7 aprile 2018
1

---

*Commenti Insegnante di classe*
*Commenti di altri insegnanti:*
*Elena Tavarado (insegnante di scuola primaria, coordinatrice gruppo ArAl di Trieste) – ET;*
*Anna Traverso (insegnante in pensione di scuola primaria, già coordinatrice del gruppo ArAl di Tortona, AL) - AT*
*Commenti Giancarlo Navarra*

*PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 5C è composta da 18 alunni, 8 femmine e 10 maschi. Oggi sono presenti 15 alunni, fra cui una bambina con DSA e un bambino, Mauro, che fatica molto a relazionarsi con i compagni e considera le sue capacità matematiche un suo punto di forza, richiedendo continuamente l'attenzione dell'insegnante senza mai tener conto degli interventi degli altri e spesso nemmeno della consegna. Nel diario ho trascritto solo i suoi interventi più significativi, ma devo ammettere che il suo atteggiamento rende molto difficile mantenere il filo del discorso… e la calma; inoltre alcuni alunni, fra quelli più incerti, in questo clima si demotivano e rinunciano a intervenire. La bambina con DSA non è riuscita a seguire alcuna fase dell'attività, mentre si era dimostrata molto attenta e motivata nel lavoro con le slide di 'Scatole & Biglie', in cui c'è una rappresentazione iconica delle situazioni. Per questo motivo il giorno dopo la registrazione ho presentato al gruppo dei più incerti la stessa situazione chiedendo di rappresentarla graficamente; osservando il disegno tutti, compresa la bambina con DSA, hanno rappresentato in linguaggio matematico e infine sono riusciti a usare la bilancia per cercare la soluzione.*

*PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: La classe ha avuto 'esperienze ArAl' dalla prima; nel corso di quest'anno scolastico si è lavorato sulla rappresentazione in linguaggio matematico delle situazioni descritte nei problemi e sul percorso 'Scatole & Biglie' così come viene presentato nelle slide preparate da G. Navarra. Con quest'attività volevo verificare se i ragazzi fossero capaci di utilizzare l'esperienza con Scatole & Biglie in altre situazioni, ma in realtà ho verificato molto altro, come cerco di spiegare nei commenti.*
*I bambini hanno definito con n l'incognita; abitualmente in classe usiamo il punto per indicare la moltiplicazione.*

*IL PROBLEMA:*
Luca e Mirella hanno vuotato i loro salvadanai e scoprono che contenevano lo stesso numero di euro. Luca ha 18 monete da 2 euro, mentre Mirella ha 8 monete da 2 euro e 2 banconote di uguale valore. Rappresenta la situazione in linguaggio matematico.

1. I: Bene, chi ha da dire qualcosa? Giuseppe si è prenotato per parlare…
2. Giuseppe: Secondo me per farlo risolvere a Brioshi… la prima cosa tipo se vuoi scoprire… fare le 18 monete per i due euro, così trovi tutte e due, anzi servirebbe, sì servirebbe… così trovando una volta tutto che c'ha un bambino, Luca, poi quello che ha Mirella noi sappiamo che ha 8 monete da 2 euro ma non sappiamo le banconote. Per scoprirlo basta fare quello che ha Luca, 18 per 2 che fa n, poi le 8 monete da 2 euro lo togli a n e così trovi le banconote che ti servono.
3. I: Tu però non stai semplicemente rappresentando, vuoi sapere quanto valgono le banconote… a me invece non importa sapere quanto valgono le banconote, io voglio solo che tu mi dica come si può rappresentare questa storia in linguaggio matematico. Hai avuto un'idea per trovare il valore delle banconote, ma tu così vuoi risolvere il problema [1].
4. Mauro: Io invece farei 18, in parentesi 2 euro, uguale a 8, in parentesi 2 euro, più n, anzi faccio n per 2 più 8 due euro…
5. I: Ma quando tu dici 8 due euro cosa vuol dire?
6. Mauro: No, scrivo 8 tra parentesi 2 euro…
7. I: E cosa vuoi intendere?
8. Mauro: Se no tolgo la parentesi e faccio 18 è uguale a 8 più n per 2 e faccio è uguale a y…
9. I: Questo è il tuo modo di rappresentare, ma quando dici 18 e dici 8, questi numeri cosa rappresentano?
10. Mauro: 8 sono gli euro…
11. I: Eh, gli euro sono? *(mi rivolgo agli altri)*
12. Alex: Ma no… è il numero…
13. Mauro: Sono la quantità in euro che ha Mirella.

---

[1] *L'insegnante scompone l'intervento di Giuseppe in due parti, quella descrittiva e quella risolutiva, evidenziando alla classe la differenza tra rappresentare e risolvere. Mi sembra un'ottima strategia per districare aspetti che spesso nella mente dei ragazzi (ma anche degli adulti) convivono nello stesso momento. (ET)*

14. I: Mica vero! Mirella ha 8 euro?
15. Coro: No!
16. Tommaso: Ha 8 monete da 2 euro!
17. I: E quindi cos'è 8?
18. Mauro: Sono le monete…
19. I: Sono le monete?
20. Coro: Il numero delle monete!
21. Betta: … che ha Mirella da 2 euro.
22. *Segue tutta una sequenza di elucubrazioni di Mauro finalizzate esclusivamente a parlare solo lui con me impedendo agli altri di intervenire; lui ripete a un certo punto: n per 2 volte e qui tento di riportarlo alla nostra situazione.*
23. I: Allora quando tu dici n per due volte, questo n che cos'è?
24. Mauro: n sono… è una banconota.
25. I: n non è una banconota.
26. Mauro: n per 2 sono due banconote.
27. I: Ma scusa, allora n vuol dire banconota?
28. Mauro: No, n è il resto che ci vuole per fare 18 volte 2 euro… prima ne ho 8, poi ho queste due banconote [2] e quindi in tutto sono 18 monete da 2 euro…
29. *Mauro continua a parlare, anche sopra a qualche compagno che prova a intervenire, utilizzando nuovamente il 18 come se fosse un numero di euro, finché io mi rivolgo a tutti.*
30. I: 18 è un numero di euro?
31. Alex, Diego, Elias: No, no! É un numero di monete!
32. I: Allora vogliamo provare a rappresentare tutto in linguaggio matematico?
33. Cristina: Io farei 18•2=8•2+n•2. *(altri confermano di aver scritto la stessa cosa, qualcuno ha commutato i fattori)*
34. I: E n cos'è?
35. Cristina: É il numero di euro di una banconota.
36. I: E perché hai potuto scrivere n•2?
37. Cristina: Perché le banconote sono due e una è n e allora scrivo per 2…
38. I: Ma potrebbero essere una da 50 euro e una da 10 euro…
39. Cristina: No, perché il testo dice che sono uguali! [3]
40. I: C'è qualcuno che ha scritto in un altro modo?
41. Diego: Io ho scritto 18•2=8•2=n•2. [4]
42. Alan: Non è giusto, perché dici che 18•2 è uguale a 8•2 che è uguale a n•2.
43. Diego: Ah, no, 18•2 e 8•2 sono due numeri diversi [5]…
44. Alex: Bisogna proprio scrivere 18•2=8•2+n•2.
45. I: Ora riflettete: se noi mandiamo questa rappresentazione a Brioshi, lui riesce a capire che noi parliamo di soldi e che parliamo di due salvadanai?
46. Matteo: No, se non si può scrivere un dato…
47. I: Voglio dire, anche se non capisce di cosa stiamo parlando comprende la situazione, però. Che cosa vede? Vede che da una parte c'è…
48. Elias: 18•2.
49. I: Che cos'è 18•2? Come lo posso definire in un altro modo?
50. Alex: É il valore delle monete da 2 euro.
51. I: Sì, questo va bene per il nostro problema, ma quando uno vede scritto 18•2…

---

[2] *Mauro si occupa esclusivamente dei numeri, ha colto il fatto che 2•n è la differenza fra 18•2 e 8•2, ma ha troppa urgenza di dire la sua, non ce la fa a essere più preciso. In questa fase non riesce a dare la dovuta importanza al significato che assumono numeri e lettere rispetto al testo del problema. Se con gli altri bambini la fatica sarà farli allontanare dalla situazione per occuparsi della rappresentazione in linguaggio matematico, con lui la fatica è fargli considerare la situazione di partenza per attribuire un corretto significato a tutti gli enti dell'uguaglianza. D'altra parte diverse volte ci troviamo di fronte a un problema di percezione, di prospettiva: la difficoltà massima è uscire dal proprio punto di vista iniziale e osservare-comprendere la situazione da un'altra angolazione. (ET)*

[3] *Splendida la prontezza di Cristina nell'argomentare la propria affermazione. Si nota da questo e altri scambi, che la classe è abituata a osservare, discutere, cercare insieme, senza lasciarsi abbindolare da tranelli. Si nota insomma una buona intelligenza sociale, sviluppata attraverso anni di attività in una prospettiva early algebra. (ET)*

[4] *L'intervento di Cristina (33), ciò che confermano i compagni e il contributo di Diego, sia pure sbagliato, mi danno certezza che i bambini non hanno alcuna difficoltà a rappresentare la situazione usando la lettera al posto del numero che non si conosce.*

[5] *Nell'accorgersi di aver scombinato l'uguaglianza Diego mi fa capire che considera 18•2 e 8•2 come due numeri. Bene!*

52. Elias: É una forma non canonica.
53. I. Che si esprime con un… matematicamente 18•2 che cos'è?
54. Tommaso: Un prodotto!
55. I: Oh! Un prodotto!
56. Tommaso: Il prodotto di 18 con 2.
57. I: Ma si potrebbe dire ancora in un altro modo, considerato che è per 2…
58. Lorenzo: Il doppio! Il doppio di 18!
59. I: Allora possiamo dire che il doppio di 18 è uguale… a cosa?
60. Alex: Al doppio di 8 più, ehm… [6] sommato al doppio di n.
61. I: Ma se vogliamo dirlo bene bene, il doppio di 8 sommato al doppio di n che cos'è?
62. Betta: É una forma non canonica…
63. Mauro: 2 per la somma fra 8 e n.
64. Alex: É vero!
65. Elias: Sì, è vero!
66. I: Questa è un'altra rappresentazione possibile [7]. Ora lo scrivo alla lavagna, così lo vediamo tutti assieme.
67. *Mauro interviene ancora parlando di euro e di monete.*
68. I: Ma tu mescoli ancora la storia nostra con la matematica [8]. Io invece sto cercando di farvi capire che una volta che abbiamo letto la storia e l'abbiamo rappresentata in linguaggio matematico, con i numeri e le letterine (se i numeri non li conosciamo), la possiamo guardare come un'espressione matematica, e quindi si possono utilizzare le proprietà, si può giocare con la matematica per rappresentarla anche in un modo diverso. Per esempio tu hai dato di questa uguaglianza fra 18•2 e quello che sta dall'altra parte dell'uguale una rappresentazione diversa, ma ugualmente corretta. Dettatemi voi: *(mi dettano)* 18•2=2•8+2•n.
69. Matteo: Era al contrario ma tanto è uguale…
70. I: Allora come si può definire questo 2•8+2•n?
71. Mauro: Il doppio della somma fra 8 e n *(continua a seguire solo il suo pensiero)*.
72. I: Ma io così non vedo il doppio della somma…
73. Denise: É una somma…
74. I: É una somma? *(finalmente ci siamo arrivati!)*
75. Giuseppe: Già…
76. Denise: É la somma tra il doppio di 8 e il doppio di n.
77. I: Era la definizione che aspettavo! Adesso guardiamo quello che voleva scrivere Mauro: il doppio della somma di 8 con n. Lo scrivo: 2•8+n.
78. Alex e Giuseppe: Ci vuole la parentesi!
79. I. Bravi: 2• (8+n). La rappresentazione è corretta?
80. Alex e Giuseppe: Sì, così è giusta. [9]
81. I: Adesso passiamo al discorso di Brioshi: se Brioshi volesse trovare quanto valgono queste banconote… ammesso che capisca che noi stiamo parlando di banconote… che cosa potrebbe capire guardando la nostra rappresentazione?

---

[6] *Qui pare di vedere l'occhiataccia della maestra… (ET)*

[7] *Mauro (63) dimostra di aver 'lavorato' sulla rappresentazione 8•2+n•2, ma gli unici che lo seguono su questo piano sono Alex e Elias. Probabilmente con loro potrei continuare fino a 18•2:2=2•(8+n):2 e quindi 18=8+n, ma non mi sembra che gli altri riescano a seguire; non voglio mortificare Mauro, perciò trascrivo anche la sua versione, però non ho intenzione di lasciargli altro spazio… e glisso.*

[8] *Pur di riavere la parola Mauro ricomincia a tirar fuori monete e banconote, proprio nella fase in cui io cerco di portare gli altri a considerare solo la rappresentazione in linguaggio matematico.*

[9] *Decido di non continuare su questa rappresentazione (vedi nota 4). Mi ha molto colpita questa parte di dialogo (da 57 a 80). Mi pare che denoti una capacità di produrre ragionamenti matematici e di saperli argomentare rara, per alunni della scuola primaria. Ne è un esempio l'intervento di Mauro (71), l'alunno che l'insegnante cerca di tenere a bada (perché è giusto avere sempre un occhio attento al gruppo, oltre che al singolo), il quale riesce a parafrasare la rappresentazione matematica '2×8+2×n' con l'espressione 'il doppio della somma di 8 e n', dimostrando di saper 'leggere' con sorprendente facilità, in quella rappresentazione, la proprietà distributiva della moltiplicazione. L'insegnante, che vuole indirizzare il ragionamento degli alunni verso una traduzione della situazione più accessibile a tutti, quindi più letterale ("è la somma tra il doppio di 8 e il doppio di n" Denise, 76), sul momento sceglie di non soffermarsi sull'intervento dell'alunno, ma giustamente non lo lascia cadere e lo riprenderà più avanti (77). Mauro (63 e 71) e Denise (76), sollecitati dalle domande puntuali dell'insegnante e con la partecipazione attiva dei compagni, riescono a dare, in un linguaggio preciso ed essenziale, due definizioni differenti (più trasparente quella di Denise, più economica quella di Mauro) entrambe equivalenti. Non credo che, senza un lavoro ArAl condotto con sapienza nel corso degli anni, l'insegnante potrebbe ora raccogliere dagli alunni questi notevoli risultati! (AT)*

Restiamo su questa più trasparente *(indico 18•2=8•2+n•2)* e mettiamo che non capisca, perché è giapponese e non sa che stiamo parlando di soldi…

*82.* Elias: Potrebbe immaginarsi una storia uguale a questa solo con cose diverse… [10]
*83.* I: É in Giappone, è primavera… sbocciano tanti fiori… cosa potrebbe immaginarsi con i fiori?
*84.* Matteo: Un fioraio ha 18 fiori…
*85.* I: Ha 18 fiori?
*86.* Matteo: Ha 18 piantine con 2 fiori…
*87.* I:. Dovresti essere più preciso nella spiegazione…
*88.* Alex: A ciascuna!
*89.* I: Oh, bravo! Così è chiaro che ciascuna delle 18 piantine ha 2 fiori.
*90.* Alex: Poi gli arriva un camion che gli porta altre 8 piantine…
*91.* Matteo: … con 2 fiori a ciascuna.
*92.* Mauro: Poi ha altri vasi… che contengono 2 piante… però non ci sono le carte per sapere quanti sono…
*93.* I: Mmm, non è molto chiaro… allora: che cosa è importante in questa storia? Quello che non può cambiare…
*94.* Elias: Il numero di euro che…
*95.* I: Sì, finché tu parli di monete e banconote, e se parlassimo di fiori?
*96.* Cristina: Che sono uguali le piante [11] che sono arrivate e quelle che aveva in negozio.
*97.* I: Quindi deve essere chiaro, perché la storia rappresentata così ve lo fa capire…
*98.* Cristina: L'uguaglianza!
*99.* I: L'uguaglianza, brava Cristina! Non può cambiare che quello che sta scritto di qua vale esattamente come quello che sta scritto dall'altra parte del segno 'uguale'. E Brioshi, se vede la nostra 'scritta', lo comprende subito!
*100.* Mauro: Perché è un'equivalenza fra due forme non canoniche.
*101.* I: É un'uguaglianza fra due numeri espressi in forma non canonica, bravo! *(di proposito non gli chiedo di migliorare la sua definizione)*. Tornando alla storia, 18•2 se invece di parlare di euro parliamo di fiori può essere..
*102.* Matteo: 18 piantine che contengono 2 fiori ciascuna.
*103.* I: Ma Brioshi potrebbe anche dire: Mah, io m'immagino 2 vasi con 18 fiori l'uno. Sarebbe tanto scandaloso?
*104.* Alex: É la stessa cosa.
*105.* I: Che cosa conta qui? Qual è la cosa più importante?
*106.* Elias: Il numero dei fiori deve essere lo stesso di qua e di là dell'uguale.
*107.* I: E come sono distribuiti i fiori? Parliamo di vasi, o di piantine diverse…Prima parlavamo di euro distribuiti in monete da 2 euro e in banconote; se fosse un fioraio…?
*108.* Melinda: Il fioraio ha in negozio 18 vasi con 2 fiori ciascuno.
*109.* I: Poi cosa gli arriva? Quello che sai di sicuro è che gli arriva…
*110.* Diego: Altri 8 vasi con 2 fiori e altri vasi, che non sappiamo quanti, con 2 fiori.
*111.* Alex: Gli arriva un numero uguale di fiori.
*112.* I: L'importante è questo: un numero uguale, che non sarà distribuito in 18 vasi da 2, ma sarà messo in un altro modo, Melinda vuoi dire come?
*113.* Melinda: 8 vasi con 2 fiori e altri vasi diversi, che non sappiamo quanti, con 2 fiori. [12]
*114.* I: E se non fossero fiori e invece parliamo di… olio?
*115.* Betta: Eh, litri…
*116.* *Mauro interrompe, Melinda alza la mano per parlare.*
*117.* I: Mauro, facciamo parlare Melinda che di solito non interviene…
*118.* Melinda: Lui potrebbe avere 18 bottiglie di olio che contengono 2 litri ciascuna…
*119.* I: Chi è questo 'lui'?
*120.* Diego: Un contadino!
*121.* I: No, perché se gli arrivano le bottiglie…
*122.* Alex: Un commerciante!

---

*[10] Elias ha colto prontamente l'invito dell'insegnante e apre la strada alle analogie strutturali. Brava la docente a passare dal piano del problema (1-44) al piano della matematica (45-80) e a ritornare sul piano dei problemi (81-140), ma con altre situazioni che da un lato rafforzano la rappresentazione dell'uguaglianza analizzata e dall'altro richiedono uno sforzo metacognitivo di attribuzione semantica di volta in volta adatto al nuovo contesto. (ET)*

*[11] Contenta che la timida Cristina abbia ripreso la parola, non la fermo per puntualizzare che sono uguali il numero dei fiori che sono arrivati e il numero di quelli che aveva in negozio.*

*[12] Mi pare che la nuova situazione inventata si riferisca solo alla rappresentazione algebrica e si sia staccata dal significato inizialmente attribuito a numeri e lettere. I bambini sono consapevoli che Brioshi potrebbe interpretare numeri e lettere in modo diverso (vedi riga 103 e segg.) Vero! Ciò si nota anche alle righe 132 e 140. Ammiro la fluidità delle attribuzioni. Mi chiedo se tutta la discussione sia stata fatta senza alcun sostegno visivo o se si sia rappresentato graficamente qualche passaggio alla lavagna... Perché, leggendo, in alcuni punti ho avuto bisogno di fermarmi a visualizzare le diverse prospettive. (ET) No, alla lavagna ho riportato solo la rappresentazione proposta da Cristina (che anche altri avevano scritto allo stesso modo sul quaderno) e poi quella di Mauro (vedi righe 68-80).*

123. I: Ecco, un commerciante, e gli arrivano le bottiglie dal frantoio. Dunque cosa gli arriva?
124. Melinda: Gli arrivano 18 bottiglie che contengono 2 litri di olio ciascuna.
125. Alex: Poi gli arriva lo stesso numero di litri, solo in meno bottiglie…
126. I: Come vengono distribuiti nella seconda… nel secondo arrivo? Allora a questo commerciante arrivano due volte dei litri di olio, ma come dice Alan…
127. Coro: Sempre lo stesso numero di litri!
128. I: Ecco, questo è fondamentale, perché la storia l'abbiamo rappresentata con un'uguaglianza e qualunque altra storia che ci inventiamo deve partire dal fatto che sono due situazioni che rappresentano lo stesso numero. Ora possiamo concludere la storia dell'olio: la prima volta gli arrivano 18 bottiglie da 2 litri ciascuna, la seconda volta cosa arriva?
129. Melinda: 8 bottiglie da due litri e poi un certo numero di bottiglie…
130. Denise: Sempre da 2 litri ma non si sa quante.
131. I: Ma se sono sempre da 2 litri perché non sono state messe tutte assieme?
132. Mauro: Forse sono 2 bottiglie che contengono un altro contenuto [13]…
133. I: Ah, allora come potrebbe essere la storia? Nel nostro problema dei salvadanai che cosa rappresenta n?
134. Elena: Il valore di una banconota.
135. I: Brava. Quindi è un…
136. Coro: … numero di euro.
137. I: Se andiamo avanti a inventare storie differenti dove il significato dei numeri e delle letterine è sempre lo stesso, nella storia dell'olio n che cosa rappresenta?
138. Elias: Un numero di litri.
139. I: E il 2, che nella nostra storia iniziale era il numero delle banconote, qui cosa rappresenta?
140. Betta: Il numero dei contenitori, che non si sa quanti litri contengono [14].
141. I: E se adesso volessimo proprio trovare il valore di n?
142. Coro: Io! Io! Io! [15]
143. Matteo: Allora, devi prima trovare 18•2 che fa 36, dopo il risultato dell'altro sappiamo già che è uguale…
144. I: Proviamo a scrivere.
145. Matteo: 36=8•2+n•2 è uguale a 16 più… devi fare il calcolo 36 meno 16, che fa 20, diviso 2 trovi n che è 10.
146. I: Ullallà, quanta roba! Dettami che lo scrivo.
147. Matteo: 36=16+36-16.
148. I: *(indicando 36-16)* E questo per te cosa rappresenta?
149. Matteo: Gli euro delle due banconote.
150. Alex: Maestra, ma è meglio metterlo fra parentesi!
151. I: Va bene, 36=16+(36-16).
152. Alex: Poi diviso 2, perché facendo 36-16 trovo quanto sono in totale le due banconote e poi la metà è una.
153. *Mauro interrompe ancora per suggerire che 36-16 si può anche scrivere 15•2+3•2-16.*
154. I: Perché Alex è così sicuro che 36-16 è il valore delle due banconote uguali?
155. Betta: Devono essere uguali gli euro. Se noi togliamo solo le 8 monete da 2 che fa 16, le banconote per fare 36 devono per forza essere da 10 tutte e due.
156. Alex: Sapendo che tutti e due hanno 36 euro e non trovo il numero per le banconote, io tolgo il numero che so e mi rimane il valore totale delle banconote. [16]
157. I: E hai finito così?
158. Alex: No, devo ancora dividere per 2.
159. I: Ricapitoliamo: scrivendo 36=16+(36-16) ho sostituito 18•2 con la forma canonica che è 36, il doppio di 8 con la forma canonica che è 16, il doppio di n con un numero in forma non canonica, perché Alex ha detto che la

---

*[13] Approfitterò di questo contributo di Mauro per riportare i bambini al significato di numeri e lettere della situazione iniziale e verificare se sono capaci di trasferirlo in altri contenuti.*

*[14] Mi pare che lo abbiano fatto.*

*[15] Dalla riga 142 alla riga 155 la situazione cambia: la risoluzione coinvolge anche quelli che non erano intervenuti prima, ma che evidentemente qualche ragionamento per calcolare il valore di n lo avevano fatto! La cosa che mi colpisce di più è che anche quelli che in fase di rappresentazione cercavano di considerare i prodotti e le somme come forme non canoniche di numeri, in fase di risoluzione partono con 'fa', 'risultato', 'facendo', lanciati a risolvere. Non fanno più nemmeno attenzione a dire 'il numero' di euro, 'il numero' delle banconote. Questo aspetto ha però una sua logica: essendo ormai passati sul versante della soluzione, anche il linguaggio cambia registro per assumere termini più operativi e meno semantico-metacognitivi. (ET)*

*[16] Alex, Betta e Matteo, come si legge anche nelle righe successive, mantengono una concezione relazionale della situazione.*

differenza fra 36 e 16 rappresenta il valore delle due banconote, cioè il doppio di n. *(Naturalmente parlo indicando alla lavagna)* Se scrivo in forma canonica anche 36-16, quindi scrivo 20, posso dire che 20 è 2•n, perciò n è…

*160.* Betta: n è 20:2, che è 10.

*161.* I: Ora cancello tutto e voglio farvi risolvere la stessa situazione usando la bilancia. *(Scrivo l'uguaglianza e mi faccio indicare dai bambini i due piatti sottolineando e sistemando un triangolino che fa da perno sotto il segno =).* Cosa succede?

$$\underline{18\bullet 2} = \underline{8\bullet 2+n\bullet 2}$$
$$\triangle$$

*162.* Matteo: Il peso non va né su né giù.

*163.* Alex: I piatti sono pari.

*164.* I: E come posso, se sono Brioshi, trovare quanto vale n lavorando sulla bilancia? Alex, proviamo a seguire il tuo ragionamento di prima…

*165.* Alex: Tolgo 8•2 così resta il doppio di n…

*166.* I: Ma la bilancia deve rimanere con i piatti pari…

*167.* Alex: Tolgo 8•2 anche dall'altra parte!

*168.* I: Scriviamolo. *(mi dettano)*

$$\underline{18\bullet 2-8\bullet 2} = \underline{8\bullet 2+n\bullet 2-8\bullet 2}$$
$$\triangle$$

*169.* I: Adesso come posso continuare?

*170.* Matteo: resta 10•2=n•2!

*171.* Alex: Eh, è 20=n•2, e n=20:2 [17].

*172.* I: Ecco, ragionando a mente si trova così, ma se volessimo proprio rappresentare matematicamente in modo corretto e trasparente [18], dovremmo scrivere sulla nostra bilancia 10•2:2=n•2:2, cioè dividere per 2 tutto quello che c'è su ogni piatto, per lasciare solo n su un piatto e quindi trovare il suo valore guardando l'altro piatto; alla fine avremmo 10•1=n•1 ovvero 10=n.

. . [19]

---

[17] *Bello quest'ultimo scambio sulla bilancia (162-171), purtroppo accelerato in coda per mancanza di tempo. Sarebbe stato interessante forse proporlo prima della soluzione aritmetica, per restare nell'ambito della visione relazionale della situazione. (ET)*

[18] *Concludo io, perché non ho più tempo, ma anche perché mi pare di averli 'spremuti' abbastanza… Il prossimo passo sarà rappresentare e poi risolvere con la bilancia lavorando in coppia, infine spiegare agli altri cercando di argomentare in modo corretto. Questa fase dell'attività, in cui viene proposto di lavorare con la bilancia, potrebbe essere utilizzata anche per far emergere l'equivalenza tre le due rappresentazioni proposte da Denise '8×2+n×2' e Mauro '(8+n)×2' (vedi nota 6). Gli alunni potrebbero verificare che, ponendo in uno dei due piatti alternativamente una rappresentazione o l'altra, entrambe le uguaglianze che ne derivano ('18×2=8×2+n×2' e '18×2=(8+n)×2') conducono alla scoperta del valore di n. (AT)*

[19] *Concordo con i commenti di Elena Tavarado e penso che l'ultimo passo di cui parla l'insegnante nel suo commento 18 sarà opportuno e troverà certamente la classe preparata ad accoglierlo. Un diario, mi vien da dire, pulitissimo (infatti non ho inserito nemmeno un commento). Una conduzione ineccepibile dell'attività, e i commenti dell'insegnante chiariscono alcuni dei momenti più delicati. Il diario esprime il livello ottimale che può essere raggiunto da una classe socialmente nella norma, con le qualità e le difficoltà che caratterizzano una qualsiasi comunità di bambini o di adolescenti, che per cinque anni è stata guidata con coerenza verso un progressivo affinamento del livello delle competenze aritmetiche, costruite in una prospettiva pre-algebrica, ed argomentative. Dico questo perché mi succede talvolta (forse comunque meno di anni fa) di sentire insegnanti che dicono che, per l'importanza attribuita alla verbalizzazione e all'argomentazione e per la complessità degli argomenti esplorati, il progetto ArAl è adatto a classi 'buone' o ad alunni 'bravi'. Ritengo che sia– in termini generali - un esempio efficace di una 'buona pratica', e come tale che possa essere utile ad insegnanti che desiderano accostarsi all'early algebra e al progetto ArAl.*