
Commenti Emma Pareti, laureanda
Commenti Insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe I A è composta da 10 alunni,[1] di cui 4 femmine e 6 maschi. Sono presenti due alunni stranieri di seconda generazione. Quest'anno, ha iniziato ad approcciarsi in maniera graduale alle tematiche ArAl, seguendo le indicazioni contenute nel testo "Matematica e pensiero relazionale. Classe prima", attraverso un percorso che prevede un coinvolgimento progressivo e consapevole.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Dopo aver lavorato sulla rappresentazione canonica e non canonica del numero, per favorire l'analisi delle relazioni fra i numeri e lo sviluppo del pensiero relazionale, vengono proposte, per la prima volta, attività sul "Confrontare senza calcolare", a partire da situazioni concrete.[2]

1. *L'insegnante dispone due gruppi di mattoncini Lego su due banchi, posizionati uno accanto all'altro, e chiede ai bambini di descrivere la situazione usando le parole banco, destra, sinistra e mattoncini.[3]*



2. Arianna: Vedo sul banco a sinistra alcuni mattoncini rossi.
3. Insegnante: Sai contare? Conta i mattoncini. Avvicinati, li puoi anche toccare.
4. *L'alunna conta i mattoncini.*
5. Insegnante: Adesso che hai contato i mattoncini, descrivi la situazione.
6. Arianna: Sul banco di sinistra vedo 7 mattoncini rossi a sinistra e 3 mattoncini gialli a destra e sul banco di destra vedo 7 mattoncini rossi a sinistra e 2 mattoncini blu e 1 arancione a destra.[4]
7. I: Benissimo! Adesso scrivo la descrizione di Arianna alla lavagna. Pietro, puoi tradurre in linguaggio matematico la descrizione di Arianna?[5] Vieni.
8. *L'insegnante evidenzia la prima parte della frase.*
9. *Pietro scrive: 7 e 3.*
10. I: Facciamo finta che qui con noi ci sia Brioshi che, come sappiamo, non sa scrivere e non sa leggere in italiano, ma conosce benissimo il linguaggio matematico. Come scriveresti questa "e" in linguaggio matematico?
11. *Pietro cancella la congiunzione e scrive il simbolo +.*

---

[1] *Numerosità tanto rara quanto utile per favorire la partecipazione di tutti gli alunni.*

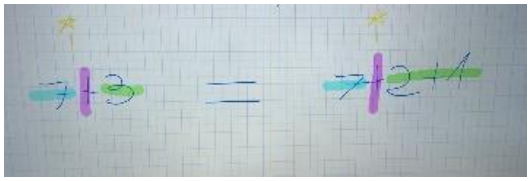
[2] *Sono partita da semplici situazioni concrete, come indicato nelle riflessioni condivise da Navarra.*

[3] *La richiesta da parte dell'insegnante di utilizzare determinate parole è certamente utile se si vuole ottenere una descrizione della situazione che sia il più particolareggiata e chiara possibile. Non dobbiamo infatti dimenticare che siamo in una classe prima primaria: per gli alunni potrebbe essere ancora difficoltoso riuscire a fornire descrizioni in maniera totalmente autonoma e dare suggerimenti in merito alle parole da utilizzare può essere un'ottima strada per favorire l'autonomia.*

[4] *Da questo intervento è evidente il grande lavoro svolto dall'insegnante e dai bambini per arrivare a fornire descrizioni di cotanta chiarezza.*

[5] *La convinzione con la quale l'insegnante rivolge una richiesta in maniera così diretta denota una grande sicurezza nelle capacità e nelle conoscenze degli alunni, sicurezza probabilmente frutto dalla condivisione del quadro teorico con gli alunni stessi, che infatti non mostrano nessuna perplessità. La* condivisione del quadro teorico con gli alunni *è un costrutto del Progetto ArAl e rappresenta un grande cambiamento rispetto alla consueta didattica dell'aritmetica e dell'algebra. L'insegnamento della matematica nella prospettiva dell'early algebra va costruito non solo proponendo attività e atteggiamenti in gran parte diversi da quelli abituali, ma anche condividendo con gli allievi i costrutti che li sorreggono, in gran parte nuovi per lo stesso insegnante che deve fare i conti, quasi sempre, con un entroterra di tipo* procedurale. *Ad esempio: se la dualità 'trasparente/opaco', presente anch'essa nel quadro teorico del progetto, è ritenuta importante per comprendere il significato di concetti come 'processo' e 'prodotto', allora è necessario fare in modo che anche gli alunni si impadroniscano del loro significato, favorendo la loro capacità di usarli in modo adeguato come* traghetti semantici.

12. I: Bravissimo![6] Adesso rappresenta in linguaggio matematico il numero dei mattoncini sul banco a destra.
13. *Pietro scrive 7+2+1 a destra della scrittura 7+3 e dopo aggiunge il simbolo dell'uguaglianza accanto alla rappresentazione 7+2+1=.*
14. I: Perché hai messo l'uguale?
15. Pietro: Perché dobbiamo calcolare.
16. I: Non ho detto che dobbiamo calcolare, ma che dobbiamo solo rappresentare[7] in linguaggio matematico la descrizione di Arianna. Arianna ha detto che sul banco a sinistra ci sono 7 mattoncini rossi e 3 mattoncini gialli, mentre sul banco a destra ci sono 7 mattoncini rossi, 2 blu e 1 arancione.
17. *L'uguale viene cancellato.*[8]
18. I: Pietro ha tradotto bene?
19. Valerio: Sì, secondo me ha tradotto bene.
20. Lidia: Sì, ha scritto bene. Ha scritto bene.
21. I: Allora, l'uguale che Pietro voleva mettere qui in fondo, lo metto tra le due scritture:



Secondo voi, questa uguaglianza è vera? Mi spiego meglio: dobbiamo scoprire insieme se il numero dei mattoncini sul banco a sinistra è lo stesso di quelli sul banco a destra, ma senza fare i calcoli. Questa è la novità di oggi: non possiamo fare calcoli.[9]

22. *Arianna alza subito la mano e l'insegnante, pensando erroneamente che la bambina avesse fatto dei calcoli, le ribadisce che non può farli.*[10]
23. Arianna: Ma io non ho fatto calcoli. Ho visto che il 7 c'è da tutte e due le parti. Poi il 3 a sinistra è in forma non canonica, il 3 a destra è in forma non canonica ed è scritto 2 più 1.
24. I: Wow! Bravissima! Leggi quest'ultima scrittura come una bambina grande.[11]
25. Arianna: La somma tra 2 e 1 è la forma non canonica di 3.[12]

---

[6] *Forse sarebbe stato opportuno invitare Pietro a verbalizzare quanto stava facendo, vista anche la sua successiva risposta (15)*

[7] *Anche in questo caso, mi preme sottolineare la sicurezza con la quale l'insegnante puntualizza la differenza tra* risolvere *e* rappresentare ***[Navarra, 2022, V.5]****: evidentemente è convinta che tale differenza sia chiara ai bambini e in effetti, dato il successivo andamento dell'attività, la sua fiducia è ben riposta.*

[8] *Nonostante probabilmente l'insegnante sia sicura che agli alunni sia chiara la differenza tra* risolvere *e* rappresentare *(Com-7), credo sarebbe stato interessante chiedere a Pietro di verbalizzare quanto stava facendo, quindi chiedergli di spiegare perché l'uguale andasse cancellato: sia per assicurarsi che la differenza tra risolvere (v. (15) "calcolare") e rappresentare fosse chiara anche a lui, sia per ascoltare eventuali commenti degli altri alunni rispetto a quanto aveva affermato Pietro.*

[9] *Anche in questo caso, mi sembra sia meritevole evidenziare la 'fiducia' che l'insegnante dimostra nei propri alunni: non è scontato che i bambini capiscano subito cosa significa "non possiamo fare calcoli", ma in effetti sembra sia così.*

[10] *Ad essere sincera, l'intervento di Arianna mi ha sorpreso, poiché nella mia analisi a priori non avevo affatto considerato che un bambino potesse arrivare a confrontare i termini di questa uguaglianza senza il mio supporto.*
Anch'io sono molto stupito. La bimba è davvero in gamba! Però credo che ci sia un retroterra didattico molto ricco che emerge chiaramente anche dagli altri interventi, magari meno 'acuti', ma altrettanto importanti sul piano dei concetti, della terminologia, dell'argomentazione…

Lo immagino! Tenuto conto che è la prima volta che ai bambini viene proposta un'attività su Confrontare senza calcolare (d'ora in poi CsC), l'intervento di Arianna è davvero impressionante. La fiducia dell'insegnante era ben riposta!

[11] *Uso spesso questo espediente (rubato a Navarra) di trattarli come "bambini grandi" perché ho visto che funziona e li stimola a fare meglio.*

[12] *Continuo a stupirmi della padronanza lessicale e semantica degli alunni.*

26. I: Bravissima! Mi hai stupito con effetti speciali! E io che pensavo che non foste pronti e che vi avrei dovuti imboccare! Allora, Arianna è stata bravissima. Ha confrontato solo i numeri, ma oltre ai numeri c'è un altro simbolo in questa scrittura. Quale simbolo c'è? [13]
27. Pietro: C'è anche il più. Ce lo abbiamo qui (indicando 7+3) e anche qui (indicando 7+2+1).
28. I: Bravo! Abbiamo il simbolo + in entrambe le situazioni, sia a sinistra che a destra. Queste situazioni vi ricordano la fatina o la streghetta?[14]
29. I bambini in coro: La fatina.
30. I: Quindi, cosa posso disegnare sul simbolo +?
31. I bambini in coro: La bacchetta magica.
32. I: Siamo tutti d'accordo sul fatto che abbiamo due situazioni che ricordano la fatina, quindi due somme. Adesso che abbiamo confrontato sia i numeri che le relazioni, possiamo dire che è vera questa uguaglianza? Ho fatto bene a mettere l'uguale o ho sbagliato e l'uguale mi fulmina?
33. Lidia: Non devi mettere la saetta. L'uguale non si arrabbia.[15]
34. Arianna: Non lo devi mettere il fulmine, perché a sinistra il 7 è in forma canonica e a destra è in forma non canonica…no sempre in forma canonica, il 3 a sinistra è in forma canonica e a destra è in forma non canonica, in tutte e due abbiamo la bacchetta quindi hai fatto bene a mettere l'uguale.[16]
35. I: Bravi, bravissimi! Continuiamo con un'altra situazione[17] usando tante paroline, come ha fatto prima Arianna. Vi ricordate del nostro campionato? Come si chiama il nostro campionato?
36. Lidia: Parolo olimpiadi.
37. I: Parolimpiadi. Sarà premiato chi sarà più bravo a usare tante parole.
38. *Viene presentata una nuova situazione concreta e si chiede di descriverla.*
39. I: Valerio vieni a descrivere la situazione.
40. *Il bambino si rifiuta di avvicinarsi*[18] *e si propone Lidia.*
41. Lidia, *dopo aver contato i mattoncini rossi sul banco a sinistra*: Io vedo nel tavolo a sinistra un gruppo di 5 mattoncini gialli e un gruppo di 9 mattoncini gialli, no, rossi. Poi vedo nel tavolo a destra quattro mattoncini rossi e…
42. I: Sei sicura? Conta bene i mattoncini.
43. Lidia, *dopo aver contato nuovamente i mattoncini*: Io vedo nel tavolo a sinistra un gruppo di 5 mattoncini gialli e un gruppo di 9 mattoncini rossi. Poi vedo nel tavolo a destra 5 mattoncini gialli e nel secondo gruppo 8 mattoncini rossi e 1 blu.[19]
44. I: Bravissima!
45. Lidia: Posso scriverlo in linguaggio matematico?

---

[13] *Nella fase iniziale, i bambini si concentrano principalmente sui numeri, senza prestare attenzione alle relazioni che li collegano ad altri numeri (questo comportamento l'ho osservato anche in quarta). Per focalizzare l'attenzione sulle relazioni, ho utilizzato la strategia cromatica e continuerò ad impiegarla finché non acquisiranno maggiore consapevolezza delle connessioni tra i numeri e le loro relazioni.*

[14] *Abbiamo sperimentato il gioco della "Matematochetta", che si è rivelato uno strumento particolarmente efficace non solo per comprendere le situazioni additive, ma anche per sviluppare le capacità argomentative e per rappresentare i concetti in linguaggio matematico.*

[15] *Da questo intervento di Lidia si intuisce che probabilmente l'insegnante ha fatto largo uso di espedienti narrativi: non tanto per catturare l'attenzione degli alunni, quanto per veicolare significati. Lo si intuisce anche da altri interventi: (28), (103), (122). L'osservazione è molto acuta, e tocca un aspetto importante del rapporto fra docente e alunni, anche giovani: la capacità di condividere la leggerezza di una pensosità anche ironica,* interna *alla narrazione matematica, senza scivolare nella leggerezza (solo apparente, frequente) dell'atteggiamento giocosamente scherzoso, che vorrebbe alleggerire ma in realtà interrompe l'azione didattica.*

[16] *Quasi cinquanta parole! Complimenti!*

[17] *Forse sarebbe stato interessante chiedere a qualche altro bambino cosa ne pensasse dell'affermazione di Arianna. Dato che si è trattato di un intervento particolarmente articolato e inframezzato da un ripensamento, non è scontato che tutti ne abbiano capito il significato.*

[18] *Valerio è un bambino molto timido e la presenza della laureanda lo ha frenato.*

[19] *Trovo interessante che Lidia non abbia ripreso la frase dal punto in cui si era interrotta ma che invece l'abbia riformulata dall'inizio: ipotizzo sia perché gli alunni sono abituati a formulare argomentazioni chiare e complete, e azzardo che forse sono anche consapevoli dell'importanza sociale di argomentazioni così formulate. Concordo con l'osservazione e condivido l'azzardo.*

46. I: No, Lidia, facciamo lavorare anche gli altri.[20] Vieni Valerio,[21] vieni a scrivere in linguaggio matematico quello che ha detto Lidia. Tu sei bravo con il linguaggio matematico, vieni.
47. *Valerio viene alla lavagna.*
48. I: Lidia ha detto che sul banco a sinistra ci sono 5 mattoncini gialli e 9 mattoncini rossi.
49. *Valerio scrive 5+9.*
50. I: Sul tavolo a destra ci sono 5 mattoncini gialli, 8 mattoncini rossi e 1 blu.
51. *Valerio scrive 5+8+1 accanto alla scrittura 5+9.*
52. I: Bravissimo! Se io adesso metto l'uguale fra queste due scritture, rischio di essere fulminata o no? È vera questa uguaglianza?
53. Valerio: Non lo so, no.[22]
54. I: Prova a ragionare come ha fatto prima Arianna. Cosa rimane uguale? Cosa cambia?[23]
55. Valerio: 8+1 è la forma non canonica.
56. I: Di chi?
57. Valerio: Del 9.
58. I: Ricomincia da capo.
59. Valerio: 8+1 è la forma non canonica del 9 e 9 è la forma canonica del 9.
60. Insegnante: Poi. Cos'altro c'è di uguale?
61. *Valerio sta per rispondere, ma Lidia lo interrompe.*
62. I: Lidia, lo lasci parlare? Vai Valerio, continua.
63. Valerio: 5 è sia qui che qui in forma canonica.
64. Lidia: Maestra, io avevo ragionato così: 5 è sia a destra che a sinistra e anche 9 è sia a destra che a sinistra, perché io l'ho fatto solo con la testa. Ho guardato e, a colpo d'occhio, ho visto che 8 più 1 è la forma non canonica di 9.
65. I: Bene! Mi piace il tuo colpo d'occhio.[24] Possiamo quindi dire che l'uguaglianza è vera? Sia Valerio che Lidia hanno confrontato solo i numeri, ma c'è un altro simbolo che dobbiamo guardare prima dei numeri. Io vi consiglio di guardare prima le relazioni, i simboli che legano i numeri. Qui, che simbolo abbiamo?" (*Viene indicata la somma a sinistra dell'uguale).*
66. Domenico: Il più.
67. I: E a destra?
68. Domenico: Sempre il più.
69. I: Quindi, si aggiunge o si toglie? Vi ricorda la fatina o la streghetta?
70. Vittoria: La fatina, dobbiamo mettere la bacchetta in tutte e due.
71. I: Adesso che abbiamo confrontato sia i numeri che le relazioni,[25] possiamo dire che l'uguaglianza è vera?
72. Pietro: Sì è vera.

---

[20] *Durante le diciotto ore trascorse con l'insegnante di classe ho riscontrato una sua tendenza a rapportarsi spesso con gli stessi alunni. È pur vero che in questo gruppo classe vi sono bambini che intervengono con grande frequenza (ad esempio Lidia), la difficoltà dell'insegnante risulta pertanto comprensibile. Mi ha quindi positivamente stupita la sua richiesta di "far lavorare anche gli altri".*

[21] *Chiamo nuovamente Valerio, perché ora non mi sembra più prestare attenzione alla presenza di Emma.*

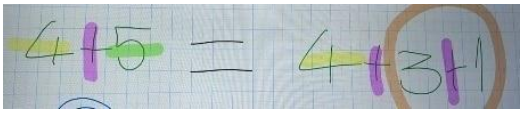
[22] *L'episodio alle rr.46-53 avviene senza nessun intervento orale da parte di Valerio. Il bambino sembra agire in maniera quasi meccanica, senza interrogarsi sul significato di quanto sta scrivendo. Forse, se gli si fosse chiesto di argomentare passo passo le varie scritture matematiche, il bambino avrebbe avuto maggior controllo della situazione e non avrebbe risposto "Non lo so, no". Bella osservazione.*

[23] *Poiché si tratta delle prime attività su Confrontare senza Calcolare, ritengo sia fondamentale guidare adeguatamente i bambini di questa età. Sono perfettamente d'accordo (Com-3), ma, data l'assenza di una riflessione collettiva su quanto ha affermato Arianna (34), ritengo non sia scontato che Valerio ne abbia colto il significato matematico e che quindi sia in grado di 'ragionare' allo stesso modo della compagna.*

[24] *Piace molto anche a me, ma di fatto l'intervento di Lidia (a cui, un attimo prima, si era chiesto di lasciar parlare Valerio) fa sì che Valerio non ricapitoli il proprio ragionamento e il bambino non viene più interpellato per tutta la durata dell'attività. Pertanto non si può essere sicuri di quanto effettivamente compreso dall'alunno – che è stato peraltro molto (troppo?) guidato nella sua argomentazione – benché si intuisca che fosse sulla buona strada (63).*

[25] *Affermare che i bambini hanno confrontato sia i numeri che le relazioni tra essi potrebbe essere eccessivo: nella pratica i bambini si sono limitati a dire il nome del simbolo indicato alla lavagna dall'insegnante e, per riuscirci, non era indispensabile avessero compreso il significato matematico della richiesta. È vero che Domenico (66, 67) ha usato solo il termine 'più', però è anche vero che l'insegnante sta guidando alunni molto giovani verso una distinzione iniziale fra* enti *e* relazioni fra enti. *Il significato matematico di questa distinzione, e la comprensione della sua importanza, evolveranno con gradualità nel corso dello sviluppo del* balbettio algebrico.

73. I: Chi di voi me lo spiega meglio, usando il linguaggio naturale?[26]
74. Lidia: Devo scriverla?
75. I: No, me lo devi spiegare oralmente, a voce.
76. Lidia: La somma tra 5 e 9 è uguale alla somma tra 5, 8 e 1, perché 5 è sia a destra che a sinistra e anche 9 è sia a destra che a sinistra, perché ho guardato e, a colpo d'occhio,[27] ho visto che 8 più 1 è la forma non canonica di 9.
77. I: Benissimo!
78. *Prima di proseguire viene richiamata la loro attenzione, visto che alcuni tendono a distrarsi.*
79. I: Dovete stare tutti attenti. Secondo voi, perché facciamo questi lavori in cui si discute tanto? Perché vi dico di spiegare cosa avete pensato e di spiegarlo con tante paroline? Secondo voi, a cosa serve questo lavoro?
80. Lidia: Per imparare più cose.
81. I: E perché lavoriamo tutti insieme?
82. Lidia: Perché così impariamo tutti insieme le stesse cose.
83. I: Eh, ma a cosa serve confrontarsi tra di noi?
84. Lidia: Perché così ci aiutiamo e capiamo meglio le cose.[28]
85. *Proseguiamo con una nuova situazione concreta.*
86. I: Descrivete la situazione.
87. Domenico: Sul banco a sinistra ci sono quattro mattoncini rossi e cinque gialli e sul banco a destra ci sono 4 mattoncini rossi, 3 mattoncini gialli e un mattoncino blu.
88. I: Vieni Vittoria, rappresenta quello che ha detto Domenico in linguaggio matematico, con i simboli della matematica.
89. *Vittoria, dopo una momentanea titubanza, scrive 4+5 4+3+1.*
90. I: Adesso scrivo l'uguale tra le due rappresentazioni. Guarda bene le due rappresentazioni. Ho fatto bene a mettere l'uguale o ho sbagliato? Sì, no, perché. Mi devi convincere.
91. Vittoria: Non lo so.
92. I: Chi di voi vuole aiutare Vittoria a capire se l'uguaglianza è vera o non è vera?
93. *Arianna e altri bambini alzano la mano, ma quando dico che non devono rispondere al posto di Vittoria, bensì aiutarla a capire come confrontare le due rappresentazioni, si tirano indietro.*[29]
94. I: Vittoria, inizia a guardare i simboli presenti nelle due scritture.



95. Vittoria: A sinistra abbiamo il più e anche a destra abbiamo il più. Quindi, questi sono uguali. *(Vengono evidenziati i simboli).*
96. I: Le relazioni sono le stesse. Sono entrambe somme.[30] Adesso, concentrati sui numeri.
97. Vittoria: A sinistra abbiamo il 4 *(l'insegnante lo evidenzia)* e a destra è rappresentato così *(la bambina lo evidenzia).*
98. *I: Com'è rappresentato il 4 a sinistra e com'è rappresentato a destra?*
99. Vittoria: Il 4 è rappresentato in forma canonica sia a destra che a sinistra.
100. Domenico: No, a destra è in forma non canonica.[31]

---

[26] *La richiesta è ottima per fare il punto su quanto affermato finora ma si poteva cercare di coinvolgere qualche altro alunno: nonostante i bambini siano solo dieci, alla fine dell'attività non tutti avranno partecipato e anche tra gli interpellati vi sono notevoli differenze nella frequenza degli interventi.*

[27] *È la seconda volta che Lidia utilizza questa espressione: immagino che vi sia stato un lungo (e proficuo!) lavoro in classe sul 'colpo d'occhio', abilità peraltro utilissima in attività di CsC.*

[28] *Questa affermazione rafforza l'impressione che ho espresso in Com-19.*

[29] *Premetto che si sarebbe potuto continuare a dialogare con Vittoria anziché chiedere subito ai compagni di aiutarla. Data però tale richiesta, l'insegnante avrebbe potuto almeno indagare le ragioni della ritrosia degli alunni nell'aiutare la compagna, facendo riflettere i bambini sulla differenza tra aiutare un compagno e rispondere al posto suo. Commenti come questo confermano l'efficacia formativa dei diari che permettono di riconoscere, a tavolino, alternative plausibili (tendenzialmente più fruttuose) a scelte compiute dal docente, impegnato in quel momento a mantenere delicati equilibri nella conduzione della discussione. L'efficacia di cui parlo riguarda anche (soprattutto) gli altri lettori del diario (colleghi dello stesso istituto o di altri istituti) ai quali viene offerta l'opportunità di ripensare anche il proprio insegnamento.*

[30] *Data la tenerissima età degli alunni, mi sembra più che ragionevole non pretendere sempre l'utilizzo del lessico specifico ("relazioni", "somme"). D'altra parte, alcuni compagni hanno dimostrato di padroneggiare alcuni termini che in questa circostanza vengono suggeriti dall'insegnante (25) e (76), quindi forse si sarebbe potuto tentare di far utilizzare autonomamente tali termini anche a Vittoria.*

[31] *Forse avrei dovuto chiedere a Domenico a quale rappresentazione si riferisse, per mostrare agli altri bambini il diverso punto di vista di Domenico. Vittoria ha posto l'attenzione sulla forma canonica del 4 a destra e a sinistra dell'uguale, invece,*

101. I: Cosa significa rappresentare un numero in forma canonica?[32]
102. Lidia: Che è rappresentato così come io mi disegno, tipo io disegno la mia faccia, i miei capelli… in un foglio.
103. I: E se voglio disegnare Lidia in forma non canonica come la disegno?
104. Lidia: Disegno un'altra Lidia più 0[33] e poi sono due Lidie. In forma canonica mi disegno io, per come sono.[34]
105. I: Giancarlo[35] era stato molto bravo a disegnarti. Te lo ricordi?
106. *L'insegnante disegna Lidia alla lavagna.*
107. I: Questa sei tu, in forma canonica. Se ti voglio disegnare in forma non canonica…
108. Lidia: Lo so, posso venire io a disegnare?
109. Insegnante: Vieni, vediamo come disegni Lidia in forma non canonica?
110. *Lidia viene alla lavagna e si disegna:*



111. I: Questa è la tua forma canonica o non canonica?
112. Lidia: La mia forma canonica! Tu mi hai disegnata brutta.
113. Insegnante: E come ti disegni in forma non canonica?
114. Lidia: Metto il più e poi lo zero.



115. I: Pensate al lavoro che abbiamo svolto con i numeri per Carnevale, quando li abbiamo mascherati. Se adesso disegno una maschera a Lidia, è sempre Lidia o un'altra bambina?
116. *I bambini rispondono che è sempre Lidia, travestita, vestita in modo diverso.*
117. *Lidia cancella la maschera disegnata dall'insegnante e disegna il casco d'astronauta, visto che lei si era vestita da astronauta e gli altri bambini iniziano a dire i loro travestimenti.*

Domenico ha messo a confronto 4 e 3+1. Si sarebbe potuto anche spingere i due bambini a confrontarsi prima tra sé e poi, eventualmente, con il resto della classe. Capisco che per alunni così piccoli avere uno scambio tra pari su argomenti di tale caratura non è banale, proprio per questo però occasioni come quella che si è creata andrebbero sfruttate.

[32] Credo sarebbe stato opportuno rivolgere questa domanda inizialmente a Vittoria, la quale viene interrotta nel suo ragionamento per diverso tempo. Riprenderà la parola solo al (119).

[33] Questa rappresentazione di Lidia mi sembra derivare dal fatto che, se aggiungiamo 0 a un numero, il numero non cambia. Probabilmente, Lidia avrà pensato che aggiungendo 0 a se stessa, sarebbe rimasta sempre Lidia.
Bellissimo! Penso che citerò Lidia nelle mie prossime presentazioni, e anche il tuo commento.

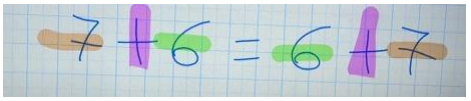
Ho avuto anche io la stessa impressione: geniale!

[34] Ai bambini la differenza tra la rappresentazione canonica (RC) di un numero e le sue infinite rappresentazioni non canoniche (RnC) è stata presentata mediante un'analogia: la RC di un numero è come questo numero normalmente appare, quindi se i bambini fossero numeri la loro RC sarebbe il loro ritratto fedele; una RnC di un numero è uno degli infiniti modi in cui questo numero può apparire quindi, se i bambini fossero numeri, le loro RnC sarebbero gli infiniti modi in cui i bambini si possono travestire, per esempio a carnevale. L'efficacia di tale analogia (che ho visto utilizzare più volte anche da Navarra) è evidente dal commento di Lidia e da tutto l'episodio (102-118).

[35] Navarra.



118. I: Quindi possiamo dire che la forma canonica di Lidia è Lidia oggi a scuola, mentre Lidia vestita da astronauta è la sua forma non canonica. Ritornando ai numeri, il nome del numero è la forma canonica del numero, mentre il numero detto in un altro modo, rappresentato in un altro modo è la sua forma non canonica. Nell'uguaglianza 4+5=4+3+1, 4 è il nome del numero, la sua forma canonica, mentre 3+1 è la sua forma non canonica. Adesso ritorniamo all'uguaglianza: 4+5=4+3+1. A sinistra abbiamo il quattro, continua Vittoria.
119. Vittoria: A sinistra abbiamo il 4 in forma canonica. A destra abbiamo il quattro, sempre in forma canonica. Poi, a sinistra abbiamo il 5 in forma canonica e a destra abbiamo il 4 in forma non canonica, 3+1.
120. I: È vero che 5 è uguale a 3+1?[36]
121. Lidia: Non è vero, perché 5 è maggiore di 4.
122. I: E in questa frase, è maggiore di, come lo traduco in linguaggio matematico? Chi se lo ricorda? Che simbolo metto per dire che 5 è maggiore di 3+1? Pensate a Giovannone e Mingherlino, con quale simbolo lo traduciamo 'è maggiore di'?
123. Lidia e Arianna: Con la freccia.
124. I: Lidia vieni, vieni a scriverlo.[37]
125. Lidia viene alla lavagna e scrive 5>+1.
126. I: Questa scrittura la posso leggere solo da sinistra verso destra o la posso leggere anche da destra verso sinistra?
127. I bambini rispondono: Anche da destra verso sinistra!
128. 1: Chi me la legge?
129. Megan: 5 freccia… è maggiore di 3+1.[38]
130. Pietro: 5 è maggiore di 3+1 e 3+1 è minore di 5.
131. I: Quindi, visto che 5 è maggiore di 3+1, possiamo concludere che 4+5 è maggiore di 4+3+1 e scrivere 4+5 > 4 + 3+1.[39]
132. Si prosegue con un'altra attività.
133. I: Un bambino di quarta ha mandato questo messaggio: 7+6=6+7. Secondo voi, questa uguaglianza è vera o non è vera?
134. Arianna: È vera, perché i numeri sono stati scambiati. Il 7 nella prima rappresentazione lo troviamo a sinistra e nella seconda rappresentazione a destra. Poi il 6 nella prima rappresentazione lo troviamo a destra e nella seconda rappresentazione a sinistra. Il bambino ha solo scambiato di posto i numeri. *(Man mano che la bambina parla l'insegnante evidenzia con i colori).*



135. I: Benissimo! E noi cosa sappiamo?
136. Arianna: Che scambiando di posto i numeri, il numero è sempre lo stesso.

---

[36] Sarebbe interessante capire a chi l'insegnante ha rivolto questa domanda. Se l'ha rivolta a Vittoria, si sarebbe potuto evitare di far rispondere ancora Lidia, che ha appena concluso un lungo quando proficuo scambio con l'insegnante. Vittoria infatti non verrà più interpellata (proprio come Valerio, Com-24), quando invece credo avrebbe potuto avere ancora molto da dire in merito alla situazione affrontata.

[37] Avrei suggerito di fare intervenire un altro bambino, possibilmente chi non ha ancora parlato. Ovviamente, la scelta di far intervenire ancora Lidia è funzionale: è un'attività nuova e le possibili difficoltà che potrebbero avere altri alunni costringerebbero l'insegnante a interrompere il flusso dell'attività. In primo luogo mi chiedo però intanto se davvero altri alunni avrebbero difficoltà così evidenti: mi sembra che mediamente tutti abbiano colto il senso dell'attività. In secondo luogo aggiungo che è fin troppo evidente che, laddove queste difficoltà ci fossero, sarebbe bene farle emergere subito. In tal senso, la scelta di un bambino meno entrante di Lidia permetterebbe di verificare l'andamento dell'attività a livello generale, di 'capire che aria tira'.

[38] Faccio notare che Megan interviene solo in questa occasione e nessuno presta attenzione al suo commento.

[39] Durante la trascrizione, mi sono resa conto che sono stata io ad esprimere la conclusione a livello globale. Forse avrei dovuto fare in modo che fossero i bambini a esprimerla.
Visto come procede la discussione, il peccato è molto molto veniale.

Concordo, benché, se l'insegnante ritiene che i bambini abbiano chiaro il significato di 'maggiore' e 'minore', la sua ricapitolazione ha solo accelerato il ritorno all'argomento principale, togliendo poco (o niente) ai bambini.

137. I: Vi ricordate che ieri Lidia aveva rappresentato il 2 con 5-3 e poi, ad un certo punto, aveva detto: “Posso scrivere anche 3-5!”. 5-3 è uguale a 3-5?
138. Arianna e Pietro: No.
139. I: Perché?
140. Arianna: Perché 3-5 è 0 e 5-3 è…
141. I: Pietro che numero è 5-3?
142. Pietro: 5-3 è 2 e invece 3-5 è 0.
143. I: 3-5 non è uguale a zero. Con questi numeri, con i numeri con cui lavoriamo noi, non lo possiamo fare, a 5 non possiamo togliere 3. Se io ho tre mattoncini e ne volete cinque, io posso soddisfare la vostra richiesta?
144. Pietro: No.
145. Arianna: Ah, ho capito! Quando togliamo, il numero che togliamo deve essere minore.

146. I: Con questi numeri. Poi vedrete che con altri numeri si potrà fare, ma per il momento fermiamoci qui.[40] Arianna prima ha detto che i numeri sono stati cambiati di posto e il numero è sempre lo stesso. Ma non ha detto nulla sulle relazioni. Che tipo di relazione abbiamo tra i numeri? Abbiamo una …[41]
147. Arianna: Abbiamo una somma.
148. I: E noi sappiamo che, cambiando di posto i numeri, la somma non cambia. Proprio come facevate all'inizio dell'anno per rappresentare i numeri con le dita, quando incrociavate le braccia per far vedere che il numero era sempre lo stesso. La differenza invece cambia. Siete stati bravissimi! Per oggi, direi che può bastare.[42]

. .[43]

---

[40] *Ritengo molto valido tutto l'episodio (132-146): è evidente come i bambini abbiano già chiaro il concetto di proprietà commutativa dell'addizione ed è interessante notare come gli manchi davvero solo la terminologia (che immagino sarà introdotta a breve). Aggiungo solo che, anche in questo caso, si sarebbero potuti invitare Arianna e Pietro a confrontarsi tra loro, come suggerito al Com-31, anche per evitare l'effetto 'botta e risposta'.*

[41] *Ho recentemente introdotto i termini 'somma' e 'differenza' e i bambini non hanno ancora un pieno controllo su di essi. Sono convinta che l'introduzione di questi oggetti matematici permetterà loro di familiarizzare con il linguaggio matematico, facendo emergere il loro significato e il ruolo che svolgono in una comprensione più profonda delle relazioni numeriche. Sarà senz'altro così: come anticipato nel Com-40, a questo punto è davvero solo una questione di termini, i concetti sono già molto chiari. Sono sicura che non appena avranno preso dimestichezza con il lessico i loro ragionamenti si faranno ancor più precisi ed elaborati. Chissà dove potranno arrivare!*

[42] *Spero di aver svolto un discreto lavoro. Non nascondo la mia iniziale reticenza nell'avviare l'attività, considerando la tenera età dei bambini. Pensavo che non fossero ancora pronti ad affrontare questa tematica, che rappresentava una novità anche per noi insegnanti. Tuttavia, ho osservato che, grazie all'approccio relazionale, siamo passati progressivamente dal 'gattonamento espressivo' alle prime verbalizzazioni e argomentazioni. I bambini iniziano a usare i termini in modo appropriato, descrivendo le situazioni e trattando i numeri come rappresentazioni di oggetti, passi, battiti delle mani. Il lavoro è molto più che discreto. Tralasciando gli aspetti relativi al coinvolgimento di tutti gli alunni, a mio giudizio è un lavoro davvero ottimo: riuscire a condurre la prima attività in assoluto di CsC praticamente senza bisogno di spiegazioni è indice dell'eccellente lavoro che l'insegnante sta svolgendo con questa classe, soprattutto sul piano argomentativo, concettuale e lessicale. I bambini sono spesso autonomi nei propri ragionamenti (e hanno sei anni!), non ricercano la continua approvazione dell'insegnante, intervengono con entusiasmo… Sarei davvero curiosa di vedere dove arriveranno tra qualche anno. Complimenti!*

[43] *Il diario è esemplare per molti aspetti; ne declino ora alcuni dei più importanti, soprattutto a favore dei lettori meno esperti, in quanto mostra come sia decisivo il ruolo dell'insegnante nel guidare la classe verso lo sviluppo del pensiero relazionale sin dalla prima primaria. Indico per ogni voce il riferimento al relativo capitolo del mio libro NAV, che dà i necessari approfondimenti (Navarra G. 2022.* Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante. *Utet Università).*

1. *Conduzione della discussione (NAV-I.3). La discussione scorre in modo fluido, c'è grande sintonia fra docente e alunni, che vengono costantemente coinvolti (sette su dieci) nella costruzione dei saperi.*
2. *Promozione di attività relazionali che favoriscono la conquista della generalizzazione (NAV-I.4). La consueta didattica della matematica proietta l'alunno, prevalentemente, verso gli aspetti procedurali (individuare operazioni, eseguire calcoli, trovare risultati). Un apprendimento efficace della disciplina, invece, richiede uno spostamento verso gli aspetti del* controllo dei processi operativi *che si realizza attraverso un insegnamento metacognitivo (NAV-IV.2) che favorisca la comprensione della differenza fra* procedurale *e* relazionale *(NAV-V.4). Il tema della lezione – confrontare senza calcolare – rientra in questa prospettiva.*
3. *Condivisione del quadro teorico con gli alunni (NAV-I.5). Gli alunni conoscono Brioshi (NAV-IV.7), hanno familiarità con il concetto di* linguaggio matematico, *usano in modo consapevole termini come 'tradurre' (NAV-IV.4), 'forma canonica' e 'forma non canonica'. (NAV-V.1)*
4. *Verbalizzazione e argomentazione (NAV-IV.1). La verbalizzazione e l'argomentazione favoriscono la comprensione e la revisione critica delle idee. Il linguaggio naturale svolge il ruolo fondamentale di mediatore verso la graduale appropriazione da parte degli alunni di un linguaggio specifico come quello matematico. Un ambiente educativo così costruito stimola intuizioni e proposte come quella di Arianna (6).*
5. *L'uguale (NAV-V.2). Nessun alunno usa il termine 'fa', il punto di vista è costantemente relazionale; ad es Lidia (76) "La somma tra 5 e 9 è uguale alla somma fra 5, 8 e 1."*