15 febbraio 2010 1 (Traccia del lavoro svolto) *"Fili e bottoni"*
Commenti dell'E-tutor Navarra

LINGUAGGIO, TRADURRE, RAPPRESENTARE

La mattina porto alcune scatolette tutte uguali. I bambini giocano a indovinare il contenuto. Dopo alcuni momenti di contatto con il materiale (le scatole contengono fili e bottoni), chiedo loro di pensare a come fanno per contare tutti gli oggetti contenuti nelle scatolette.
Prima di metterli al lavoro, chiedo loro di rappresentare sul quaderno la situazione con il linguaggio grafico: poi si passa a quello matematico. Specifico di non calcolare, ma solo di far capire agli altri il procedimento.
Scrivo alla lavagna tutte le rappresentazioni matematiche della "storia", si discute, si giunge a considerare fedeli e trasparenti quattro scritture:

6×5=a 7×5=e a+e=s	6+7=a a×5=b
6×5+7×5=a	(6+7)×5=a

Ogni bambino è infine invitato a scegliere e scrivere sul quaderno una delle quattro scritture, quella che gli sembra più facile e chiara "per lui/lei".

17 febbraio 2010 2 (Uso del registratore) "La pasta di Charlie"

Premessa, obiettivi, contesto in cui si colloca il diario

La classe terza B della scuola primaria "Luigi Mauro" è composta da ventuno alunni e dalla prima partecipa al progetto ArAl.

Il presente diario, tratto dall'unità del progetto ArAl sulla proprietà distributiva, sviluppa l'obiettivo del curricolo ***3.f.*** *Riconoscere attraverso opportune situazioni problematiche concrete le due rappresentazioni della proprietàdistributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione e, pur in modo embrionale, la loro equivalenza.*

LINGUAGGIO, TRADURRE, RAPPRESENTARE

Dando seguito ad una nostra canzoncina su Charlie, gran pasticcione in cucina, racconto una storia: il protagonista vuol fare una pastasciutta, ma non sa che serve l'acqua; colora di tempera i maccheroni perché li vuole rossi; infila una sequenza di 2 penne rosse e 5 tortiglioni bianchi in un fil di ferro e porta la collana in tavola. Mentre parlo, coinvolgo un certo numero di bambini nella preparazione della collana, avendo due formati di pasta, uno da me colorato e l'altro no.[1] *La collana viene chiusa e appesa davanti a tutti.*

I: Ora vi chiedo di esprimere con le vostre parole la situazione: descrivete sul quaderno ciò che vedete usando il linguaggio naturale, in italiano.
Amadeus: Ma dobbiamo scrivere il problema con la domanda?
I: No, solo quello che vedete davanti a voi.
Emanuele: Tipo... io vedo…
I: Benissimo, proprio così. Siate chiari: uno che non è qui con noi deve – leggendo la vostra descrizione – immaginare esattamente questa collana.
Dopo 2 minuti di lavoro, i bambini sono invitati a leggere a turno quanto hanno scritto e a riconoscersi eventualmente nel "tipo" di descrizione.[2]
Alessia: "Io vedo 9 piatti. Ogni piatto ha 2 paste rosse e 5 paste bianche[3]".
Amadeus: Quello di Alessia è simile alla mia.
Alberto: Il mio è identico.
Eva: Il mio quasi, quasi… uguale.
I: Quasi uguale… Che cosa c'è di diverso?
Eva: Ci sono sempre i piatti, ma vedo prima le 5 paste bianche, poi le 2 rosse.[4]
Alessia Letizia: Anch'io ho così come Eva.
Iva: Anch'io.
Samuele: Io ho scritto "Vedo 2 pezzi di pasta rossa per 9… 9 volte e 5 pezzi di pasta bianca ripetuti per 9 volte[5].
Sara: Io ho fatto come Eva.
Nixhare: Io conto 5 più 2…[6]
I: Un momento… Samuele ha proposto un'altra versione della storia. C'è qualcuno che si riconosce nella sua descrizione?
Elmedina: Io, ma non tanto uguale.

---

[1] *I bambini come sempre reagiscono molto vivacemente agli spunti emotivi della storia (consigli su come cuocere la pasta, numero dei "piatti" da preparare, giudizi sul nostro Charlie…) Questo in realtà serve per farli entrare nella situazione e per manipolare verbalmente i numeri proposti o mostrati. In effetti, mentre infilano i moduli, qualcuno dice "un piatto per Charlie, uno per la mamma…", cosa che influenzerà poi la percezione di molti alunni. Il piatto funziona comunque bene come metafora del modulo.*

[2] *Dalla seconda abbiamo lavorato un po' sull'analogia strutturale, non solo nelle successioni ArAl, ma anche nelle modalità di procedimenti, nelle esecuzioni musicali, nei contesti più ampli, anche se mi rendo conto che è difficile gestire il piano su cui si trova la "struttura": talvolta un bambino sa riconoscere somiglianze strutturali nonostante le differenze nei dettagli più evidenti, mentre un altro coglie solo l'aspetto esteriore e sembra che dialoghino tra loro usando lingue differenti.*

[3] *Per seguire meglio le varie proposte, preferisco provare a tradurle man mano. In questo caso mi sembrerebbe più probabile* $9\times(2+5)$ *(Alessia, Amadeus, Alberto). Approfitto per ricordare che l'esperienza insegna che è meglio non fidarsi troppo degli 'identico' perché spesso gli alunni non colgono sfumature molto importanti (del tipo: inserimento di '=', scambi di numeri, eccetera).*

[4] $9\times(5+2)$ *(Eva, Letizia, Iva, Sara, Gianluca).*

[5] $2\times9+5\times9$ *(Samuele, Claudia).*

[6] *Nixhare, che poi non prosegue la sua proposta, probabilmente sarebbe nell'area* $(5+2)\times9$.

I: Non tanto uguale… Prova a leggere.

Elmedina: Io vedo 9 pezzi da 2 di pasta rossa e 9 di pasta gialla da 5 messi così: 2 rossi, 5 gialli e così via[7].
Claudia: Io ce l'ho quasi identica alla sua (*indicando Samuele*).
I: Forse le parole saranno diverse, ma la storia è quella…
Claudia: No, le parole sono quasi uguali, solo che non ho detto due volte "ripetute 9 volte".
Amadeus: Ma Samuele ha detto che mezza pasta rossa… ma invece non c'è mezza pasta.
Samuele: No, non ho detto così.
I: Samuele, prova a rileggere che ascoltiamo meglio.
Samuele: "Vedo 2 pezzi di pasta…
I: Ah pezzi, non mezzi! Pezzi per dire elementi, come questo (*toccando la collana*), non per dire che è stata rotta…
Amadeus: Aaahh (*ride divertito*).
Gianluca: "Io vedo…
I: Gianluca, volevi rispondere qualcosa a Samuele?
Gianluca: No, è un po' uguale a quello di Alessia, ma certe parole sono diverse.
I: Allora facciamo così: tu leggi la tua descrizione e qualcuno ti aiuterà a capire se le parole diverse cambiano la storia o se comunque la storia è come quella di Alessia… e di Alberto e di Amadeus, eccetera.
Gianluca: "Io vedo 9 piatti di 2 paste diverse: 5 paste bianche e 2 rosse".
Alessia: È la stessa storia con parole diverse.[8]
5/6 mani alzate si abbassano.
I: Siete d'accordo con Alessia?
G: Sì!
I: Tu sei d'accordo, Gianluca?
Gianluca: Sì… (*leggendo il suo testo*)
Amadeus: Però non c'è "vedo 9 piatti".
Gianluca: Sì, eccolo: "Io vedo 9 piatti".
I: Bene, risolto! Allora quelle parole diverse non cambiano il significato della scrittura di Gianluca. Va bene: abbiamo due tipi di storie. Chi non si riconosce né nella storia di Alessia né in quella di Samuele? Chi ha visto un'altra cosa?[9]
Lisa: "Io vedo una collana di pasta: 2 di rossa e 5 di bianca[10]".
Elmedina: Lei ha detto solo un piatto.
Lisa: Io ho detto che vedo la collana… "io vedo una collana", non ho parlato di piatti[11].
Elmedina: Una collana piccola, solo un piatto… pezzo della collana.
I: Hai capito che cosa ti ha detto Elmi? Crede che tu abbia guardato tutta la collana…
Sara: Ha visto solo un quarto.
I: Un quarto? Cioè uno su quattro?
Alberto: No, un nono, sono 9 parti!
I: Giusto: ha descritto uno dei nove pezzi. Prova a completare adesso, dai!
Lisa: In tutto sono 9 piatti.[12]
I: O se preferisci 9 parti, 9 gruppi.
Entra un bidello e annuncia che Alessia e Alessia Letizia devono uscire con i genitori (restiamo in 17).
Emanuele: Io ho quasi la stessa di Lisa… adesso che ha finito. "Io vedo 9 gruppi da 7 e 2 paste rosse e 5 paste bianche in ogni gruppo[13]".
Iva: Cosa intendi con "da 7"?
Emanuele: 7 pezzi di pasta.
I: Qui Emanuele ha inserito un nuovo numero; il 7. Spiegaci, Emanuele, dove l'hai visto…

---

[7] *Elmedina 'vede' la collana così: 9×2+9×5, che effettivamente è una rappresentazione diversa di quella di Samuele.*
[8] *Mi sembra che, più che a quella di Alessia: 9×(2+5), assomigli a quella di Eva, Letizia, Iva, Sara: 9×(5+2).*
[9] *Credo di essere stata sola in questo momento a trattare le rappresentazioni per categorie. Durante l'attività mi sembrava che il mio pensiero fosse condiviso da molti. In effetti i bambini stanno lavorando più a livello locale, o al massimo per confronti a due delle rappresentazioni. Forse avrei dovuto dare più spazio alla cosa. Penso che l'insegnante abbia ragione. Non credo che gli alunni abbiano capito che si trattava di 'due tipi di storie'.*
[10] *Lisa sembra pensare al solo 2+5 (v. Commenti successivi).*
[11] *Questa puntualizzazione fa sorridere. Elmedina parla della struttura profonda della rappresentazione, mentre Lisa è molto legata all'aspetto fenomenico della storia. Sì: Elmedina 'accusa' Lisa di citare 'solo un piatto' (un modulo) Mentre Lisa, con il suo '2 di rossa e 5 di bianca', sembra riferirsi a tutta la collana.*
[12] *Lasciar passare il concetto che 'in tutto' ci sono nove piatti è pericoloso, perché opacizza quello di* infinitezza della successione. *Sarebbe meglio evidenziare che si sta parlando della parte* visibile *di una collana infinita.*
[13] *Emanuele descrive la collana in due tempi: attraverso 9×7 esprime il numero degli elementi visibili, e attraverso 2+5 esprime quello degli elementi di un modulo.*

Emanuele: Sono… quanti fanno in tutto un gruppo di paste[14].
Elena: Io ce l'ho quasi uguale ad Alessia , solo con alcune parole diverse.
I: C'è qualcun altro che vuol leggere il suo testo? Non ho sentito Michelle, Zeno, Nixhare…[15]
Michelle: Io penso di aver fatto sbagliato.
I: Allora facciamo così: tu presenta ugualmente la tua rappresentazione, anche se pensi che sia sbagliata. Poi qualcuno ti dirà se è d'accordo che hai sbagliato o se hai visto giusto.
Michelle: "Il piatto di Charlie è fatto di 2 colori. Bianco e rosso e…" mmh qui ho cancellato… "lo infila in un filo".
Alberto: È sbagliato perché dice solo che ha una collana… che ha i piatti, però non si sa quanti sono… e poi dice solo che è fatta di pasta.
I: Ma secondo voi il testo è proprio sbagliato? Michelle ha raccontato un'altra storia?
Emanuele: È la nostra, solo che… mancano…
Amadeus: È un'altra storia, solo che ha le stesse cose che abbiamo noi.
I: Ma io trovo Charlie, la pasta…
G: … e la collana, i colori.
I: Che cosa doveva fare Michelle per rendere più fedele il suo testo?
Claudia: Diceva quanti pezzi di pasta bianca e quanti di rossa c'erano.
I: Giusto, doveva contare! Ti mancano tutti i numeri e quindi non possiamo farci un'immagine chiara, una fotografia della collana. Non è sbagliata, ma manca una parte importantissima: i numeri.
Nixhare: La mia è sbagliata.
I: Allora dicci subito perchè
Nixhare: Perché ho fatto 5+2.
I: E perché è sbagliato?
Nixhare: Perché ho fatto 5+2 che fa 7 e non ho messo che cos'è.
Gianluca: Dovevi scrivere che cosa vedi su quella collana.
I: Bene. Finora abbiamo tre tipi di storie: quella del gruppo di Samuele, quella di Alessia e quella di Michelle, quando avrà terminato di scrivere la storia. Manca ancora Simone. Prima di leggere, dicci subito: a che squadra appartieni? La tua storia, secondo te, in che gruppo sta?
Simone: "Vedo Charlie…
I: Prima di leggere, prova a dire "La mia storia è simile a quella di…"
Simone: … di Michelle.
I: Quindi che storia ci aspettiamo?
Michelle: Una storia senza numeri.
Simone: "Vedo Charlie che ha fatto 9 piatti di pasta. La pasta è: 2 rosse e 5 bianche[16]".
Emanuele: Per me la storia è giusta… ma è giusta… non so come…
Elena: Però ha i numeri!
Amadeus: La sua storia sta nel gruppo di Alessia.
Sara: Per me sta in quella di Lisa.
I: Allora rileggiamo quella di Alessia che legge Alberto, poi quella di Lisa e quella di Simone, State attenti che dobbiamo sistemare il testo di Simone o nel gruppo di Alberto o in quello di Lisa.[17]
I tre bambini rileggono di seguito i loro testi
Simone: Io penso che sia simile ad Alberto.
Sara: Lui ha fatto come Lisa solo che ha cambiato: invece della collana ha messo i piatti.[18]
Claudia: Per me è come quella di Alberto perché ha detto che ripeteva per 9 volte la pasta[19] invece Lisa prima aveva sbagliato.
Emanuele: Ma non c'è Charlie!

---

[14] *Qui forse sarebbe meglio far riformulare la frase (da Emanuele o da un altro) perché quel 'fanno in tutto' sottolinea ancora una volta che lui ha in mente l'idea forte del calcolo e del risultato.*
[15] *Un'osservazione 'a latere': ho l'impressione che in questi casi il linguaggio matematico sia più potente e chiarificatore di quello naturale. Io, per esempio, ho sentito il bisogno di tradurre le definizioni in linguaggio simbolico, e così facendo mi sono reso conto di numerose sfumature che mi erano sfuggite ad una prima lettura. Quando le differenze sono sottili, e si gioca su osservazioni davvero 'sofisticate', il linguaggio matematico è di grande aiuto. Forse avrei anticipato il ricorso alla lavagna.*
[16] *La traduzione di Simone potrebbe essere 9×(2+5). È vero che è come quella di Alessia.*
[17] *Penso che abbiate scritto i testi da qualche parte perché davvero non capisco come gli alunni facciano a seguire le varie sfumature. La concentrazione e la collaborazione sono davvero molto alte. Complimenti alla classe!*
[18] *Avrei potuto chiedere ad Amadeus (penultimo intervento) e a Sara di spiegarsi meglio. Ma la discussione procedeva e non è facile fermare il treno in corsa…*
[19] *Osservazione corretta.*

Chiedo ai bambini di passare a rappresentare la situazione utilizzando il linguaggio matematico. Ricordo che non importa sapere il numero degli elementi della collana, ma il procedimento per contarli.
A turno i bambini dettano la loro scrittura. Ci sono alcuni che desiderano subito fare delle osservazioni, ma come facciamo sempre, rimandiamo tutto ad un secondo momento.

a) 5:2	Alexandra
b) 2×10=a 5×9= a+e=s	Emanuele
c) 2×5=a	Lisa
d) 7×9=a	Eva, Zeno, Gianluca, Nixhare
e) 7×9+2×5=a	Michelle
f) 5+2=7 7×9=a	Amadeus
g) 5+2=a a×9=b	Iva
h) (5+2)×9=a	Alberto, Elena, Sara
i) 2×9=a+5×9=b a+b=c	Elmedina
l) 5+2+9=a	Simone
m) 2×9+5×9=a	Claudia, Samuele

Iva: 5 diviso 2 non si può mettere perché 5 non si può dividere per 2.
Simone: Sì, perché non è in tabellina e c'è il resto[20].
I: Ed è questo il motivo per cui è sbagliata? Se volessi dividere 5 mele tra 2 bambini?
G: Si può. Fa 2 e mezzo.
Iva: Si può, ma non viene il numero totale.
G: Non è della città del divido.
Taglio alla lavagna la a).
Sara: La b) nella prima operazione: dove l'ha preso il 10?
Emanuele: Ho contato 2 paste rosse ripetute per 10 volte… (*indicando sul suo quaderno).*
I: Ah, guardate che cosa è successo: Emanuele si è fatto una trappola da solo. *(Sollevo il quaderno verso la classe)* Visto?
A: Ha disegnato 2 paste rosse in più alla fine.
I: Allora questa rappresentazione è molto buona per questo disegno, ma questo disegno non rappresenta la collana di Charlie. Emanuele si è preparato una trappola e poi ci è cascato… Ha lavorato bene in base al suo disegno, ma devo toglierla dalla lavagna, perché non corrisponde alla situazione.
Elena: Togliamo la g) perché non hanno detto dove hanno trovato quel 7.
Nixhare: Siamo stati avari.
I: Sì, ieri abbiamo detto così: avari di informazioni, perché non avete mostrato il vostro pensiero. D'ora in poi diremo "opachi", come una tenda davanti alla finestra, che non ci fa vedere che cosa succede. Il vetro invece è…
G: Trasparente!
Zeno: Perché ci fa vedere oltre[21].
Emanuele: Allora la f) è trasparente!

---

[20] *En passant: prima o poi sarà opportuno far riflettere sul fatto che in una divisione c'è sempre il resto, anche se sembra che non ci sia quando il resto è zero.*

[21] *Bella la metafora dell'avarizia. Anche l'opposto non è male:* generoso*. Si potrebbe proporre questa coppia a supporto di quella trasparente-opaco. Facendo i sofisti (neanche tanto) si potrebbe osservare che 'opaco-trasparente' si riferisce* alla scrittura*, e 'avaro-generoso' si riferisce* all'autore*: un autore 'generoso' propone scritture 'trasparenti' e uno 'avaro' scritture 'opache'. Da pensarci.*

Claudia: La c) va tolta perché ha solo… non si ripete per 5 volte ma si ripete per 9 volte la pasta e là c'è scritto solo che ci sono 2 pezzi di pasta.
I: Qualcuno vuole aggiungere qualcosa? Togliamo questa?
G: Sì.
Simone: Secondo me la h) è giusta, perché è giusto che fa 5+2 perché fa 5 paste bianche più 2 paste rosse e poi è giusto anche perché le ripete per 9.
G: Sì sì.
I: Molto bene, bravo Simone. In effetti la h) rappresenta bene la collana. Guardatela: è lei.
Eva: Secondo me la l) è sbagliata perché è giusto che c'è 5+2, però dopo non ci sono altre 9 cose.
Simone: È giusto.
I: Che cosa è giusto?
Simone: Ha ragione Eva. Mi sono sbagliato con… mi sono sbagliato[22]
Alberto: Per me la g) è giusta perché prima dice 5+2 paste che sono un piatto che fa un certo numero… e poi quel certo numero ripetuto per le 9 volte che sono il numero dei piatti.
G: Sì, è giusta.
Alla lavagna la situazione è la seguente:

~~a) 5:2~~	Alexandra
~~b) 2×10=a~~ ~~5×9=~~ ~~a+c=s~~	Emanuele
~~c) 2×5=a~~	Lisa
d) 7×9=a	Eva, Zeno, Gianluca, Nixhare
e) 7×9+2×5=a	Michelle
f) 5+2=7 7×9=a	Amadeus
g) 5+2=a a×9=b	Iva
h) (5+2)×9=a	Alberto, Elena, Sara
i) 2×9=a+5×9=b a+b=c	Elmedina
~~l) 5+2+9=a~~	Simone
m) 2×9+5×9=a	Claudia, Samuele

È già suonata la campanella del pranzo e dobbiamo sospendere i lavori. Riprendono il giorno successivo.

[22] *Anche qui valeva la pena fermarsi. Simone spesso butta le operazioni a caso, invece in questa occasione ha dimostrato di osservare e di riflettere sulla situazione proposta. Anche dopo, con la sua difficoltà a riconoscere giusta una rappresentazione diversa da quella "vista" rivela la sua attenzione.*

18 febbraio 2010 2 (Uso del registratore) "La pasta di Charlie"

Ricopio nuovamente le diverse rappresentazioni matematiche (anche quelle non corrette e perciò tagliate). La collana è rimasta sempre appesa sopra la lavagna.

~~a) 5:2~~	Alexandra
~~b) 2×10=a~~ ~~5×9=~~ ~~a+e=s~~	Emanuele
~~c) 2×5=a~~	Lisa
d) 7×9=a	Eva, Zeno, Gianluca, Nixhare
e) 7×9+2×5=a	Michelle
f) 5+2=7 7×9=a	Amadeus
g) 5+2=a a×9=b	Iva
h) (5+2)×9=a	Alberto, Elena, Sara
i) 2×9=a+5×9=b a+b=c	Elmedina
~~l) 5+2+9=a~~	Simone
m) 2×9+5×9=a	Claudia, Samuele

Claudia: Per me è sbagliata la e) perché anche qua sono stati opachi, il calcolo è opaco.
Iva: Inoltre è cambiato il segno: anziché fare 2 più 5 hanno messo 2 per 5.
Claudia: E inoltre hanno aggiunto il 2 per 5 che non serviva; ma dovevano stare insieme, con il 2 più 5.
I: Allora Claudia dice che nella prima parte la rappresentazione è opaca, come nella d). poi Michelle è andata avanti. Ci racconti che cosa rappresenta quel "2×5"?
Michelle: 2 paste rosse e 5 bianche.
I: E come si traduce in linguaggio matematico "2 paste rosse e 5 bianche"?
Michelle: Più[23].
I: Brava.
Michelle: Ho sbagliato… ho scambiato le operazioni.
Sara: Secondo me la f) è giusta perché fa 5+2 che fa 7 che è un piatto di pasta. Poi il 7 viene ripetuto per 9 volte e fa un certo numero.
Iva: È quasi uguale alla g) solo che ha i numeri invece che le lettere.
Amadeus: È vero.
I: Molto bene: sono proprio la stessa rappresentazione.
Zeno: Secondo me la m) è sbagliata perché le due paste non sono ripetute per 9 volte… ehm *(guardando perplesso)*.
Elena: Le due paste rosse sono ripetute per 9 volte.
Zeno: Sono ripetute per 9 volte però è sbagliata.
Emanuele: Devi dirci il perché.
Zeno: Perché le 2 paste rosse non sono…
Iva: Ha fatto solo un pezzettino perché le paste rosse sono ripetute per 9 volte e anche le 5 paste bianche, però non ha fatto il… Sì, è giusta!
G: È giusta!
Alexandra: Per me è giusta perché il 2 è ripetuto per 9 volte e anche il 5, e il totale anche è giusto.
I: Secondo te, perché Iva era un po' perplessa?
Iva: Mi sembrava che mancasse l'ultimo pezzo.

---

[23] *Non conosco Michelle, ma in linea di massima sarebbe stato meglio farle chiarire il suo pensiero in modo completo: '2 più 5', al posto del solo 'Più'.*

I: E c'è l'ultimo pezzo o no?'
Iva: No, non serve perché ho già ripetuto le 2 paste e le 5 paste.
I: Spiega bene quale pezzo pensavi mancasse.
Iva: Pensavo mancasse il totale. Invece c'è: è il totale del 2 per 9 più il 5 per 9.
I: E qual è il segno che indica il totale?
Iva: Quello in mezzo: il più.
I: Bene. Teniamo questa rappresentazione.
Simone: Secondo me non è giusta perché la storia richiede 5 paste bianche per 2 rosse.
I: Quindi volevi ritornare al "2×5"? (*mostrando alla lavagna la scrittura tagliata)…*
Simone: No, volevo 2 per 9 perché la storia dice che ci sono 5 paste bianche e 2 rosse e non può essere le 2 paste bianche ripetute per 9 volte.
Lisa: Le 2 non sono paste bianche!
Simone: Eh… so… sono paste rosse. E però ho detto che… le… paste rosse non vanno ripetute per 9 volte.
G (Lisa e Alexandra): Siìì! (*girandosi insieme verso Simone*) Vanno ripetute!
Simone: Eh, secondo me non è giusta perché non si dovrebbe… si dovrebbe ripetere 5 più 2 per 9.
G: Ma siìì!
Alexandra: Sì, si ripetono per 9 volte[24]
I: Alexandra, lui non mi sembra d'accordo, prova a convincerlo.
Zeno: Conta le paste rosse sulla collana.
Alexandra: Perché le paste rosse… non è che devi contare solo una volta, viene contato 9 volte in totale. Sono quelle due e le conti 9 volte: una, due (*contando sulla collana*)…
I: Allora possiamo dire che è giusta. Anche se questa scrittura è molto diversa dalle altre, funziona, cioè rappresenta bene la nostra situazione.
Sara: Per me la i) è giusta e sembra quasi uguale alla m) soltanto la m) non ha il pezzo sotto mentre la i) sì.
Lisa: Anche per me è uguale alla m).
Iva: Secondo me è giusta, c'è solo un errore, che se vuole fare un calcolo tutto insieme deve togliere "uguale a".
I: Molto acuta questa osservazione! Il pensiero è corretto, ma c'è un piccolo errore di punteggiatura.
Ci si ferma ad osservare le varie rappresentazioni matematiche, puntando il riflettore sul fatto di avere un'unica riga di scrittura o più passaggi. Poi chiedo all'autrice dell'ultima rappresentazione di riformulare la sua scrittura.
Elmedina: 2×9=a 5×9=b a+b=c.
I: Molto bene. Adesso la rappresentazione di Elmi assomiglia molto a un'altra.
G: A quella di Emanuele!!!
I: Emanuele ed Elmi hanno pensato proprio allo stesso modo, poi Emanuele ha fatto una trappola e ci è caduto, per cui è saltato fuor un 10, ma il pensiero era questo.
Alla lavagna sono rimaste cinque rappresentazioni fedeli e trasparenti. Viene scelta la g) come rappresentante della categoria (piace più della f) perché ha il numero nascosto).
Ciascun bambino è poi invitato a scegliere tra le quattro rimaste e a scrivere sul quaderno quella che ritiene più semplice e chiara per contare tutti gli elementi della collana. Sottolineo che la scelta è assolutamente individuale e che ciascuna persona ha il suo stile, le sue preferenze. Ecco le scelte effettuate:

(a) 5+2=7 7×9=a	2 alunni (Alessia, Eva)
(b) (5+2)×9=a	10 alunni (Alberto, Alessandra, Elena, Elmedina. Emanuele, Gianluca, Lisa Nixhare, Sara, Simone)
(c) 2×9=a 5×9=b a+b=c	1 alunno (Letizia)
(d) 2×9+5×9=a	5 alunni (Alexandra, Claudia, Samuele, Zeno)

Da ultimo si vota la rappresentazione matematica da mandare alla scuola media come scelta collettiva. 15 votano la b) e 3 la d), in quanto ritenute più "da grandi": più rapide e fatte da una scrittura unica.

---

[24] *Questo scambio è interessante, perché da qui gli bambini cominciano a confrontare veramente le rappresentazioni, con tutta la difficoltà che comporta l'accettare due rappresentazioni diverse entrambe come corrette. I bambini mi sono apparsi molto veri, sia nei loro dubbi, sia nella foga con cui difendono una particolare percezione della realtà. Concordo in pieno. Ma aggiungerei che tutti gli scambi sono stati molto interessanti, puntuali, profondi, e che l'insegnante ha svolto un ruolo davvero efficace.*

25.

[25] *Complimenti. Siete davvero pronti per il passaggio finale: se* (5+2)×9=a *e* 2×9+5×9=a*, allora* (5+2)×9=2×9+5×9.