaria la matematica è* contare *(quando si usano i numeri, quando si deve trovare un numero con un calcolo, quando si lavora sulla retta dei numeri, quando si fanno operazioni, quando si risolvono problemi, eccetera). E questa sorta di imprinting, dato probabilmente prima dell'età scolare, condiziona molti alunni negli anni successivi, se non viene affrontato, analizzato, discusso, anche collettivamente. Un'ultima osservazione: Edward confonde* successione *e* modulo.

[8] *Di fronte a queste osservazioni così importanti suggerirei di fermarsi un istante per coinvolgere la classe nella* condensazione *del concetto, che altrimenti rischia di perdersi nel gran numero delle osservazioni prevalentemente qualitative.*

[9] *Splendido! Mi viene spontaneo, anche in questo caso, ripetere il suggerimento del Commento 7. Osservazioni di questo tipo – così importanti ma allo stesso tempo così sottili, così colte, basate sulla condivisione di un linguaggio evidentemente favorita dall'insegnante come abitudine – per diventare patrimonio comune, o almeno per stimolare il pensiero collettivo, devono essere gestite direttamente dagli alunni, opportunamente coordinati.*

45+14(Edw) Ptot=45Pg+18Pr (AndBo)	45+17(Edw)	45+18(Gai)	A=45+18 (Giu)

I: Perché hai scritto così?
Andrea Bo: Volevo evidenziare che tipo di paste c'erano.
La scrittura di Andrea suscita molte idee e in tanti vogliono uscire alla lavagna per scrivere la loro rappresentazione.
Livio viene e scrive:

45+14(Edw) Ptot=45Pg+18Pr (AndBo)	45+17(Edw) A+B=Ptot (Liv)	45+18(Gai)	A=45+18 (Giu)

I: Perché così?
Livio: Perché A é 45 e B é 18.[10]
I: Siamo soddisfatti delle rappresentazioni che abbiamo fatto?
Tutti dicono no.[11]
Matteo: Mi è venuta un'altra idea su come rappresentare.
Viene alla lavagna e scrive:

45+14(Edw) Ptot=45Pg+18Pr (AndBo)	45+17(Edw) A+B=Ptot (Liv)	45+18(Gai) (5+2)×9= (Mat)	A=45+18 (Giu)

Livio: Ma è la proprietà distributiva![12]
Matteo: 5 paste gialle + 2 rosse moltiplicato per le volte che vengono rappresentate nel cerchio[13].
Edward: Mi è venuta un'altra idea non so se è giusta.
Livio: Viene 45 sempre + 18.[14]
Edward: Sarebbe 45+18, io gli darei il nome 45+18=63.
E scrive:

45+14(Edw) Ptot=45Pg+18Pr (And)	45+17(Edw) A+B=Ptot (Liv)	45+18(Gai) (5+2)×9= (Mat)	A=45+18 (Giu) A+B=C (Edw)

Andrea Be: Sto ripensando di dare una formula a quella di Matteo ma mi sono accorto che nel mio pensiero c'é un errore.
I: Prova a dire lo stesso.
Andrea Be esce alla lavagna e scrive M=5Pg+2Pr:

45+14(Edw) Ptot=45Pg+18Pr (And) M=5Pg+2Pr (AndBe)	45+17(Edw) A+B=Ptot (Liv)	45+18(Gai) (5+2)×9= (Mat)	A=45+18 (Giu) A+B=C (Edw)

---

[10] *L'attività sta procedendo in modo davvero interessante e ricco di spunti; anche in questo caso avrei chiesto a Livio di spiegare con più chiarezza cosa intende dire, perché nella sua risposta c'è un nodo fondamentale sul quale sono convinto che si fondano basi* epistemologiche *forti per la cultura matematica degli alunni. In estrema sintesi: la scoperta dell'uso della lettera come variabile conduce poi alla possibilità di* sostituire la lettera stessa con un numero*; ma nella costruzione di questa conquista, spesso, soprattutto negli alunni più giovani, si sviluppa quella che nel Glossario abbiamo chiamato* ebbrezza da simbolo*: nell'euforia della scoperta, la lettera non è vista come numero, ma come molte altre cose (etichetta, indicatore dell'oggetto rappresentato, iniziale, ecc.) e l'alunno giunge, come in questo caso, a fare il contrario, e cioè a* sostituire un numero noto con una lettera.

[11] *Sarebbe stato importante che almeno uno o due spiegassero perché no.*

[12] *L'affermazione di Livio non trova grande eco negli altri, come se avesse detto la cosa più normale ed ovvia. Ognuno è talmente concentrato a pensare alla propria idea originale, come se avessero a dimostrare che è la migliore, che poco ascoltano quella degli altri. Si ripresenta l'ipotesi metodologica che sia opportuna una* redistribuzione dei ruoli*, in cui sfumi quello che vede una presenza permanente dell'insegnante, e prenda corpo il ruolo degli alunni come protagonisti nella costruzione e nella condivisione dei saperi. Non capisco bene comunque perché l'osservazione di Livio non sia stata ripresa dall'insegnante.*

[13] *?*

[14] *Non capisco questo intervento.*

Andrea Be: M è il modulo.
Poi scrive Ptot=M×Rm [15]

45+14(Edw)	45+17(Edw)	45+18(Gai)	A=45+18 (Giu)
Ptot=45Pg+18Pr (And)	A+B=Ptot (Liv)	(5+2)×9= (Mat)	A+B=C (Edw)
M=5Pg+2Pr (AndBe)	Ptot=M×Rm (AndBe)		

Andrea Be: Rm è la ripetizione del modulo
I: Vi va bene?
Federico: Avevo avuto un'altra idea, sempre a partire da quella di Matteo. Visto 5+2 è un modulo si può fare Ptot=1M×9. Un modulo moltiplicato per 9 volte.
E intanto scrive alla lavagna.

45+14 (Edw)	45+17 (Edw)	45+18 (Gai)	A=45+18 (Giu)
Ptot=45Pg+18Pr (And)	A+B=Ptot (Liv)	(5+2)×9= (Mat)	A+B=C (Edw)
M=5Pg+2Pr (AndBe)	Ptot=M×Rm (AndBe)	Ptot=1M×9 (Fed)	

Matteo: volevo fare un commento a Edward. È molto simile a quello che ha scritto Livio solo ha cambiato il nome.
I: Vi vengono in mente altre rappresentazioni?[16]
Greta: Si potrebbe fare come nella proprietà distributiva quello che ha fatto Matteo. *scrive* (9x5)+(9x2)=:

45+14 (Edw)	45+17 (Edw)	45+18 (Gai)	A=45+18 (Giu)
Ptot=45Pg+18Pr (And)	A+B=Ptot (Liv)	(5+2)×9= (Mat)	A+B=C (Edw)
M=5Pg+2Pr (AndBe)	Ptot=M×Rm (AndBe)	Ptot=1M×9 (Fed)	(9×5)+(9×2)= (Gre)

Andrea Bo: (*interviene quasi a fermarle la mano alla lavagna)* Non può continuare!
I: Cosa intendi 'non può continuare'?
Andrea Bo: Perché potrebbe dire anche il risultato *e scrive* (9x5) + (9x2) = 45 + 18 = 63= Ptot

45+14 (Edw)	45+17 (Edw)	45+18 (Gai)	A=45+18 (Giu)
Ptot=45Pg+18Pr (And)	A+B=Ptot (Liv)	(5+2)×9= (Mat)	A+B=C (Edw)
M=5Pg+2Pr (AndBe)	Ptot=M×Rm (AndBe)	Ptot=1M×9 (Fed)	(9×5)+(9×2)= (Gre)
(9×5)+(9×2)=45+18=63=Ptot (AndBo)			

Federico: Io ho avuto un'idea per fare un problema matematico[17]
I: Sentiamo.
Federico: Se per esempio tu sai la pasta totale e sai la pasta gialla ma non sai la pasta rossa, fai pasta totale meno pasta gialle e trovi la pasta rossa.[18]
Luisa esce e scrive alla lavagna.

---

[15] *È chiaro il tentativo di astrazione fatto dagli alunni per cercare di generalizzare la rappresentazione della cintura.*

[16] *Mi sembra che ormai, più che chiedere altre rappresentazioni, sarebbe stato il momento di fermarsi a riflettere su quelle esistenti. Sarebbe stata opportuna una domanda del tipo* 'Avete fatto finora ben 11 proposte. Vediamo di ragionare su queste e vedere quali sono quelle più corrette, più chiare, più trasparenti.'

[17] *Forse avrei potuto spingere affinché si soffermassero maggiormente su queste rappresentazioni, ma era molto difficile fermare e/o interrompere il fiume di idee che volevamo esprimere gli alunni, e quindi li ho lasciati fare. V. Commento 15. È successo in molte altre classi (la solita 'ebbrezza da simbolo') in cui l'euforia ha portato a produrre un gran numero di rappresentazioni; si è capito che il flusso va interrotto perché un eccesso di scritture opacizza il loro significato, in una sorta di 'frenesia' in cui ogni alunno si sente libero di proporre anche più di una scrittura, quasi a getto continuo. Naturalmente c'è un equilibrio delicato da impostare tra l'impegno degli alunni (da riconoscere, anzi, da esaltare) e l'opportunità di periodiche pause di riflessione. Questo equilibrio va conquistato ancora una volta attraverso la negoziazione.*

[18] *Anche l'idea di Federico di pensare a un problema non trova seguito nella discussione. Direi 'per fortuna'. Aggiungo che, comunque, se l'abbondanza di proposte blocca la riflessione, deve essere l'insegnante a ricondurre la classe verso il confronto, l'analisi comparata delle scritture, la scelta di quelle 'migliori', la cancellazione di quelle dimostrate come errate.*

45+14 (Edw)	45+17 (Edw)	45+18 (Gai)	A=45+18 (Giu)
Ptot=45Pg+18Pr (And)	A+B=Ptot (Liv)	(5+2)×9= (Mat)	A+B=C (Edw)
M=5Pg+2Pr (AndBe)	Ptot=M×Rm (AndBe)	Ptot=1M×9 (Fed)	(9×5)+(9×2)= (Gre)
(9×5)+(9×2)=45+18=63=Ptot (AndBo)		2Pr+5Pg=1S (Lui)	

Luisa: Dove 1S vuol dire una successione.
Matteo: Si può usare un'altra proprietà.
Scrive:

45+14 (Edw)	45+17 (Edw)	45+18 (Gai)	A=45+18 (Giu)
Ptot=45Pg+18Pr (And)	A+B=Ptot (Liv)	(5+2)×9= (Mat)	A+B=C (Edw)
M=5Pg+2Pr (AndBe)	Ptot=M×Rm (AndBe)	Ptot=1M×9 (Fed)	(9×5)+(9×2)= (Gre)
(9×5)+(9×2)=45+18=63=Ptot (AndBo)		2Pr+5Pg=1S (Lui)	
45+18 40+5+10+8= (Mat)			

Edward: Si potrebbe anche fare 13+5!
I: Perché dici 13+5?
Edward: Perché così la forma è uguale.
Livio: È la proprietà dissociativa, non si fa solo per un numero![19]
Federico: Non puoi dissociare più numeri.
I: Abbiamo trovato la rappresentazione che ci piace di più?
Edward: Si può anche applicare la proprietà commutativa?
I: Ci serve applicare la proprietà commutativa per descrivere le paste della collana[20]?
Andrea Bo: Per me è una rappresentazione in più perché abbiamo già trovato il risultato![21]
Matteo: Giulio dice che abbiamo fatto poche rappresentazioni, ma io dico che sono troppe per riuscirle a scrivere in poco tempo.
Federico: Mi è venuta un'altra idea. Sappiamo che una successione o modulo fa 7, ma per sapere solo la pasta gialla allora invece di fare tutta la successione devi trovare nel modulo quante sono le paste rosse e quelle gialle e quindi applichi la proprietà dissociativa e trovi che le paste gialle sono 5, più 2 rosse e moltiplicando per 9 le paste sai quante sono in totale.[22]

5+2 =1s
5×9=Pgtot
2×9=Prtot (Fed)

Sarah: Io avrei un'altra rappresentazione. Se 63 sono le paste totali, le paste gialle sono i 5/7 del totale e le paste rosse sono i 2/7 del totale e quindi se faccio i 5/7 di 63 trovo 45 paste gialle e i 2/7 di 63 trovo 18 paste rosse.

---

[19] *Si parla di proprietà dissociativa, come molti libri di testo, ma occorre mettere in luce che questa non è una proprietà delle operazioni ma una semplice sostituzione di rappresentazione: 8 e 2×4 sono due rappresentazioni dello stesso numero, pertanto si possono tranquillamente sostituire una all'altra per il principio logico detto appunto di sostituzione. Purtroppo un tempo, non essendoci distinzione tra numero e sua rappresentazione, si parlava di proprietà dissociativa. Oggi si è capito che quella visione era sbagliata, perché la proprietà è qualche cosa di intrinseco all'operazione o alle operazioni cui si riferisce, mentre questa 'proprietà dissociativa' non riguarda l'operazione ma le rappresentazioni numeriche. È necessario che, al momento opportuno, si chiarisca questo aspetto.*

[20] *Attenzione a non cadere nella 'trappola qualitativa' alla quale accennavi anche tu nel Commento 3; gli alunni devono avere ben chiaro che con le rappresentazioni in linguaggio matematico ci si riferisce a numeri e non ad oggetti.*

[21] *Il risultato trovato porterebbe Andrea Bo a chiudere ogni discorso! È assolutamente tipico. La differenza fra* processo *e* prodotto *è una conquista che cozza per molti alunni (spesso quelli più 'svelti') contro la loro spontanea 'frenesia da risultato'.*

[22] *Federico ha organizzato un'argomentazione molto ricca, chiara, ma sarebbe stato importante cogliere alcune delle sue frasi e concentrarsi su di esse (se l'insegnante non avesse voluto interrompere il flusso avrebbe potuto ricorrere alla metafora del* 'Ne parliamo in seguito, ora mettiamo alcune cose in frigorifero'*): (a) Federico, come prima Edward, confonde* modulo *e* successione*; (b) emerge ancora una visione qualitativa della situazione a scapito di quella quantitativa (*'per sapere solo la pasta gialla…'*); (c) viene ancora citata la proprietà dissociativa.*

In diversi dicono di apprezzare questa idea.[23]
Livio: Non ho ben capito. *(Andrea Bo glielo spiega)*[24]
Carlotta: La mia idea invece è *(scrive)*:

5+2 =1s 5×9=Pgtot 2×9=Prtot (Fed)	(50-5)+(20-2)=45+18=63 (Car)

I: Vi chiedo: è utile questa rappresentazione di Carlotta?
Andrea Bo: Ma noi non stiamo facendo delle rappresentazioni, stiamo facendo dei modi per arrivare al risultato.
Livio: E l'abbiamo già trovato.
I: Dobbiamo allora provare a fare un salto di qualità: dobbiamo smettere di rappresentare il risultato e invece dobbiamo provare a rappresentare l'oggetto.[25]
Federico: Ho un'altra idea su quello di Sarah.
I: Ma è sempre una rappresentazione del risultato?
Ci pensa e annuisce[26].
Giulio: Ci vorrebbe una formula che è difficile da trovare.[27]
Matteo: Forse so come fare, non sono tanto convinto. *(ci rinuncia)*
Giacomo esce alla lavagna e scrive:

5+2 =1s 5×9=Pgtot 2×9=Prtot (Fed) M= OOOOOOO S=M×9 (Gia)	(50-5)+(20-2)=45+18=63 (Car)

Andrea Bo: Ma non è come quella che avevamo fatto con le successioni?[28]
Luisa: voglio aggiungere una cosa.
E scrive:

5+2 =1s 5×9=Pgtot 2×9=Prtot (Fed) M= OOOOOOO S=M×9 (Gia)	(50-5)+(20-2)=45+18=63 (Car) 2Pr+5Pg=1S×9v (Lui)

I: È vera la successione di Luisa?[29]
Andrea Bo: No, perché... *(ma non riesce a spiegarsi)*

---

[23] *Sarah indubbiamente risolve il problema, ma allontana ancora di più dall'obiettivo. Forse la classe ha smarrito il controllo sul contratto didattico (*spiega come hai fatto a contare*).*
[24] *Attenzione che il nostro contratto prevede che la trascrizione sia completa.*
[25] *A me sinceramente non sembra che quelle alla lavagna siano 'rappresentazioni del risultato'. Mi sembra che, anzi, esprimano tutte sforzi notevoli per rappresentare dei* processi*. Infatti, il risultato 63 compare solo in due scritture su 17: quella di Andrea Be e di Carlotta.*
[26] *Perché non lo ha detto?*
[27] *La lavagna è piena di formule, quelle che sono stati capaci di produrre gli alunni. Bisognerebbe attivare la riflessione su qulle scritture.*
[28] *In Andrea Bo è rimasta forte l'idea della successione che evoca discorsi ed esempio già fatti. Come se gli desse sicurezza.*
[29] *Non comprendo la domanda. Significa '*È corretta la scrittura di Luisa*'? In tutte le frasi scritte alla lavagna emerge la necessità che ogni autore precisi cosa intende con i simboli che propone; questo da un lato aprirebbe una riflessione sul significato della lettera in matematica, dall'altro, su un piano più concreto, consentirebbe agli alunni di interpretare fedelmente le scritture, e permettere all'insegnante di individuare i misconcetti che esse eventualmente celano. Per esempio, nell'ultima proposta di Luisa, 1S indica (lo dice lei) 'una successione', riproponendo ancora una volta, al di là di questioni linguistiche, la confusione con il modulo (1S×9v significherebbe 'un modulo ripetuto nove volte').*

Giulio: Ripropone la stessa successione.[30]
Edward: Ci può dare lei il risultato?[31]
I: Non c'è un risultato da dare giusto o sbagliato. Decidete voi cos'è giusto![32]
Edward: Scherzavamo.
I: Qual è la vostra scelta da mandare via mail ai bambini della classe terza?
Gaia: Mandiamo 45+18=A+B=Ptot
Matteo: Io manderei quello di Giacomo.
Alessia: Anch'io per quella di Giacomo.
Denis: Manderei anch'io quella di Giacomo.
Andrea Bo: Ma non è proprio quella che si dovrebbe fare?
I: E come si dovrebbe fare?
Andrea Bo: Come quella di Livio che io mi ricordo, come avevamo fatto in classe le successioni.
Edward: No, Giacomo ha fatto giusto.[33]
Giulio: Io direi che dal punto di vista della formula Giacomo l'ha ricordata, però se dobbiamo mettere i numeri è più giusta quella di Livio.
I: Mandiamo allora quella di Giacomo e quella di Livio.
Tutti sono d'accordo. Si legge allora la mail che i bambini hanno mandato alla classe. E raccolgo i commenti:
Andrea Bo: Sono proprio bravi perché per la loro età è difficile.
Giulio: L'abbiamo pensata anche noi come uno dei primi ragionamenti.
Matteo: Sono stati grandiosi.
.[34]

---

[30] *Cosa intende dire Giulio? Che l'obiettivo è sempre quello di trovare quanti sono i pezzi della collana?*
[31] *Emerge la perdita di controllo semantico sull'attività da parte della classe, che probabilmente era nell'aria da tempo, attraverso il crescente numero di proposte molto 'intense', ma sempre più numerose.*
[32] *Forse gli affido un compito che non si aspettano di avere. Non lo credo. Aggiungo a questo proposito qualche riflessione generale alla fine del diario.*
[33] *Tutti hanno molta stima di Giacomo perché in matematica è molto bravo.*
[34] *Ci è sembrato molto interessante questo esperimento di attività parallela in due classi di diversa età, sia nella fase di progettazione, sia in quella di attuazione.*
Nella progettazione, noi insegnanti abbiamo dovuto tener conto di molti aspetti, inerenti i prerequisiti, il materiale proposto, la richiesta da fare agli alunni, il linguaggio da utilizzare.
Nell'attuazione dell'attività poi – come spesso avviene – le cose programmate prendono vita propria e ogni gruppo mette in scena una discussione caratteristica. Le differenze principali:

- *il gruppo di prima secondaria dedica più tempo alla descrizione della 'collana di Charlie' in linguaggio naturale, sviscerando aspetti legati al materiale, al colore, alla struttura, all'uso… forse perché l'oggetto è stato recapitato già pronto, un mistero da svelare. In terza primaria invece l'oggetto è stato costruito insieme, e molti particolari della storia erano presenti nella premessa dell'attività, in ciò che si chiama a volte lo sfondo integratore, che per gli alunni più giovani è molto importante: non solo li motiva alla discussione, ma li aiuta a manipolare i numeri come simboli significativi di realtà interessanti e non come entità astratte;*
- *i ragazzini di 11 anni sono più distaccati dall'oggetto e consapevoli di rappresentarlo in linguaggio matematico; i bambini di 8 talvolta molto più invischiati nella 'storia' e alcuni non riescono a staccarsene per individuare la relazione tra le parti;*
- *i piccoli sono rimasti aderenti alla consegna (già abbastanza difficile per loro?) mentre i grandi si sono sentiti (più sicuri? e) più liberi di tentare anche altre strade oltre a quella proposta dall'insegnante, cercando altre situazioni problematiche analoghe a quella data o addirittura prospettando procedimenti inversi.*

Ora l'attività continua nelle due classi in modo indipendente, ma contiamo di effettuare ancora qualche scambio di messaggi in linguaggio matematico su singoli 'oggetti' comuni.
Trovo anch'io di grande interesse l'esperienza che avete impostato con le due classi. Condivido le osservazioni finali delle insegnanti sui diversi comportamenti delle classi in relazione all'età.
Osservo solo che, dal mio punto di vista, essa avrebbe potuto svilupparsi in modo più chiaro se l'analisi fosse stata condotta 'a bocce ferme' su un numero limitato di proposte, magari in due riprese, favorendo la concentrazione degli alunni su aspetti come: (a) il significato delle lettere o dei gruppi di lettere usati dai vari autori; (b) l'opportunità di usare le lettere (quando servono? Quando non servono?); (c) l'analogia strutturale fra scritture apparentemente diverse e quindi l'individuazione di parafrasi; (d) la trasparenza/opacità delle scritture in relazione ai processi che esplicitano; (e) la completezza delle frasi relativamente agli enti in gioco (il numero dei pezzi gialli di un modulo, di quelli rossi, il numero dei moduli, il numero totale dei pezzi). La conclusione, eliminando le scritture ritenute sbagliate, opache, poco economiche, sarebbe emersa perché era già lì, nelle scritture di Matteo '(5+2)×9', Greta '(9×5)+(9×2)=' e nella prima parte di quella di Andrea Bo '(9×5)+(9×2)='. Si sarebbe visto che

quelle di Greta e Andrea sono uguali, si sarebbe ricostruito che sono comunque tutte e tre equivalenti, si sarebbe rappresentata in linguaggio matematico l'equivalenza e si sarebbe conquistata la scrittura finale per Brioshi:

$(5+2)\times 9=(9\times 5)+(9\times 2)$.