27 marzo 2013

Commenti Donatella Lovison, esperta GISCEL
Commenti Giancarlo Navarra

Verbale 1 *(uso del registratore)*

La classe 3^ C di Scuola Primaria è formata da 17 alunni, 12 maschi e 5 femmine con un alunno diversamente abile. Il gruppo classe partecipa al Progetto ArAl fin dalla classe prima e ha prevalentemente lavorato con le successioni e con le mascherine. L'attività proposta (Proprietà Distributiva) è stata avviata in un precedente incontro durante il quale gli alunni hanno trovato molta difficoltà nella traduzione in linguaggio matematico per Brioshi.

1. I: Vi ricordate il giochino che abbiamo fatto la volta scorsa con i gettoni?
2. G: Sì!
3. G: No!
4. I: Non ve lo ricordate più? Quando ho preparato dei sacchetti con dei gettoni di colore diverso?
5. G: No!
6. I: Va bene. Non fa niente! Oggi ne faremo uno simile. Ho preparato dei sacchetti. Vediamo quanti sacchetti ho preparato.
7. *Gli alunni contano i sacchetti che sto sistemando sui banchi.*
8. Giuseppe: Sei, sono sei. E come li hai fatti i sacchetti?
9. I: Con dei fogli di carta. Ma non è importante come ho fatto i sacchetti, è importante ciò che ho messo dentro. Abbiamo qua dei sacchetti; in ogni sacchetto ho messo quattro ovetti di cioccolato e tre caramelle. Va bene?
10. Giuseppe: Maestra, hai messo quattro ovetti e…?
11. I: Ho messo quattro ovetti e tre caramelle. Quindi anche questa volta vi chiedo di ragionare e di esprimere ad alta voce a me e ai vostri compagni in che modo state ragionando. Se io ho sei sacchetti e vi dico cosa c'è dentro ogni sacchetto, cosa vi viene in mente di fare?
12. G: Un'addizione.
13. I: Esagerati, state già addizionando.
14. Nicola L.: Una moltiplicazione.
15. I: Perché una addizione, perché una moltiplicazione? Che domanda vi siete fatti?
16. Nicola L.: Io mi sono fatto una domanda. In un sacchetto ci sono quattro cioccolatini e tre caramelle, quattro più tre sette. Quanti sacchetti ci sono? Sei! Sette per sei uguale quarantadue. Io ho ragionato così.
17. I: Quindi quale richiesta ti sei fatto? Vuoi scoprire qualcosa?
18. Nicola L.: Che in sei sacchetti con quattro cioccolatini e tre caramelle ci sono in tutto quarantadue… dolci.
19. I: Benissimo.
20. Giada: Io sono d'accordo con Nicola perché la sua spiegazione mi è sembrata molto giusta.
21. I: Ognuno di voi ha rappresentato quello che c'è dentro i sacchetti, perché non lo vedete, quindi lo state rappresentando e state cercando di scoprire che cosa?
22. Alessandro: Io ho ragionato, ho fatto un'addizione: sette più sette più sette… per sei... Cioè ho fatto sette più sette più sette più sette più sette più sette che fa quarantadue.
23. I: Tu hai ragionato in questo modo. Benissimo.
24. Alessandro: Come ha detto Nicola sette per sei quarantadue.
25. I: Bene. Hai detto sette più sette più sette… ecc… per sei volte ma quel sette come lo hai trovato?
26. Alessandro: Perché quattro più tre fa sette.
27. I: Spiegalo meglio.
28. Alessandro: Allora, in ogni sacchetto ci sono quattro ovetti di cioccolato e tre caramelle, quattro più tre, sette.
29. I: Quel numero sette come possiamo definirlo, come numero? Vi ricordate quando abbiamo parlato di opaco e trasparente? Chi vuole ricordare cosa vuol dire?
30. Alessandro: Opaco vuol dire che non è molto definito.
31. Miriam: Opaco vuol dire che non è molto chiaro, invece trasparente che è chiaro, che si capisce.
32. I: E secondo voi tra sette, come ha detto prima Alessandro che ci ha fatto capire che quel sette l'ha ottenuto… prova a dirlo tu Alessandro, ripeti.
33. Alessandro: Sette l'ho ottenuto… allora, se nei sacchetti ci sono quattro ovetti di cioccolato e tre caramelle, quattro più tre fa sette.
34. I: Benissimo. Fra sette e quattro più tre,secondo voi, qual è la forma più trasparente? E qual è quella più opaca?

35. Daniele: Secondo me la forma più opaca fra quattro più tre uguale sette, è il sette, perché quattro più tre sembra trasparente perché basta che qualcuno di noi veda quattro più tre, conta e gli dà come risultato sette. Invece col sette, se qualcuno vede solo il sette, non capisce da dove viene ottenuto quel risultato.
36. Nicola L.: Secondo me… non sono d'accordo con Daniele, perché sette si può anche capire: quattro più tre uguale sette; perché fai sette uguale quattro più tre, come ci ha riferito il prof. Navarra, che il risultato può essere fatto anche in un'addizione o in una moltiplicazione, in un'operazione in cui quel numero deve starci[1].
37. I: Quindi secondo te il numero sette è trasparente?
38. Nicola L.: Per me sono tutti e due trasparenti.
39. Manuela: Io non sono d'accordo con Nicola, ma sono d'accordo con Daniele, perché il sette mi sembra opaco, perché ci possono essere diversi modi di proporre il sette, come cinque più due e molti altri, quindi mi sembra più opaco. Invece quattro più tre mi sembra più trasparente.
40. Giada: Secondo me, quello che ha detto prima Alessandro sette più sette più sette… che si ripete per sei volte, non sono tanto d'accordo perché il sette che ha ripetuto è un po' opaco perché in un certo senso si ripete molte volte, invece quello che ha detto Nicola, cioè sette per sei mi è sembrato più trasparente, come moltiplicazione[2].
41. I: La domanda era se, pensando ai nostri sacchetti, è più trasparente dire sette che si ripete sei volte o è più trasparente dire quattro più tre che si ripete sei volte.
42. Evan: Maestra, perché a te non interessa il risultato, ti interessa come ragiona ognuno di noi.[3]
43. I: Con il ragionamento il nostro cervellino cresce.
44. Manuela: Vorrei specificare come ho ragionato io. Però io ho dimenticato che potevo farlo anche con una moltiplicazione il risultato.[4]
45. I: Prova a spiegare come hai ragionato.
46. Manuela: Ho pensato solo di far capire che il sette potrebbe essere più opaco, ma io volevo dire anche un'altra cosa: ci sono sette dolcini in tutto e sei sono le buste, sette per sei quarantadue; e con questo sono d'accordo con Nicola. Sull'altro, che era più opaco quattro più tre, non sono molto d'accordo.
47. Nicola L.: Però io non ho detto che il sette era trasparente, io ho detto che tutti e due per me erano trasparenti.
48. I: E ne sei ancora convinto?
49. Nicola L.: E ne sono ancora convinto[5] perché sette è uguale a quattro più tre e quattro più tre è uguale sette.
50. I: Hai sentito le motivazioni di Manuela?
51. Nicola L.: Sì.
52. I: Manuela vuoi ripetere?
53. Manuela: Il sette si può formare in tanti modi, non solo in uno, in questo caso quattro più tre, si può formare come ho detto prima cinque più due o anche in altri modi.

---

[1] *Comincio con il complimentarmi per la gestione della discussione e per la qualità degli interventi degli alunni. L'insegnante sta facendo davvero un ottimo lavoro. Premesso questo, faccio un'osservazione sull'intervento di Nicola (36): credo che fluttui nell'aria un'ambiguità sul risultato. Il 7 viene visto comunque come* risultato *anche se viene scritto a sinistra dell'uguale (vedi anche poi Giada (69) e Miriam (73)). Bisognerà continuare a riflettere sugli aspetti concettuali del simbolo per chiarire l'aspetto* dell'equivalenza fra due rappresentazioni *in cui il numero nella sua forma canonica va visto come tale, e non come 'risultato'.*

[2] *Le scritture 7+7+7+7+7+7 e 7×6 possono essere confrontate non tanto in relazione a trasparenza e opacità ma riferendosi – anche se in modo naif - al* principio di economia. *Entrambe infatti sono* trasparenti *in quanto esprimono due* processi *che rappresentano il numero 42, rispettivamente in forma* additiva *e* moltiplicativa. *Possiamo concludere che la seconda forma è più* economica, *e questo può essere chiarito in modo molto efficace ricorrendo a numeri grandi, immaginando per esempio come sarebbe espresso in forma additiva il prodotto 7×5.784 tenendo come addendo il 7.*

[3] *Bella considerazione. Conferma quello che ho scritto nel primo commento(rigo 36).*

[4] *Il mio primo commento riguarda questa bella espressione. Si tratta di una struttura codificata da Gaetano Berruto* (G.Berruto, Per una caratterizzazione del parlato: l'Italiano parlato ha un'altra grammatica?, Zurigo, 1985) *come tratto appartenente alla sintassi del parlato e definito come "dislocazione a destra", in quanto il complemento, pur collocato secondo l'ordine normale (soggetto, verbo, complemento), viene focalizzato mediante l'anticipazione con un pronome (far**lo**) e lo spostamento a destra. In questo modo il complemento diventa tema, mentre la struttura normale in questo caso sarebbe stata "... che potevo fare il risultato anche...". Questa espressione così caratterizzata come appartenente al parlato sembra molto in contrasto con l'incipit dell'intervento di Manuela ("Vorrei specificare...") che invece attribuirei senz'altro ad un registro più vicino allo scritto. Mi sembra una scelta lessicale alta anche il "proporre" usato sempre da Manuela alla riga 39.*

[5] *Mi sarei aspettata una semplice 'sí'. Sembra invece che Nicola sappia riprodurre in maniera efficace il modello linguistico proposto dall'insegnante. Se così fosse, questa è un'abilità da sfruttare didatticamente.*

54. Nicola L.: Ma in questo caso sette è formato da quattro più tre. Io voglio specificare che in questo caso l'operazione è quattro più tre perché ci sono quattro ovetti di cioccolato e tre caramelle ripetuti per sei volte diventano quarantadue.
55. Manuela: Vorrei dire a Nicola…
56. I: Dillo a tutti i compagni.
57. Manuela: … e non solo, che quattro più tre è uguale sette, ma sette poteva essere formato da un altro numero di dolcini come ho detto prima anche cinque più due uguale sette.
58. Daniele: Secondo me quello che ha detto Manuela adesso è sbagliato, perché lo so che per formare sette esistono molti modi, solo che adesso stiamo lavorando su quattro cioccolatini e tre caramelle e quindi secondo me ha ragione Nicola.
59. Giada: Vorrei provare a convincere Nicola e Daniele[6]. Dopo quello che ha detto Manuela ho pensato che è vero che adesso può non essere molto preciso, però in questo caso, negli altri casi ci può essere anche sette più sette e quindi in questo caso è preciso.
60. I: Cerca di essere più chiara. Qua si discuteva se dire sette o dire quattro più tre, qual è la forma più trasparente, cioè la forma che ci fa capire meglio il contenuto dei sacchetti. La domanda era questa, cerchiamo di non divagare. Nicola ha affermato che per lui sono due numeri con uguale trasparenza, invece Manuela afferma che siccome sette può essere formato in tanti modi diversi, a lei sembra più trasparente nel nostro caso dire quattro più tre, perché quattro sono i cioccolatini e tre le caramelle. Qual è il tuo parere Giada?
61. Giada: Secondo me quello che dice Manuela è giusto, perché è vero che puoi non capire il numero sette però con l'uguale si riesce a capire che è il risultato dell'operazione[7].
62. I: Ma sette è solo il risultato dell'operazione? Stiamo parlando non solo di operazioni, ma stiamo parlando di due forme del numero, che cosa sono sette e quattro più tre?
63. Miriam: Sette è il risultato di quattro più tre e invece quattro più tre è l'operazione che forma sette.[8]
64. I: Va bene Miriam. Vediamo se tutti sono d'accordo con la tua definizione o se ci sono altre definizioni.
65. Raffaele: Secondo me ha ragione Manuela, perché se parliamo ora di forma canonica e forma non canonica verrebbe specificato meglio la forma non canonica che in questo caso è tre più quattro, perché ti viene da pensare subito di dire sette perché è il risultato che in questo caso è la forma canonica. Quindi secondo me è più trasparente quattro più tre.
66. I: Raffaele ha parlato di forma canonica e forma non canonica di un numero, che voi conoscete bene. Non stiamo parlando soltanto di operazioni, di un'addizione che dà come risultato sette. Sono due rappresentazioni del numero dei dolci che ci sono nei sacchetti. Il numero dei dolci che ci sono dentro i sacchetti lo possiamo rappresentare in forma canonica e in forma non canonica. Chi vuole precisare meglio ciò che sto dicendo?
67. Daniele: Secondo me quello che ha detto Raffaele è giusto perché quattro più tre è più trasparente del risultato cioè sette, quindi quattro più tre è la forma non canonica di sette.
68. I: Benissimo. Del numero sette. Ripeti.
69. Daniele: Del numero sette. Poi sono anche d'accordo su Manuela[9], mi ha convinto con quello che ha detto poco fa, perché ci sono molti numeri per formare sette, non solo uno. Lo so che stiamo ragionando su quattro più tre uguale sette, ma come mi sono convinto che ha ragione Manuela è stato pensare a tutti quei numeri che formano sette, e sono tanti.
70. I: Ci sono tanti modi…

---

[6] *Ma senti! È piuttosto raro che nella discussione ci siano esordi di questo genere (come pure che un alunno dica, come Daniele (69) "*Mi ha convinto con quello che ha detto poco fa"*). Comunque penso che possiate in futuro economizzare gli interventi ragionando attorno ai concetti di opaco-trasparente-economico.*

[7] *Vedi commento al rigo 36.*

[8] *L'insegnante fa molto bene (66) a negoziare con gli alunni i due piani, a seconda che si consideri l'uguale come operatore direzionale (allora si parla di operazioni e risultato) o come simbolo che indica l'equivalenza (e allora si parla di forma canonica e non canonica di un numero). Questo chiarimento aiuta gli alunni a collocarsi e ad evitare fraintendimenti. Credo che sarebbe conveniente appoggiarsi quanto prima alle scritture in linguaggio matematico.*

[9] *Interessante costruzione. Normalmente la preposizione 'su' è richiesta da "essere d'accordo" in una costruzione come questa: essere d'accordo con qualcuno su qualcosa. Daniele 'sintetizza'! Il suo intervento è così 'pieno' e articolato, seppur costruito in forma sintatticamente non ineccepibile (*"come mi sono convinto che ha ragione Manuela è stato pensare"*) che forse l'insegnante ha fatto bene a soprassedere su queste forme. Comunque sottolineo anch'io, come ha fatto Navarra nella nota alla riga 59, l'eccezionalità di queste forme comunicative di riferimento agli interventi precedenti o di esplicitazione del destinatario e dello scopo del proprio intervento: sono in genere riscontrabili in parlanti estremamente competenti in strategie della comunicazione.*

71. Nicola L.: Lo so che tre più quattro fa sette ed è anche più trasparente, ma se tu dici tre più quattro e ti viene subito da pensare sette, tu ci dici di fare il ragionamento.[10]
72. I: Io ho chiesto qual è la forma più trasparente. Quindi c'è una forma più trasparente e una forma meno trasparente.
73. Nicola L.: Per me la forma più trasparente è tre più quattro, però io ho detto che sono trasparenti tutti e due perché anche sette ti può far pensare a tre più quattro[11].
74. I: Anche a tre più quattro. Ma le ragioni che diceva Manuela ti sembrano corrette?
75. Nicola L.: Sì, mi sembrano corrette e Manuela mi ha convinto.[12] Per me adesso la forma più trasparente è tre più quattro.
76. I: Benissimo.
77. Giuseppe: Io voglio aggiungere che sono d'accordo con i miei compagni e secondo me la forma più trasparente è quattro più tre. Secondo me quello che ha detto Nicola è giusto. Allora, prima ha detto che quando qualcuno dice sette ti può venire in mente quattro più tre, ma c'è bisogno di dire quattro più tre, perché come ha detto Manuela [13] sette non si fa solo con quattro più tre, ci può essere sei più uno, cinque più due.
78. I: Benissimo. Finora ci siamo accertati che ci sono forme del numero più trasparenti di altre. Adesso torniamo al nostro problema. Ognuno di voi pensa ed esprime a voce alta ai compagni in che modo ha proseguito per calcolare il numero di tutti i dolcini che ci sono…
79. Giuseppe: Maestra, aspetta, non ho capito… proseguito?
80. I: Come avete proseguito nel ragionamento.
81. Gabriele: Quindi quanto fa il risultato?
82. I: Ho chiesto il risultato? Che cosa ho chiesto?
83. Gabriele: Il ragionamento.
84. I: Chi vuole spiegare?[14]
85. Miriam: Io voglio spiegare a tutti il mio ragionamento.[15] Io ho ragionato così: se ci sono sei sacchetti e dentro ci sono sette dolcetti, invece di fare sette più sette più sette… possiamo fare direttamente una moltiplicazione, cioè sette per sei, che dà come risultato quarantadue.
86. I: Ti devo rifare la domanda che ho fatto ad Alessandro. Quel sette come lo hai ottenuto?
87. Miriam: Da quattro più tre.
88. I: Prova a dirlo meglio.
89. Miriam: Ci sono sei sacchetti e dentro ogni sacchetto ci sono quattro cioccolati e tre caramelle, e quattro più tre fa sette, quindi , invece di fare sempre sette più sette più sette… possiamo fare una moltiplicazione, cioè il numero dei sacchetti con il numero dei dolcetti che ci sono in ogni sacchetto; cioè sette per sei.
90. Giada: Io sono d'accordo con Miriam perché Miriam mi ha convinto che il modo più facile sarebbe quello che ha detto Miriam, anziché fare sette più sette più sette … sarebbe meglio fare sette per sei. Perché sette più sette più sette … in un certo senso viene difficile da calcolare perché devi contare molto.
91. Evan: Io ho ragionato così, prima ho cercato di ottenere il risultato di tutti i cioccolatini e le caramelle, ed ogni sacchetto mi ha dato il numero sette, quindi io ho ragionato con una moltiplicazione, ho fatto sei per sette, sette me l'ho tolto dai dolciumi[16] e invece sei da ogni sacchetto che c'è.

---

[10] *Questo diverso uso di 'tu' è da sottolineare: nel primo caso ("*se tu dici tre più quattro e ti viene subito da pensare sette"*) è usato in forma impersonale , in sostituzione della forma "si dice... e viene da...", nel secondo caso invece è rivolto all'insegnante ("*tu ci dici"*). Sono tutte forme da mettere in frigorifero, sulle quali sarebbe bene riflettere, magari in attività successive e specifiche.*

[11] *Credo che i temi della discussione rischino di diventare ripetitivi, perché i nodi della questione mi sembrano chiariti. Gli alunni sanno sviluppare notevoli argomentazioni e sanno ascoltarsi reciprocamente; penso che ora si possano sfruttare queste competenze favorendo la riflessione su scritture in linguaggio matematico.*

[12] *Vedi note alle righe 59 e 69.*

[13] *Vedi ancora note alle righe 59 e 69: questi interventi sono colmi di richiami agli interventi dei compagni che fanno pensare che questi bambini abbiano già superato la cosiddetta 'età dell'egocentrismo'. Sembrano anche avere una buona memoria, ricordando perfettamente sia che cosa è stato detto in precedenza, sia chi lo ha detto.*

[14] *Ribadisco l'opportunità di adottare il linguaggio matematico per tradurre i concetti espressi nel linguaggio naturale.*

[15] *Anche questa dichiarazione di intenti mi sembra degna di un parlante ben più maturo di un bambino di terza primaria. Molti interventi hanno chiare caratteristiche di quello che viene linguisticamente definito come "parlato sorvegliato". Sono veramente stupita.*

[16] *Immagino che Evan intenda qualcosa come "L'ho ricavato dal numero dei dolciumi". Sicuramente! 'Ricavare' è composto da 'ri' e da 'cavare' e Evan ha usato un sinonimo di 'cavare', cioè 'togliere'. Lo stesso fa Nicola al rigo 93 ("*togliermi fuori"*), rinforzando il significato con l'avverbio 'fuori'. Sarebbe stato interessante e utile mettere 'in frigorifero' questi enunciati prodotti da Evan e Nicola e al momento opportuno riprenderli, stimolando la metariflessione. Ipotizzo che "ricavare" nell'attuale lessico mentale di Evan e Nicola sia depositato con il significato*

92. I: Benissimo.
93. Nicola L.: Io, per togliermi fuori questo sette, ho fatto tipo un diagramma. Allora, quattro: numero dei cioccolatini; tre: numero delle caramelle; poi ho sommato quattro più tre, uguale sette. Poi ho messo di nuovo un diagramma, quante volte si ripete il sette? E ho sommato lo stesso che il sette si ripeteva sei volte; quindi ho fatto l'operazione sette per sei uguale quarantadue. Quindi in tutti i sacchetti il numero complessivo dei dolci è quarantadue[17].
94. I: Qualcuno ha ragionato in maniera differente?
95. Raffaele: Io ho ragionato prima di tutto con… volevo sapere bene se quarantadue…
96. I: Non puoi essere partito da quarantadue.
97. Raffaele: Con la moltiplicazione sono arrivato a sei per sette uguale quarantadue. Poi ho voluto provare a togliere da quarantadue sempre sette.
98. I: Scusa se ti interrompo, come mai hai fatto questa operazione?
99. Raffaele: Va bene, ne ho pensato altre più facili ma volevo spiegare questa che era più interessante.
100. I: Ma non dobbiamo complicarci la vita. Non mi interessa il risultato, lo ha detto prima anche Evan, ma vi ho chiesto in che modo siete arrivati a quel risultato; con quale ragionamento. Non puoi partire da quarantadue, dimmi come sei arrivato al numero quarantadue, come hai contato dentro ai sacchetti?
101. Raffaele: Innanzitutto c'erano sette dolcini in ogni sacchetto e visto che sei sono i sacchetti, ho voluto fare una moltiplicazione.
102. I: E io chiedo ancora: c'è qualcuno che ha ragionato in maniera differente?
103. Giada: Secondo me ci sono solo due modi in cui si può risolvere questo problema. Il primo è come stanno discutendo tutti loro con sette per sei, però ce n'è un altro che si può fare ed è tre più quattro uguale sette e poi sette più sette più sette fino ad arrivare a sei volte e ottenere il risultato. Secondo me questi sono gli unici due modi.
104. Giuseppe: Io ho ragionato pure in un altro modo, con la divisione, raggruppando i quattro ovetti di cioccolato e le caramelle per sei volte ho raggruppato questi sette dolci.
105. I: Prova a chiarire meglio.
106. Giuseppe: Io anziché contare ho raggruppato i cioccolatini e le caramelle in gruppi per sei volte.
107. I: Li hai moltiplicati?
108. Giuseppe: In pratica li ho raggruppati e moltiplicati.
109. I: Quindi la prima operazione che hai fatto, qual è stata, mentalmente?
110. Giuseppe: Raggrupparli con la divisione[18]… ehm … prima li ho raggruppati.
111. I: Cosa intendi per raggruppati?[19]
112. Giuseppe: Anziché contare sette, sette, sette… prima ho preso quattro ovetti e li ho messi qui, sette caramelle le ho aggiunte e poi ho ripetuto per sette volte.
113. I: Prova a chiarire meglio, parlando di ciò che c'è dentro i sacchetti. Prima cosa hai fatto?

---

rispettivamente di "cavare di nuovo" e di "cavar fuori". Questo è un esempio di meccanismo mediante cui i bambini (ma anche gli apprendenti una L2 adulti) lavorano sulla lingua e la apprendono. È importantissimo per lo sviluppo della competenza linguistica, a mio parere, che l'insegnante affini la percezione di questi fenomeni e ci lavori con gli alunni.

[17] Tra poco inizierà un grande lavoro di riflessione sulle scritture alla lavagna; va benissimo, ma suggerirei all'insegnante - quando vede, come in questo caso, che le idee che circolano sono chiare e ben formulate - di anticipare il passaggio al linguaggio matematico. Questo permette di verificare la coerenza fra ciò che uno pensa, ciò che afferma e ciò che scrive. Per esempio, in questo intervento di Nicola, si immagini di chiedergli di tradurre ciò che dice. Verrebbe fuori qualcosa del tipo:

- "… ho sommato quattro più tre, uguale sette" 4+3=7;
- "… quindi ho fatto l'operazione sette per sei uguale quarantadue" 6×7=42.

A questo punto sarebbe stato possibile guidare lui e i compagni verso la conquista di una scrittura 'di sintesi' del tipo:

$$6\times(4+3)=42$$

che, senza il passaggio al linguaggio matematico, è difficile che possa emergere. In casi come questo, un linguaggio formale è più potente perché obbliga a fissare dei concetti nero su bianco.

[18] Ipotizzo che Giuseppe usi il termine "divisione" nel significato di "separazione" dei cioccolatini dalle caramelle, con una evidente ambiguità dovuta alla contaminazione dei linguaggi naturale e matematic.o Se così fosse sarebbe interessante e utile una riflessione specifica. Concordo pienamente sia sull'ipotesi di Lovison che sull'opportunità della riflessione.

[19] Anche qui il passaggio al linguaggio matematico avrebbe favorito l'emergere del ragionamento che conduce alla rappresentazione $3\times6+4\times6$. Continuare a rimanere al livello del linguaggio naturale può ingarbugliare le acque. Sono molto d'accordo. Penso che il passaggio dal linguaggio naturale a quello matematico e alla sua scrittura avrebbe aiutato tutta la classe a 'vedere con chiarezza' tutti i passaggi.

114. Giuseppe: Prima ho raggruppato le caramelle e gli ovetti di cioccolato in un gruppo.
115. I: Non li hai raggruppati, dimmi che operazione hai fatto.
116. Giuseppe: Sette più sette più sette più sette più sette più sette.
117. I: Ma prima li hai…?
118. Giuseppe: Li ho uniti.
119. I: Cosa vuol dire che li hai uniti?
120. Giuseppe: Un esempio può essere che… da… quattro ovetti di cioccolato ho messo tre caramelle, li ho uniti insieme per formare il sette.
121. I: Quindi come hai trovato il sette?
122. Giuseppe: Ho unito quattro cioccolatini e tre caramelle e poi li ho ripetuti sei volte.
123. I: Va bene. Avete tutti ragionato in questo modo?
124. Manuela: Io ho ragionato con una addizione. Ho contato prima i dolcini e ho fatto quattro ovetti li ho addizionati a tre e così per sei volte.
125. I: Come loro?
126. Manuela: No, invece di farlo con il per, ho voluto farlo in un altro modo, sette e sette quattordici, sette e sette quattordici, quattordici e quattordici ventotto e… e…
127. I: Sei sicura di aver ragionato così?
128. Miriam: Maestra, non è per niente 'ecologico'.
129. I: Miriam, economico! Comunque non c'è nessuno che ha contato in maniera diversa?
130. Giuseppe: Maestra, ma esiste un altro modo?
131. I: L'altra volta, con i gettoni, avete ragionato in tanti modi diversi.
132. Daniele: Io ho ragionato in modo diverso. Ho contato prima un sacchetto, poi un altro, poi un altro, eccetera e ho contato così: sette…
133. Nicola L.: Maestra c'è un altro modo, ma adesso me lo sto scrivendo.
134. I: Aspetta, ancora non dobbiamo scrivere, stiamo ragionando[20], prova a dire come hai ragionato, senza scrivere. Non voglio sentire le operazioni, voglio sentire come hai ragionato. La traduzione in linguaggio matematico la faremo tra un po'.
135. Nicola L.: Ora ho ragionato in un altro modo. Ho preso prima il tre e ho fatto tre per sei diciotto. Poi ho preso il quattro e ho fatto quattro per sei ventiquattro e poi li ho uniti insieme.
136. I: Prova a spiegare meglio in che modo hai contato[21].
137. Nicola L.: Io ho preso prima una cifra che sarebbe il tre…
138. I: Anziché parlare di cifre, ricordati dei sacchetti e spiega bene come hai contato.
139. Nicola L.: Allora, ho preso un sacchetto e mi sono immaginato quelle tre caramelle. Quelle tre caramelle, c'erano sei sacchetti, quindi si ripetevano per sei volte. Allora ho fatto tre per sei uguale diciotto. Poi ho preso quattro ovetti e ho fatto lo stesso ragionamento, ci sono sei sacchetti, quattro per sei ventiquattro. Ho unito le cifre e mi ha dato il risultato quarantadue e questo è un altro modo in cui ho ragionato[22].
140. Giada: Io mi sono accorta di una cosa, una cosa che hanno detto in tanti, persino io. Alcuni hanno ragionato con sette per sei e altri con sette più sette più sette… e così via fino ad arrivare a sei. Io mi sono accorta che quando dicevano sette più sette più sette più sette più sette più sette, quando abbiamo imparato le moltiplicazioni all'inizio tu ci hai detto che una moltiplicazione è un'addizione ripetuta. Come hanno detto loro ho pensato che sette per sei e sette più sette più sette più sette più sette più sette fossero in un certo senso uguali, il ragionamento è diverso ma il resto uguale. Come se l'addizione la cambiamo in moltiplicazione è uguale a sette per sei.[23].

---

[20] Penso che Nicola L. abbia dato un ottimo suggerimento… comunque il livello dell'attenzione e dell'argomentazione continua a rimanere altissimo. La classe è davvero pronta per dei salti di qualità nelle traduzioni fra linguaggi.

[21] Nicola L. è stato chiarissimo! La traduzione è servita in un vassoio d'argento (e credo che la classe sarebbe stata pronta a discuterlo). Anzi, credo che la traduzione avrebbe permesso un salto di qualità, nel passaggio da due operazioni staccate 3×6=18 e 4×6=24 ad un'unica rappresentazione con le sue equivalenze: 3×6+4×6=18+24=42.

[22] A questo punto avrei dovuto chiedere agli altri bambini di provare a ripetere il ragionamento di Nicola, per condividerlo. Non credo, sono già tutti molto impegnati nel costruire assieme le loro conoscenze.

[23] Continuo a stupirmi per la qualità degli interventi. Mi chiedo quali siano le modalità che l'insegnante – e per la loro parte le sue colleghe – hanno attuato per favorire uno sviluppo così evidente dell'intelligenza sociale della classe. Anch'io sono molto stupita e mi piacerebbe sapere quali interventi didattici siano stati attuati per portare i bambini a questo livello di chiarezza concettuale, espresso mediante interventi così articolati, con caratteristiche di parlato sorvegliato. È un comportamento linguistico degno di parlanti competenti e, nella scuola dell'obbligo, ma anche oltre, è solo in parte perseguibile mediante attività specifiche di cooperative learning, supportate da scritture individuali e personali di sintesi (appunti, schemi, mappe concettuali ecc.).

141. Miriam: Io da prima volevo dire, quando ha parlato Alessandro, ero d'accordo, però lui ha detto che ha ragionato con sette più sette più sette più sette più sette più sette, che però non è molto economico e volevo suggerire che poteva fare una moltiplicazione.
142. I: Adesso dobbiamo tradurre tutto quello che abbiamo detto fino ad ora con il linguaggio matematico. Ognuno di voi su questo foglietto dovrà scrivere in linguaggio matematico un messaggio per Brioshi. E Brioshi dovrà capire che nella nostra classe ci sono sei sacchetti…
143. Martina: Anche col disegno possiamo farlo?
144. I: In linguaggio… ?
145. G: … matematico!
146. I: Brioshi dovrà capire che ci sono sei sacchetti, dovrà capire cosa c'è dentro ogni sacchetto, e tutto questo in linguaggio matematico. Tutto il ragionamento che fino ad adesso abbiamo fatto in linguaggio naturale, dobbiamo tradurlo in linguaggio matematico con un messaggio per Brioshi.
147. *I bambini restituiscono i foglietti con i loro messaggi per Brioshi e trascrivo i vari messaggi sulla lavagna.*

a)	7×6=11	6×7=11	7+7+14		
b)	4+3=7	3+4=7	5+2=7	2+5=7	
c)	4+3=7	7×6=	3+2+2=7	5+2=7	6+1=7
d)	4+3=7	7×6=42	6×7=42		
e)	5+2=7	4+3=7	7×6=42	6×7=42	
f)	6×3=18	6×4=24	18+24=42		
g)	7+7+7+7+7+7=42				
h)	3+4=7	7×6=42=7+7+7+7+7+7+7			
i)	4+3=7	3+3+1=7	6×7=42		
j)	6+4+3				
k)	4+3+4+3+4+3+4+3+4+3+4+3=49				
l)	7+7+7+7+7+7=42				
m)	7=4+3	4+3=7	7×6=42	42=7×6	
n)	4+3=7	7×6=42			
o)	3+4=7=7×6=42				
p)	4+3=7	6×7=42			

148. I: Se vedete qualcosa che secondo voi non va bene, motivando naturalmente, iniziamo a escluderla.
149. Manuela: Sette per sei uguale undici, perché sette per sei uguale quarantadue.
150. I: Va bene, non è un'uguaglianza. Poi?
151. Manuela: Sei per sette uguale undici.
152. I: Perché? Dai non fatevi tirare le parole!
153. Manuela: Perché non è un'uguaglianza.
154. I: Dai, esaminiamole una per volta. Sette più sette più quattordici?
155. Daniele: Non è giusta perché ho contato e mi dà…
156. Giuseppe: Quarantadue!
157. I: Non pensare al risultato.
158. Daniele: Secondo me è sbagliato.
159. I: Perché?
160. Daniele: Perché…
161. Manuela: Secondo me è sbagliata perché non c'è il risultato.
162. I: Solo per quello?
163. Nicola L.: Perché non c'è l'uguale.
164. I: Allora se metto uguale è a posto?
165. Giuseppe: Secondo me è sbagliata perché qui *(indica i sacchetti)* non fa sette più sette, se mai è sette che si ripete sei volte. Non fa sette più sette e si ferma e poi quattordici.
166. Giada: Secondo me è giusta perché i due sette sono formati da tre più quattro o da quattro più tre.
167. I: E quanti sacchetti abbiamo? Ragioniamo, per favore.
168. Raffaele: Per me quell'addizione non vuol dire nulla perché se proprio volessimo specificare qualcosa dovremmo mettere al posto del secondo più l'uguale, se no quella non vuol dire niente, e poi non c'entra con le nostre cose.
169. I: Secondo te qua ci andrebbe l'uguale *(7+7=14)* e l'uguaglianza a questo punto è giusta.
170. Raffaele: È giusta però non c'entra niente, magari se vogliamo contare solo due sacchetti in tutto.
171. I: E possiamo mandare un messaggio con solo due sacchetti a Brioshi?
172. Raffaele: No, in questo caso allora non va bene.
173. *Cancello il messaggio a).*

174. I: Questo è un unico messaggio. Allora cosa possiamo dire di questo messaggio? *Indico il messaggio b).*
175. Nicola L.: Tutto giusto, ho contato ed è tutto giusto.
176. Daniele: Nicò, però devi spiegare tutto il ragionamento.
177. Giuseppe: Se gli dai il tempo, lo spiega.
178. *Nicola legge ad alta voce il messaggio b).*
179. I: Benissimo. E Brioshi cosa capisce?
180. Nicola L.: Che ci sono tante uguaglianze: quattro più tre, tre più quattro, cinque più due e due più cinque, sono tutte uguaglianze che danno come risultato sette.
181. I: Benissimo. E noi dobbiamo comunicare questo a Brioshi?
182. Nicola L.: No. Dobbiamo comunicargli come è venuto fuori questo sette e quale risultato ci ha dato in tutti i sacchetti.
183. Giuseppe: Anziché farlo con le parole questo lavoro bisogna farlo seguendo un ragionamento e non penso che quello lì *(si riferisce al messaggio b.)* sia un ragionamento. Sì, sono tutte cose che danno sette ma non penso che c'entri molto.
184. I: Le uguaglianze sono giuste, però…
185. Giuseppe: Però non c'entra niente con il nostro lavoro.
186. Raffaele: Secondo me qualcuno voleva specificare che ci sono tanti modi per formare sette, però a noi ci importano solo quei due che sono lì *(Indica le due uguaglianze 4+3=7 e 3+4=7)*, per capire quanti sono in un sacchetto.
187. I: È completo questo messaggio per Brioshi?
188. Raffaele: No, perché non capisce che abbiamo altri sacchetti, pensa che stiamo lavorando con un unico sacchetto. Quindi non va bene.
189. I: Quindi in conclusione è un messaggio valido?
190. G: No!
191. *Cancello il messaggio b). Leggo il messaggio c).*
192. I: Cosa ne pensate? Cosa ne pensate riferito al nostro problema? Cosa possiamo comunicare in questo modo a Brioshi?
193. Raffaele: Secondo me anche in questo caso, togliendo la moltiplicazione, qualcuno vuole ancora trovare modi diversi di rappresentare il numero sette. Però noi stiamo lavorando su un'unica addizione, cioè quattro più tre, e magari per trovare il risultato finale potrebbe servire il sette per sei, però tutto l'altro non c'entra e siccome è tutto unito, secondo me il messaggio non va bene.
194. I: Tutto questo non c'entra (*mi riferisco alla seconda parte del messaggio)*, mentre quattro più tre uguale sette e sette per sei li ritieni abbastanza validi.
195. *Cancello la seconda parte del messaggio c). Leggo il messaggio d).*
196. Giuseppe: Io sette per sei uguale quarantadue lo lascerei, perché già abbiamo lasciato sette per sei che era giusto ma mancava il risultato, qua addirittura c'è pure il risultato e io lo lascerei.
197. I: Tu dici che è più completo dell'altro?
198. Giuseppe: Sì.
199. I: Quindi questo possiamo toglierlo? *Mi riferisco alla prima parte del messaggio c) che non avevo cancellato.*
200. Giuseppe: Sì. Intanto è lo stesso.
201. Nicola L.: Io direi che sei per sette uguale quarantadue, lo possiamo lasciare e quattro più tre uguale sette, no.
202. I: Per quale motivo? Motivate sempre.
203. Nicola L.: Quattro più tre uguale sette lo possiamo cancellare perché Brioshi dice "Prima mi mandano un messaggio e stanno lavorando con sei sacchetti e poi mi mandano un messaggio che stanno lavorando con un sacchetto". Quindi quattro più tre uguale sette io direi di cancellarlo e sei per sette uguale quarantadue direi di lasciarlo.
204. I: Perché stiamo lavorando con sei sacchetti che si ripetono per sette volte?
205. Nicola L.: Penso che anche sette per sei uguale quarantadue va bene.
206. Raffaele: Secondo me quello che ha detto adesso Nicola, sei per sette uguale quarantadue, dobbiamo cancellarla perché stiamo lavorando su sette per sei, perché sei sacchetti non si ripetono sette volte, quindi io la cancellerei.
207. Giuseppe: Sono d'accordo pure io perché il risultato è giusto, i numeri sono giusti, però purtroppo sono messi al contrario, perché non sono i sacchetti che si ripetono per i cioccolatini e le caramelle, semmai sono le caramelle e i cioccolatini che si ripetono per il numero dei sacchetti. Quindi pure io la cancellerei.
208. I: Vado?
209. G: Siìì!
210. *Nel messaggio d) cancello 6×7=42.*
211. I: Del quattro più tre uguale sette che cosa ne dite? Avete sentito prima Nicola?
212. Miriam: Io dico che Nicola ha ragione perché Brioshi dice "Prima mi dicono che …"

	1	*1*	*2*	***3***	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	

213. I: L'ordine del messaggio è questo, prima quattro più tre uguale sette e poi c'è sette per sei uguale quarantadue.
214. Miriam: E però quattro più tre uguale sette a me non sembra molto trasparente, perché quattro più tre è sette ed è il numero dei cioccolatini e delle caramelle che ci sono in un sacchetto[24].

[24] *Mi ripeto sottolineando la capacità della classe di argomentare e di partecipare. Ma ribadisco anche che probabilmente un ricorso anticipato alla rappresentazione in linguaggio matematico avrebbe forse impedito il riaffiorare di posizioni - come in b) e in c) - in cui gli alunni hanno rappresentato in modi diversi il 7.*

215. Giuseppe: Pure secondo me quattro più tre dovrebbe essere cancellato perché quel quattro più tre sembra che noi stiamo lavorando su un unico sacchetto e invece qui ne abbiamo ben sei di sacchetti, e quattro più tre uguale sette è come che utilizziamo… cioè stiamo lavorando solo su un sacchetto.[25]
216. Giada: Secondo me non va cancellata perché come hai detto tu quando Alessandro ha fatto direttamente sette più sette più sette… tu gli hai detto "E che cosa sono sette?" e io ho pensato che se lasciamo solo sette per sei uguale quarantadue Brioshi non capisce cos'è quel sette. E secondo me dobbiamo lasciare anche quattro più tre uguale sette.
217. Raffaele: Io ci ho un po' ripensato, perché pensavo che non importasse il quattro più tre uguale sette, però vorrei cercare di trovare qualche segno per specificare che quel sette è quello che stiamo utilizzando nel sette per sei.
218. Giuseppe: Ma noi non lo possiamo modificare… cioè… penso che non lo possiamo modificare, perché noi stiamo guardando questa addizione e penso che non la possiamo modificare perché l'hanno fatta così.
219. Raffaele: Allora non possiamo trovare niente, come ha detto Giuseppe, perché non la possiamo modificare e allora io ci devo pensare.
220. I: Allora facciamo così, tu tieni il tuo pensiero…
221. Raffaele: Perché vorrei trovare qualcosa che specifichi che quel sette sia lo stesso di sette per sei.
222. I: Allora facciamo così, se siete d'accordo, questi *(indico 4+3=7 e 7×6=42)* per il momento li teniamo, intanto abbiamo ancora molti messaggi da esaminare, se troviamo una forma che ci convince di più, poi la sceglieremo, altrimenti certo che si può modificare, se nel frattempo vi viene un'idea per modificare, vediamo di risolvere e di capire l'idea che è venuta a Raffaele di specificare…
223. Raffaele: … a Brioshi che quel sette è sempre lo stesso[26].
224. *Leggo il messaggio e).*
225. I: Cosa ne pensate?
226. Manuela: Per me non è giusto sei per sette uguale quarantadue, perché non dobbiamo moltiplicare i sacchetti[27] per sette volte, ma sette dolci per i sacchetti.
227. I: Quindi secondo te questo *(indico 6×7=42)* va cancellato. Cosa ne pensate?
228. Giuseppe: Maestra, quattro per tre è uguale a prima.
229. *Veniamo interrotti dal collaboratore scolastico per una comunicazione.*
230. I: Dove eravamo rimasti?
231. Raffaele: Dovevi cancellare sei per sette uguale quarantadue.
232. I: Continuate a guardare in quella riga. C'è qualcosa che volete aggiungere?
233. Raffaele: Per me si ripete quattro più tre uguale sette e sette per sei uguale quarantadue.
234. I: Quindi li possiamo tenere?
235. Raffaele: No, dobbiamo cancellare perché li abbiamo già.
236. I: Ma li riteniamo ancora validi?
237. Giuseppe: Sì, ma ci sono tanti doppi.
238. I: Allora abbiamo quattro più tre uguale sette e sette per sei uguale quarantadue che riteniamo validi, poi c'è cinque più due uguale sette, cosa ne pensate?
239. Giada: Io direi di toglierlo, perché sette ci interessa e ci fa capire, ma come ho detto prima non abbiamo cinque cioccolati e due caramelle.
240. I: E quindi?
241. Giada: Direi di cancellarla.
242. I: Avete sentito la spiegazione di Giada? Chi vuole ripeterla?
243. *Gli alunni sono ormai stanchi e perciò non c'è più l'attenzione necessaria, decidiamo di fermarci e riprendere appena possibile dopo le vacanze pasquali.*

---

[25] *Sottolineo questo esempio di tratto del parlato che si definisce "riprogettazione". Ce ne sono altri rinvenibili in altri interventi e segnalati dall'esplicativa "cioè", ma in questo diario l'insieme non è così spezzettato dalle riprogettazioni come ci si aspetterebbe in parlanti così piccoli. Qui siamo difronte ad una riprogettazione sintattica: "*è come che*" viene percepito come forma scorretta e sostituito dalla forma progressiva "*stiamo lavorando*", che risulta più chiara e corretta.*

[26] *L'insegnante ha capito che la bella intuizione di Raffaele che "il 7 è sempre lo stesso" può trovare la sua traduzione in una frase che contenga sia 4+3=7 che 7×6=42 in una loro 'sintesi', e cioè (4+3)×6=42. La sua fatica sarà coronata da successo ancora grazie a Raffaele (462).*

[27] *A Manuela, nell'intrecciarsi degli interventi, è scappato da dire che "si moltiplicano i sacchetti" anziché il numero degli oggetti che ognuno di essi contiene.*

9 aprile 2013 Verbale 2 *(uso del registratore)*

---

244. I: Chi vuole ricordare cosa abbiamo fatto la volta scorsa? Qual era la situazione?
245. Manuela: La nostra situazione iniziale era che avevamo sei bustine con dentro tre caramelle e quattro cioccolatini e ci chiedevi il ragionamento che dovevamo fare per arrivare al risultato, però non pensando al risultato[28]. E dicevamo sempre sei per sette.
246. I: Quello lo vediamo poi. Avete anche scritto tutti… che cosa avete scritto?
247. Manuela: Un messaggio per Brioshi.
248. I: Avete scritto i messaggi per Brioshi e li stavamo esaminando. Avevamo già scartato alcuni messaggi ed era rimasto questo. *Scrivo alla lavagna:*

4+3=7 7×6=42

249. I: Vi ricordate? Adesso scrivo alla lavagna anche gli altri messaggi che non abbiamo ancora esaminati.

f) 6×3=18	6×4=24	18+24=42
g) 7+7+7+7+7+7=42		
h) 3+4=7	7×6=42=7+7+7+7+7+7+7	
i) 4+3=7	3+3+1=7	6×7=42
j) 6+4+3		
k) 4+3+4+3+4+3+4+3+4+3+4+3=49		
l) 7+7+7+7+7+7=42		
m) 7=4+3	4+3=7	7×6=42 42=7×6
n) 4+3=7	7×6=42	
o) 3+4=7=7×6=42		
p) 4+3=7	6×7=42	

250. *Leggo il messaggio f).*
251. I: Chi vuole intervenire?
252. Daniele: Secondo me nella situazione f) ha ragionato così, sei per tre diciotto, sei per quattro ventiquattro, poi diciotto più ventiquattro che sono i risultati delle due moltiplicazioni, poi hanno fatto l'addizione e c'è stato come risultato quarantadue.
253. I: Cosa ne pensi? Pensa alla nostra situazione.
254. Giuseppe: Secondo me va cancellata pure quella perché non so cosa c'entri diciotto più ventiquattro.
255. Raffaele: Secondo me hanno sicuramente iniziato a contare prima le caramelle moltiplicandole[29] per sei, il numero delle nostre bustine, poi hanno messo da parte questa moltiplicazione e hanno fatto sei per quattro e il quattro è il numero dei cioccolatini e lo hanno moltiplicato per sei il numero sempre delle bustine. Poi i due risultati che vengono cioè diciotto e ventiquattro, hanno fatto un'addizione e ha dato quarantadue, il risultato di tutti i dolci.[30]
256. Manuela: Secondo me andrebbero cancellate tutte e tre perché non fanno capire che ci sono sette dolcini e sei bustine secondo me andrebbe anche cancellato diciotto più ventiquattro.
257. I: Chi ha mandato questo messaggio a Brioshi. *Nicola alza la mano.* Dai Nicola vieni a difenderlo.
258. Nicola L.: Io volevo moltiplicare prima il numero delle caramelle col numero delle bustine, facendo sei per tre uguale diciotto, poi sei per quattro moltiplicando il numero dei cioccolatini per le bustine.

---

[28] *Riprendo il commento al rigo 36. C'è un'ambiguità di fondo nelle parole* "arrivare al risultato" *e sarebbe interessante capire da Manuela cosa intende quando parla di 'risultato', termine molto generico, 'foglia di fico' per nascondere un pensiero più complesso da gestire:* "rappresentare il numero complessivo dei dolcetti". *È proprio nella graduale riflessione sulla dicotomia risolvere / rappresentare che si giocano alcune fra le carte più importanti nella costruzione del pensiero pre-algebrico. La classe è davvero molto vicina a questa conquista, e trovo una conferma di ciò nelle parole "però non pensando al risultato" che esprimono in modo naif la 'tensione' fra* ragionamento *(cioè il* processo*) e* risultato *(cioè il* prodotto*)*.

[29] *Non voglio fare il tignoso. So perfettamente che questi dettagli si perdono nella grande ricchezza delle argomentazioni che la classe sta elaborando. Desidero semplicemente invitare l'insegnante a far scattare il campanellino d'allarme anche negli alunni. Vedrà che saranno essi stessi che si accorgeranno degli errori dei compagni e puntualizzeranno che* si moltiplicano numeri e non oggetti*. Nicola L. (258) va esattamente in questa direzione, e questo conferma che la classe è già molto bene impostata in questo senso.*

[30] *Sono sempre più' stupita. In questo intervento di Raffaele la sintassi è paratattica, ma molto corretta e il contenuto ha una coerenza tale da lasciare di stucco!*

259. I: Ascolta Nicola, scusa se ti interrompo, però con il linguaggio naturale stai dicendo una cosa, con il linguaggio matematico ne hai fatto un'altra. Ti voglio far notare questo. In linguaggio naturale stai dicendo che hai moltiplicato… ripetilo.
260. Nicola L.: Ho moltiplicato prima il numero delle caramelle per i sacchetti, poi il numero dei cioccolatini per i sacchetti, poi ho sommato tutti e due i risultati.
261. I: Ora guarda alla lavagna cosa hai moltiplicato. Leggi 6×3, che cosa hai moltiplicato?
262. Nicola L.: Il numero… delle… caramelle?
263. I: Hai ripetuto sei per tre volte. Ora guarda i sacchetti e dimmi cosa c'è. Qual è il numero che si ripete?
264. Nicola L.: Tre!
265. I: Il risultato è uguale perché noi sappiamo che la moltiplicazione ha una proprietà…
266. Nicola L.: … commutativa.
267. I: Forza, esprimiti meglio.
268. Nicola L.: Allora va bene tre per sei, quattro per sei.
269. I: Allora secondo te cosa devi fare per mandare un messaggio più chiaro a Brioshi?
270. Nicola L.: Tre per sei diciotto, quattro per sei ventiquattro, diciotto più ventiquattro uguale quarantadue.
271. I: Ma sei d'accordo su quello che ti ho detto? Prova a spiegarlo ai tuoi compagni.
272. Nicola L.: Tu hai detto che al posto di moltiplicare i sacchetti devo moltiplicare tre caramelle e tre caramelle e tre caramelle per sei volte, poi lo stesso con i cioccolatini, moltiplicare quattro cioccolatini per sei volte e poi lo stesso sommare i risultati.
273. I: Ti sembra una cosa inutile, superflua, quella che ti ho detto? Avremmo potuto anche lasciarlo così, sarebbe chiaro per Brioshi?
274. Nicola L.: No, se il tre lo mettiamo al posto del sei e il quattro lo mettiamo al posto del sei.
275. I: E cosa stai facendo mettendo il tre al posto del sei? Spiega meglio cosa stai facendo.
276. Nicola L.: Se io metto il tre al posto del sei sto moltiplicando tre caramelle per sei volte, se io metto quattro al posto del sei sto moltiplicando quattro cioccolati per sei volte e poi sommo i due risultati.
277. I: In questo caso cosa stiamo applicando… ?
278. Nicola L.: … la proprietà commutativa.
279. I: Il risultato è sempre uguale, però come ti sembra il messaggio per Brioshi?
280. Nicola L.: Se mandiamo questo (*indica il primo messaggio)* Brioshi capirà male, capisce di meno. Se noi lo mandiamo come hai detto tu, maestra, magari Brioshi lo capisce meglio. Altrimenti Brioshi pensa "ma ne hanno dodici cose nel sacchetto?"
281. Manuela: Secondo me non va bene perché sei per tre uguale diciotto non capirebbe cosa abbiamo.
282. I: E se, come ha detto prima Nicola, scriviamo tre per sei è più chiaro? Ora lo scrivo alla lavagna.

3×6=18	4×6=24	18+24=42

283. Nicola L.: Maestra, allora per me non va bene nemmeno sette per sei uguale quarantadue perché Brioshi non capisce. Ora provo a pensarci bene.[31]
284. Giuseppe: Secondo me vanno cancellate perché so che le caramelle si ripetono e dopo ci sono i cioccolatini, ma i cioccolatini e le caramelle non si ripetono prima uno e poi l'altro, si ripetono insieme.
285. Nicola L.: Allora cancelliamo anche sette per sei uguale quarantadue perché Brioshi non capisce quello che abbiamo moltiplicato.
286. Giuseppe: Ma quello lì lo potrebbe anche capire[32] perché noi mettiamo quattro più tre uguale sette.
287. Giada: Secondo me vanno cancellate tutte perché Daniele poco fa ha detto che dovremmo lasciare solo diciotto più ventiquattro uguale quarantadue però non si capisce cos'è quel diciotto e quel ventiquattro e allora secondo me si devono cancellare tutte.
288. Nicola L.: Hai presente tutte le altre?
289. I: Non pensare alle altre adesso, discutiamo su questo messaggio, poi pian piano vediamo tutti gli altri. Giada ha detto una cosa interessante e possiamo vedere se è possibile rimediare. Ha detto che diciotto più ventiquattro è vero che sono il numero delle… ?
290. Nicola L.: Diciotto è il numero delle caramelle, il numero complessivo delle caramelle e ventiquattro è il numero complessivo dei cioccolatini.
291. I: Però è poco trasparente. Ci proviamo a renderlo più trasparente?

---

[31] *Con queste esplicitazioni di dichiarazioni di intenti questi bambini sembrano proprio dei piccoli uomini che sanno ben riflettere sulla propria tecnica di comunicazione. Mi impressionano!*

[32] *Come ho sottolineato (rigo 44) la dislocazione a destra, sottolineo questa dislocazione a sinistra (il complemento nella frase è collocato a sinistra del verbo e ripreso dal pronome) che ha la stessa funzione focalizzatrice.*

292. Nicola L.: Magari a Brioshi possiamo spedire queste bustine.
293. I: No, a Brioshi possiamo spedire solo un messaggio in linguaggio matematico.
294. Nicola L.: No, volevo dire che noi a Brioshi spediamo queste bustine e sopra le bustine ci scriviamo il ragionamento di quelle moltiplicazioni.
295. I: Non possiamo. A Brioshi possiamo spedire un foglio con un messaggio in linguaggio matematico.
296. Nicola L.: Per te, Giada, sembra opaco ma è anche un poco trasparente perché Brioshi potrebbe capire… magari possiamo renderla un po' più trasparente.
297. I: E come?
298. Nicola L.: Maestra, prova a cancellare queste tre. *Si riferisce al messaggio f)*
299. I: Non posso cancellare altrimenti poi dimentichiamo ciò che c'era scritto. Dimmi invece cosa devo scrivere.
300. Nicola L.: Scriviamo sette per sei.
301. I: Allora non vuoi più tener conto del tuo ragionamento?
302. Nicola L.: Voglio fare sette per sei…
303. I: Sette per sei c'è già scritto.
304. Giuseppe: Nicola, tu pensi che questa sia giusta (*indica 18+24=42)?*. Facciamo un esempio, se noi a Brioshi mandiamo questa senza queste due *(indica 3×6=18 e 4×6=24)*, cosa potrebbe pensare? Che il lavoro è completamente diverso.
305. Nicola L.: Ma io vorrei fare un'uguaglianza. Gli mandiamo quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei addizionati.
306. I: Dai proviamo a scriverlo. *Scrivo alla lavagna mentre Nicola detta*.

307. 42=3×6+4×6

308. Nicola L.: Così mi sembra più giusto perché Brioshi può capire.
309. Miriam: Secondo me, non dobbiamo cancellare perché tre per sei è uguale a diciotto, quattro per sei è uguale a ventiquattro e Nicola quando ha fatto il ragionamento ha usato il risultato di tre per sei e il risultato di quattro per sei e ha formato un'addizione usando diciotto più ventiquattro che come risultato dà quarantadue.[33]
310. I: E tu riusciresti a mettere tutto ciò che hai detto in un unico messaggio, in un'unica frase matematica come ha fatto Nicola? Avete seguito l'ultimo intervento di Nicola?
311. *Silenzio.*
312. I: Cosa ha fatto Nicola nell'ultimo intervento? Ha utilizzato anziché diciotto… ha utilizzato la forma… ?
313. Miriam: …non canonica[34].
314. I: La forma non canonica di diciotto. Io in questa uguaglianza posso usare diciotto, ma posso usare anche la forma non canonica di diciotto. Nicola prima lo ha fatto. Guardate bene cosa mi ha dettato: quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei; il quarantadue lo ha voluto spostare all'inizio, perché Nicola, c'è un motivo preciso?
315. Nicola L.: Sì, perché così Brioshi capiva prima il nostro risultato e poi che ragionamento abbiamo fatto per arrivare a quel risultato.[35]
316. I: Non potevamo rendere più trasparente questo (*indico 18+24=42)* sostituendo con le forme non canoniche il diciotto e il ventiquattro? *Sostituisco le forme canoniche con quelle non canoniche e scrivo 3×6+4×6=42.*

3×6+4×6=42

---

[33] *Vedi nota alla riga 255.*

[34] *Definirei questa una risposta obbligata da evitare.*

[35] *Riemerge, inevitabilmente data la delicatezza della situazione, il punto di vista aritmetico, e quindi ancora una volta il* risultato*, seguito dalla 'spiegazione'. Per far comprendere appieno il motivo dell'aver messo il 42 all'inizio della frase è molto potente il ricorso – per livelli sempre più articolati - al* linguaggio naturale*, e si vedrà che riemerge la dicotomia risolvere / rappresentare (v. commento al rigo 245). Bisogna saper* definire *il numero 42 (in questo contesto). Per esempio, riferendoci a quella che chiamiamo 'semantica della situazione': "*42 è il numero totale dei dolcetti nei sei sacchetti*"; dando invece una definizione nell'ambito della 'semantica della matematica', si potrebbe dire: "*42 è la somma fra il numero totale degli ovetti e quello delle caramelle*". Ma anche questa definizione sarebbe opaca rispetto alla scrittura del rigo 307* (42=3×6+4×6)*, che andrebbe ulteriormente perfezionata: "*42 è la somma fra il prodotto del numero degli ovetti in ogni sacchetto e il numero dei sacchetti, e il prodotto fra il numero delle caramelle di ogni sacchetto e il numero dei sacchetti*". Quest'ultima definizione è molto articolata sul piano linguistico; si può tranquillamente (a questa età) costruire collettivamente e permette di capire che, in un contesto come questo, il linguaggio matematico è decisamente più sintetico e chiaro (potremmo definirlo più* potente*) di quello naturale. La pratica della traduzione è lo strumento forse più efficace per costruire conoscenze significative e stabili.*

317. Nicola L.: Sì, sono la stessa cosa solo che lì quarantadue è messo da una parte e qui dall'altra.
318. I: E questo ci comporta differenza? A noi cosa interessa? Che da una parte e dall'altra dell'uguale ci sia un'uguaglianza.
319. Miriam: Io direi di cancellare tutte quelle *(si riferisce a 3×6=18, 4×6=24 e 18+24=42)* e lasciare quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei oppure il contrario, quella che hai scritto adesso.
320. Nicola L.: Per me sono tutte e due giuste.
321. Giuseppe: Se sono tutte e due giuste perché tenerle tutte e due? C'è solo il risultato che in una va prima e nell'altra va dopo. Il ragionamento è quello. Una bisogna farla fuori.
322. Nicola L.: Ma si possono anche tenere, così Brioshi magari capisce che …
323. Giuseppe: Non è che cambi molto. Sono giuste tutte e due ma il ragionamento è sempre quello. La maestra ci ha chiesto di dire il ragionamento non il risultato, non è che se metti il risultato prima anziché dopo il ragionamento cambi[36].
324. Nicola L.: Sì, lo so.
325. Giuseppe: Quindi non vedo il motivo di tenerne due.
326. I: Allora le teniamo un attimo in sospeso e poi decidiamo quale mandare?
327. Nicola L.: Anzi, Giuseppe, lo stai dicendo tu stesso, se il risultato non cambia vuol dire che tutte e due sono giuste[37].
328. Giuseppe: Se tutte e due sono giuste, cosa ce ne facciamo? Ne basta una.
329. Nicola L.: Facciamo così. Adesso, come ha detto la maestra le lasciamo in sospeso e poi decidiamo.
330. Raffaele: Per me, per accontentare le loro richieste puoi mettere prima del quarantadue quella che hai scritto adesso, senza il quarantadue finale.
331. I: Non ho capito.
332. Raffaele: Visto che vogliono tutti e due…
333. I: Dimmi cosa pensi tu.
334. Raffaele: Per me sono tutte e due giuste, ma come ha detto Nicola, prima del quarantadue potresti mettere tre per sei più quattro per sei uguale e dopo viene il quarantadue.
335. I: Pensando ai nostri sacchetti…
336. Raffaele: No, sto dicendo che, visto che sono uguali, per accontentare lui (*Nicola*) che le vuole tutte e due e invece Giuseppe ne vuole una perché è uguale, metterla una all'inizio e una alla fine, potresti mettere…
337. I: Dimmi cosa ne pensi tu. Senza accontentare nessuno. Qua si decide insieme cosa è più chiaro per Brioshi.
338. Raffaele: Per me è più giusta quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei.
339. I: Perché? Dai una motivazione.
340. Raffaele: Perché come ha detto Nicola il nostro risultato era quarantadue e poi specifichiamo come è venuto fuori questo quarantadue.
341. Miriam: Maestra, secondo me dobbiamo cancellare quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei perché se noi non contiamo, in questo caso tutti i sacchetti, tutti i cioccolati e tutte le caramelle, come facciamo ad ottenere quarantadue?
342. Giuseppe: Con il ragionamento. Se qui *(indica i sacchetti)* ce ne sono sette, sono sempre sette in tutti i sacchetti e fai il ragionamento.
343. Miriam: No, aspetta. Prima secondo te metti il risultato e poi… ?
344. Giuseppe: Faccio il ragionamento. Perché ce ne sono tanti. Tu dici che la vuoi cancellare, ma io sto dicendo che ti puoi mettere a contare con le dita fino a quarantadue e poi puoi fare tanti ragionamenti.
345. Raffaele: Appunto! Potresti mettere anche sette per sei.[38]
346. I: E come arrivi al quarantadue?
347. Giuseppe e Raffaele: Con i ragionamenti.
348. Miriam: Se prima tu non conti come fai a sapere il risultato?
349. Giuseppe: Conto.

---

[36] *A futura memoria: questo aspetto si risolve dicendo che l'uguaglianza gode della* proprietà simmetrica *(se a=b allora b=a). Sottolineo qui un altro interessante tratto della sintassi del parlato, definito come "frase scissa", in quanto una frase normalmente costruita ("il ragionamento non cambia se...") viene scissa in due ("non è" "che il ragionamento cambia se..."). La frase scissa come le dislocazioni di cui alle righe 44 e 286, sono tratti che caratterizzano lo stile argomentativo, quando lo scopo del parlante è convincere il ricevente intorno ad una tesi. Nel momento in cui fossero programmate delle attività per condurre gli alunni ad un efficace passaggio dal parlato allo scritto, questi piccoli testi trascritti potrebbero essere molto utili.*

[37] *Permane la 'questione risultato' illustrata in numerosi commenti.*

[38] *Un commento relativo alla discussione: è molto raro che ben sei alunni argomentino fra loro (340-345) e che l'insegnante svolga il ruolo di ascoltatore senza intervenire. Ancora complimenti.*

350. Nicola L.: Miriam, il risultato lo abbiamo già tirato fuori.
351. Miriam: Ho capito, ma prima…
352. *Alcuni compagni interrompono Miriam.*
353. I: Aspettate un attimo. Ascoltate Miriam.
354. Miriam: Se prima non conti, come fai ad avere il risultato di quella operazione?
355. Nicola L.: Ma noi abbiamo già contato, quindi possiamo scrivere il risultato.
356. Miriam: Ma prima, prima di contare, come fai ad avere il risultato[39]?
357. I: Allora, pensiamo un attimino al messaggio per Brioshi. Cosa gli vogliamo far capire? Che prima… ? Andate in ordine di tempo su come avete ragionato.
358. Raffaele: Ah! Allora in questo caso va bene la seconda (*3×6+4×6=42).*
359. I: Perché? Dite sempre il perché.[40]
360. Raffaele: Perché abbiamo iniziato a contare le caramelle di tutti i sacchetti, dopo abbiamo contato gli ovetti per i sei sacchetti che abbiamo. E poi il risultato di questa addizione è quarantadue.
361. Giada: Secondo me ha ragione Miriam perché noi quando facciamo un'addizione o una moltiplicazione non iniziamo dal risultato, ma iniziamo dall'operazione e poi ci mettiamo il risultato e invece quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei mi sembra poco chiara, perché come ho detto prima, non è che l'operazione la iniziamo con il risultato, prima dobbiamo contare per sapere il risultato.[41]
362. I: In questo caso sì. Però abbiamo visto che sono delle uguaglianze quindi l'uguaglianza è sempre giusta, ma nel nostro caso dobbiamo pensare "Qual è, tra i due modi, il modo più chiaro per far capire a Brioshi il nostro ragionamento?"
363. Giada: Sì, maestra. L'anno scorso tu ci avevi detto che la forma canonica di un numero poteva stare in mezzo alle uguaglianze o all'inizio o alla fine.[42]
364. I: Se è un'uguaglianza da qualunque parte dell'uguale ci deve essere…
365. Raffaele: Quindi basta che lo metti o davanti o dietro o in mezzo è sempre un'uguaglianza.
366. I: Qua abbiamo solo un uguale, quindi scriviamo o da una parte dell'uguale o dall'altra.
367. Raffaele: Ed è sempre un'uguaglianza. Infatti quelle due sono uguali, ma come hanno detto Miriam e Giada, prima scriviamo il ragionamento e dopo ci viene il risultato. Invece quello che ha detto Nicola, lui prima ha pensato subito al risultato e poi ha spiegato come è uscito questo risultato.
368. Manuela: Io volevo dire che secondo me quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei è più opaca di tre per sei più quattro per sei uguale quarantadue.
369. I: Perché è più opaca?
370. Manuela: Perché non so da dove viene quel quarantadue.
371. I: Vi voglio far notare che queste sono due uguaglianze. Abbiamo solo spostato da una parte dell'uguale il quarantadue e dall'altra parte la forma non canonica.
372. Raffaele: È la stessa uguaglianza.
373. I: La forma non canonica del numero quarantadue è proprio uguale, anche qua. Quindi l'opacità o la trasparenza è la stessa in questo caso. Opaco era il numero diciotto, perché non era chiaro come lo avevamo ottenuto, e ventiquattro perché non era chiaro come avevamo trovato il ventiquattro.
374. Giada: Io direi di lasciare quarantadue uguale tre per sei più quattro per sei, e poi tre per sei più quattro per sei uguale quarantadue, e poi vedere.
375. I: E perché non lo vediamo adesso? Vogliamo rimandare ancora?
376. Raffaele: È la stessa cosa, soltanto che uno spiega direttamente il risultato e poi ti dice la spiegazione per quel risultato e invece l'altro è direttamente dall'inizio.
377. *Si decide di tenere 3×6+4×6=42. Leggo il messaggio g).*
378. I: Chi vuole intervenire?
379. Daniele: Secondo me va cancellata perché si può fare in un altro modo, con una moltiplicazione, sette per sei.
380. I: E sette per sei c'è già.
381. *Cancello il messaggio g) e leggo il messaggio h).*

---

[39] *V. commento al rigo 327. L'insegnante dovrà affrontare la 'questione risultato' che tiene ancorata al suolo una mongolfiera ormai pronta a sollevarsi. È un nodo fondamentale nella costruzione dell'early algebra, tanto più accessibile nel vostro caso, data la qualità a livello cognitivo e sociale della classe (l'ambiguità prosegue negli scambi fino a 376, in 438, 439 e in altri ancora).*

[40] *Questi inviti dell'insegnante sono sempre molto puntuali.*

[41] *Bella argomentazione e bella frase scissa. I tratti del parlato ci sono tutti ma ribadisco che dal punto di vista della maturazione cognitiva questi bambini mi impressionano alquanto.*

[42] *Ottima semina...*

382. Raffaele: Per me quel sette più sette più sette… lo puoi anche cancellare, perché basta dire solo sette per sei. Se vuoi fare due uguaglianze visto che quarantadue è in mezzo, sono tutte uguaglianze.
383. I: Sono tutte uguaglianze, però io adesso devo farvi notare una cosa.
384. Giuseppe: È poco economico.
385. I: Oltre ad essere poco economico, nel ripetere sette più sette più sette… ce n'è anche uno in più, infatti ci sono sette volte sette. Non vi siete resi conto, perché quando ripeti tante volte lo stesso numero, non ci siamo resi conto che anziché sei volte è ripetuto sette volte.
386. Raffaele: Allora non è neppure un'uguaglianza.
387. I: È vero. Non è neppure un'uguaglianza.
388. Raffaele: Lì dovresti mettere l'uguale tagliato *(≠)*.[43]
389. I: Quando ripeti tante volte uno stesso numero…
390. Giuseppe: Maestra, perdi il conto.
391. I: Quindi aveva ragione Giuseppe, è poco economico.
392. Giuseppe: E il primo pezzo, tre più quattro uguale sette ce l'abbiamo già, è scritto sopra.
393. I: Ce l'abbiamo già. Quindi cancello. *Cancello il messaggio h).*
394. Raffaele: Maestra, ora che mi è venuto, non so perché, ma la prima che hai scritto, lassù… *(indica 4+3=7 e 7×6=42).*
395. I: Il messaggio che abbiamo salvato l'altro giorno?
396. Raffaele: … mi ricordo che stavo dicendo che volevo cercare un segno per indicare che quel sette era lo stesso della moltiplicazione.
397. I: Spiegati meglio.
398. Raffaele: Quel sette, il risultato di quattro più tre, volevo trovare un segno che faccia capire a Brioshi che quel sette risultato è anche quel sette della moltiplicazione.
399. I: E non riusciamo a trovarlo? Spiega ai tuoi compagni cosa vuoi dire, ché mi sembrano un po' sulla luna.
400. Raffaele: Che voglio cercare un segno per far capire a Brioshi che quel sette che è il risultato sia lo stesso di quello, se no non capisce se sono due cose completamente diverse che hanno lo stesso numero o se hanno qualcosa in comune.
401. Nicola L.: Hai presente le prime due, quelle che sono scritte in alto *(indica sempre 4+3=7 e 7×6=42)* io metterei un uguale.
402. I: Un uguale?
403. Nicola L.: Un uguale per dire a Brioshi che avevamo quattro cioccolatini e tre caramelle e in ogni bustina c'erano sette dolcini e mettendo l'uguale magari Brioshi capisce che sono sempre gli stessi.
404. I: Dici un uguale qua? *(Scrivo 4+3=7=7×6=42)*
405. Nicola L.: O mettiamo un segno che faccia capire che sono un unico messaggio o una delle due va cancellata; ci vorrebbe un segno che faccia capire a Brioshi… *è perplesso*.
406. Raffaele: Mi sembrava strano che voleva mettere l'uguale, perché così sembravano delle uguaglianze. Ho capito che voleva cercare di mettere quel sette nella moltiplicazione, però se mette l'uguale sono tutte e due uguaglianze e invece non sono uguaglianze perché prima di tutto non danno lo stesso risultato e secondo una moltiplica molto di più e l'altra addiziona.
407. Giuseppe: Volevo dire che se gli mandiamo quel quattro più tre uguale sette, potrebbe non capire perché quattro più tre sette è solo una volta e che senso avrebbe mandargli il sette che si ripete sei volte? Quindi bisogna trovare un segno se no potrebbe non capire.
408. I: State parlando di un segno per unire i due messaggi? Vi lancio una sfida. Provate a trovare un'unica frase in linguaggio matematico, facendo capire a Brioshi che quel sette lo abbiamo formato unendo quattro più tre.
409. Manuela: Per me quattro più tre uguale sette e accanto ci metterei per sei uguale quarantadue.
410. *Scrivo 4+3=7×6=42.*

4+3=7×6=42

411. Raffaele: No, così è la stessa cosa che ha detto Nicola.
412. I: Siete sicuri che quattro più tre sia uguale a sette per sei e sia uguale a quarantadue?
413. Raffaele: Per me è come quella che ha detto Nicola senza il risultato di quattro più tre.
414. Manuela: Per me prima quattro più tre è uguale sette e poi bisogna aggiungere per sei.
415. Nicola L.: Ma così Brioshi non lo capisce. Lui capisce che quattro più tre è uguale a sette per sei ed è uguale a quarantadue. Non è un'uguaglianza.
416. I: Dove non c'è l'uguaglianza?

[43] *… e aggiungerei ottimo raccolto!*

417. Raffaele: Non è un'uguaglianza. Nel primo uguale dovresti mettere l'uguale "spaccato".
418. I: Nel primo? *Scrivo 4+3 ≠ 7×6=42*.

4+3≠7×6=42

419. I: Quindi quattro più tre è diverso da sette per sei uguale quarantadue. Niente di fatto allora. Torniamo a noi. Iniziamo a vedere se c'è qualche altra cosa da salvare, così poi ci concentriamo su quello che vogliamo salvare?
420. Giuseppe: Il messaggio i) è da cancellare.
421. *Leggo il messaggio i).*
422. Giada: Per me tre più tre più uno dobbiamo cancellarla perché noi abbiamo quattro cioccolatini e tre caramelle.
423. I: Poi?
424. Giada: Quattro più tre uguale sette ce l'abbiamo già e anche sei per sette.
425. I: Abbiamo sei per sette?
426. Raffaele: No, abbiamo sette per sei perché non si ripetono i sacchetti per il numero dei dolci, si ripetono i dolci per il numero dei sacchetti.
427. I: Ok, quindi teniamo sette per sei che è più chiaro, ci fa capire meglio.
428. *Leggo il messaggio j).*
429. I: Sei più quattro più tre cosa vi dice?
430. Giuseppe: A me niente.
431. Giada: Secondo me è sbagliata perché è opaca.
432. I: State usando il termine opaco un po' a sproposito[44].
433. Giuseppe: Dobbiamo spiegare il perché.
434. I: Infatti. Sei più quattro più tre, riflettete.
435. Giada: Secondo me non si capisce molto.
436. Manuela: Anche per me non si capisce cosa è sei.
437. Raffaele: Anche per me non si capisce, ma se il bambino metteva al posto del primo 'più' un 'per' si poteva capire. Anzi no, perché ripeteva il numero dei sacchetti per i… No, niente, non si capisce.
438. Martina: Per me non si capisce perché non c'è il risultato.
439. Raffaele: Per me Martina ha detto una cosa che non serve, perché anche se aveva il risultato non sarebbe stata chiara. Sì, è vero che noi abbiamo quattro cioccolatini e tre caramelle, però quel sei non c'entra niente con l'addizione. Quindi anche se mettiamo il risultato è sempre sbagliato. No, risultato o meno, non serve.
440. *Cancello il messaggio j) e leggo il messaggio k).*
441. Raffaele: Per me è sbagliata perché quattro più tre si ripete una volta in più, cioè sette volte.
442. I: No *(contiamo insieme quante volte si ripete quattro più tre)*, come ripetizione è giusta.
443. Raffaele: Allora il risultato è sicuramente sbagliato.
444. I: L'uguaglianza non c'è perché questa somma corrisponde a quarantadue. Quindi non c'è l'uguaglianza.
445. Raffaele: Allora se metteva quarantadue era giusta. Ma per metterla più economica poteva mettere sette più sette più sette… o sette per sei e ce l'abbiamo già. Quindi se togli quel nove *(del quarantanove)* e metti il due è la stessa cosa di sette per sei e c'è già.
446. I: Siete sicuri che sia la stessa che abbiamo lì *(7×6=42)* sulla lavagna? Sistemiamo l'uguaglianza, mettendo quarantadue anziché quarantanove, sicuramente è stata una svista di chi ha mandato questo messaggio. *Sostituisco il numero quarantanove con quarantadue*. Provate a leggere in linguaggio naturale ciò che vedete in questa somma.
447. Raffaele: Forse è uguale all'altra. I tre si ripetono sei volte e i quattro si ripetono sei volte.
448. I: Ma qua non sono i tre che si ripetono sei volte. Che cosa si ripete sei volte?
449. Raffaele: Quattro più tre si ripete.
450. I: Quattro più tre si ripete sei volte.
451. Raffaele: Se togliamo il primo quattro sembra che si stia ripetendo tre più quattro, è la stessa cosa se lo togliamo però non dà più il risultato quarantadue, perché è come togliere una parte del quarantadue.
452. I: Provate a ripetere in linguaggio naturale ciò che vedete in questa somma

4+3+4+3+4+3+4+3+4+3+4+3=42

453. Daniele: Quattro più tre, quattro più tre, poi continua a ripetersi, però non mi pare molto… cioè è troppo lunga.
454. I: Si può accorciare? Abbiamo un modo per accorciarla?

---

[44] *Osservazione molto corretta. V. Commento al rigo 59.*

455. Raffaele: Mi è venuto in mente che quest'anno o forse l'anno scorso mi ricordo che avevamo fatto che se c'erano due operazioni si doveva fare sempre prima la moltiplicazione. Mi è venuta un'idea, se mettiamo quattro più tre per sei. Quattro più tre per sei uguale quarantadue.[45]
456. Scrivo alla lavagna:

4+3×6=42

457. I: Cosa hai appena detto Raffaele, che noi quest'anno facendo un gioco[46] abbiamo scoperto che…
458. Raffaele: … abbiamo scoperto che, visto che ci possono essere operazioni con un'addizione insieme a una moltiplicazione, si inizia sempre dalla moltiplicazione.
459. I: E allora qua ci viene un pasticcio. Cosa dovrei fare?
460. Raffaele: Dovresti mettere il sette.
461. I: Allora dobbiamo trovare un modo per far capire che quattro più tre sta insieme. *Non si trovano soluzioni.* C'è un modo per far capire che cioccolatini e caramelle stanno insieme? Un simbolo della matematica. Voi avete detto che è quattro più tre che si ripete per sei volte. Raffaele si è ricordato che i matematici hanno deciso che, in una serie di operazioni con segno diverso, si eseguono prima le moltiplicazioni rispetto alle addizioni. Quindi noi dovremmo fare prima tre per sei, ma non è questo che noi vogliamo fare. Noi vogliamo che sia il quattro più tre insieme a ripetersi sei volte. Quindi dobbiamo trovare un modo per tenere insieme quattro più tre. *Ancora silenzio*. Abbiamo dei segni in matematica che ci aiutano a tenere insieme dei numeri, come chiusi in una scatolina?
462. Raffaele: Le parentesi? Per mettere un solo numero racchiuso.
463. I: Prova ad esprimerti meglio.
464. Raffaele: Se noi mettiamo le parentesi con dentro quattro più tre, sembra che stiamo dicendo sette.
465. I: È una forma non canonica del numero…
466. Raffaele: … sette.
467. I: Certo, è la forma non canonica del numero sette. Ecco il "segno" che volevano trovare Raffaele e Nicola per far capire che il numero sette dei dolci era lo stesso che si ripeteva nella moltiplicazione.
468. Raffaele: Allora questa *indica (4+3)×6=42* è uguale a quella *indica 4+3=7 e 7×6=42*[47].
469. I: Chiarisci meglio.
470. Raffaele: Se noi togliamo i due sette e l'uguale, mettiamo le parentesi a quattro più tre, le uniamo ed è uguale a questa.
471. I: Abbiamo sostituito al sette…
472. Raffaele: … la sua forma non canonica.
473. I: Benissimo, dai che ancora non abbiamo finito, vediamo gli altri messaggi.
474. *Il messaggio l) viene cancellato perché ritenuto non economico. Il messaggio m) viene ritenuto vero, in quanto le uguaglianze sono reali, ma non chiaro. Il messaggio n) è uguale al messaggio salvato nell'incontro precedente e ormai superato. Nel messaggio o) si rileva che non si rispettano le uguaglianze. Nel messaggio p) la prima parte è uguale alla prima parte del messaggio salvato nell'incontro precedente e nella seconda parte si rileva che non è il numero dei sacchetti che va ripetuto sette volte.*
475. *Sono quindi rimasti per Brioshi due messaggi che scrivo alla lavagna.*

(4+3)×6=42 3×6+4×6=42.

476. I: Quale messaggio possiamo mandare a Brioshi? Possiamo mandare entrambi i messaggi? Entrambi sono chiari ed economici? Come vi sembrano? Fanno capire come abbiamo ragionato? Vedete un pochino e poi decidete.
477. Raffaele: Per me la a), perché prima siamo riusciti a tenere uniti il quattro più tre.
478. I: Provate a ragionare. Nella prima, cosa vediamo, riferita ai nostri sacchetti?
479. Raffaele: In ogni sacchetto ci sono quattro ovetti e tre caramelle e poi questi quattro ovetti e tre caramelle li abbiamo ripetuti per il numero dei sacchetti.
480. I: Perfetto. Qua, *indico il messaggio b)* si è ragionato in un altro modo altrettanto perfetto.
481. *Raffaele è pronto a rispondere.*
482. I: Qualcun altro vuole intervenire? *Nessuna proposta di intervento.*
483. Raffaele: Secondo me hanno ragionato, prima hanno ripetuto per sei sacchetti le tre caramelle, poi mettendo da parte questa moltiplicazione hanno ripetuto sei volte il numero dei cioccolatini.

---

[45] *Splendido il motorino Raffaele e ennesimi complimenti all'insegnante.*
[46] *Sarei curioso di sapere se per caso fosse il gioco del Sì e del No.*
[47] *Raffaele è davvero prezioso.*

484. I: Sto per farvi una richiesta difficilissima. Ora Raffaele sta zitto e riflettono tutti gli altri. *Leggo i due messaggi mettendo enfasi nell'**uguale quarantadue**.* Cosa possiamo tirar fuori da queste due frasi?[48]
485. Nicola L.: Da queste due frasi possiamo tirar fuori un messaggio, che possiamo anche abbreviare. Puoi scrivere così, quattro più tre per sei uguale quarantadue e potremmo anche aggiungere il messaggio tre per sei più quattro per sei uguale quarantadue. Poi vorrei mettere un uguale tra tutti e due.
486. I: Mi detti quello che vuoi scrivere?
487. Scrivo alla lavagna ciò che mi detta Nicola.

$$(4+3)\times 6=42=3\times 6+4\times 6=42$$

488. Raffaele: Secondo me dovresti togliere il quarantadue alla fine perché è un'uguaglianza e c'è già lì. Se lasci due quarantadue sembrano due messaggi, c'è già.
489. Nicola L.: Io volevo specificare che quattro più tre messo tra parentesi per sei uguale quarantadue, è uguale anche a tre per sei più quattro per sei uguale quarantadue.
490. Raffaele: Scusa, ma se c'è già lì, lo sprechi quel quarantadue.
491. I: È un'uguaglianza questa? Ci sono dei numeri in diverse forme?
492. Raffaele: Sì maestra, sembra che stai ripetendo una forma canonica per due volte.
493. Nicola L.: In questo caso direi che nell'uguaglianza la forma canonica, cioè quarantadue, può stare o all'inizio, o al centro o alla fine e quindi direi l'ultimo quarantadue di toglierlo.
494. I: Togliamo l'ultimo?
495. G: Sì.

$$(4+3)\times 6=42=3\times 6+4\times 6$$

496. I: Quindi dire quattro più tre ripetuto sei volte è come dire quarantadue ed è come dire tre per sei più quattro per sei.
497. Raffaele: I due messaggi vicino al quarantadue, le due uguaglianze, è come dire quarantadue, è la forma non canonica.
498. I: Bene, possiamo chiudere? Siete stati stupendi Senza ancora aprire i sacchetti, ditemi, c'è una caramella e un cioccolatino per ognuno di voi?
499. C: Siìì!
500. I: Perché?
501. Raffaele: Perché diciotto è maggiore di diciassette, che siamo noi, e anche ventiquattro.
502. I: E se vi ho fatto uno scherzo e nei sacchetti ci sono i gettoni, come nella prima lezione?
503. C: Nooo!

Apriamo i sacchetti e mangiamo i cioccolati e le caramelle. .[49]

---

[48] *La mia domanda non è molto chiara ma Nicola coglie subito ciò che intendo proporre.*

[49] *Ho già fatto in molti commenti le mie congratulazioni all'insegnante, ora esprimo una considerazione conclusiva di tipo 'meta'. Credo che il chiarimento di alcuni concetti chiave relativi a* trasparente-opaco, processo-prodotto, *e soprattutto* risultato, *renderà ancora più efficaci le prossime discussioni perché gli alunni sapranno superare con maggiore chiarezza certi nodi che li tengono un po' 'fermi al guado'. Invito quindi l'insegnante ad alleggerire certi passaggi che, se da un lato riflettono il suo legittimo obiettivo di favorire la chiarezza della discussione e l'ascolto reciproco, e quindi la costruzione sociale della conoscenza, da un altro obbligano gli alunni (bravissimi!) a ripetizioni di concetti già espressi che ritengo che possano essere velocizzati proprio grazie agli ottimi livelli raggiunti dalla classe (mantenendo naturalmente sempre ben fermo l'obiettivo di fondo di non perdere il controllo sui significati).*
*Un'ultima nota: ho attribuito un link a termini usati dalla classe (*rappresentare, opaco-trasparente, forma canonica-non canonica di un numero, economico, tradurre, Brioshi*) per evidenziare, oltre alla ricchezza delle argomentazioni, la correttezza della terminologia in uso, che indica in modo molto chiaro la condivisione da parte della classe del quadro teorico-metodologico dell'insegnante. Gli alunni diventano davvero produttori di pensiero matematico. Sarà molto importante (forse l'insegnante lo ha già fatto) proseguire nella riflessione sull'uguaglianza conquistata dalla classe in modo da far emergere gli aspetti concettuali della proprietà distributiva.*
Mi associo a Giancarlo Navarra nel fare i miei complimenti all'insegnante per la conduzione della lezione, didatticamente ineccepibile e corrispondente a molti dei criteri metodologici propri di ArAl. Sulla lingua che caratterizza questo diario faccio alcune osservazioni generali. Ci sono rivelatori che si tratta di una trascrizione dal parlato, ma gli interventi dei bambini sono complessi, molto articolati e con esplicitazione degli elementi comunicativi veramente fuori della norma. A volte questi bambini sembrano parlare con tempi di riflessione e modi di costruzione,

	1	*1*	*2*	***3***	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	

tali da farli sembrare dei parlanti molto competenti, che dominano perfettamente la lingua e sono talmente consapevoli dei ruoli nell'interazione nel gruppo classe da segnalarli linguisticamente nei loro interventi. Un comportamento linguistico davvero molto evoluto.