13 novembre 2017 Situazione 1

Commenti Insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra

DESCRIZIONE DELLA CLASSE: composta da 19 alunni di cui 10 femmine e 9 maschi, hanno precedentemente lavorato sul linguaggio naturale e linguaggio matematico e sulla forma canonica e non canonica dei numeri.

Percorso che si intende svolgere:
1. *attività concrete con la bilancia per giungere a declinare il principio fondamentale della bilancia;*
2. *passaggio alle attività su Scatole & Biglie per verificare se gli alunni fanno un parallelo con la bilancia;*
3. *attività concrete con la bilancia per arrivare a declinare il primo principio della bilancia;*
4. *ritorno alla situazione Scatole & Biglie n.2-3 in cui gli alunni devono applicare il primo principio della bilancia e non si dice prima agli alunni la "regola" del gioco (a scatola di uguale colore corrisponde lo stesso numero di biglie);*
5. *situazione problematica di Alvise per vedere come utilizzano le conoscenze;*
6. *si presenta Scatole & Biglie n.4;*
7. *si torna alla bilancia con attività per declinare il secondo principio della bilancia;*
8. *si ripresenta l'attività sulle scatole per vedere se applicano questo secondo principio;*
9. *si presenta l'attività n. 5 per vedere se gli alunni applicano entrambi i principi.*

Durante le attività gli alunni si sono dimostrati molto interessati e coinvolti.
Per Scatole & Biglie non sono stati utilizzati materiali concreti ma le slide preparate che presentavano ogni volta la situazione e che gli alunni avevano in forma cartacea.

1. Svolgiamo attività con la bilancia a due piatti[1] per giungere a declinare il principio fondamentale della bilancia. Si sono pesate diverse confezioni tra pasta, farina, biscotti ecc. e si sono confrontati i pesi guardando ai piatti della bilancia. Si è lavorato con una scheda in cui erano rappresentati i piatti a volte in equilibrio a volte no per arrivare a declinare il principio fondamentale della bilancia.
2. Il giorno seguente all'attività con la bilancia si passa alle attività su Scatole & Biglie per verificare se gli alunni fanno un parallelo con la bilancia: Si presenta l'Episodio1. L'insegnante chiede di osservare la situazione e di descriverla a parole.



3. Mariachiara: Marta deve mettere delle biglie dentro alla scatola in modo che lei e Pippo ne abbiano la stessa quantità.
4. I: Deve metterle o le ha già dentro la scatola?
5. Mariachiara: Ce le ha già.
6. I: Come facciamo per capire quante biglie ci sono nella scatola?
7. Iris: Si vede che Pippo ha 6 biglie quindi anche Marta ne avrà 6.
8. I: Vi ricorda qualcosa questa situazione?
9. Lucia: Ah! Ho capito. Se lui ne ha 6 anche Marta ne ha 6, ne hanno tutti e due lo stesso numero quindi è come se una bilancia fosse in equilibrio perché c'è lo stesso numero di cose.
10. I: Chi lo vuole dire meglio?

---

[1] *L'Unità di appoggio per l'attività con la bilancia è la Unità 6 della Collana: Dalla bilancia a piatti all'equazione.*

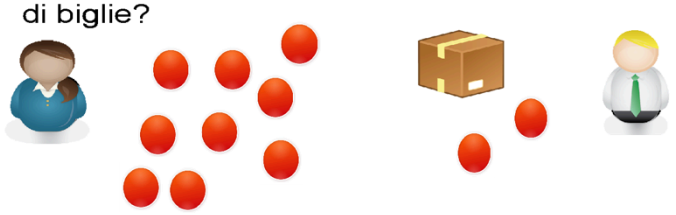
11. Mariachiara: Le 6 biglie di Pippo e le 6 biglie di Marta è come se fossero il contenuto dei piatti della bilancia. *Detta cosa scrivere nel quaderno:* 'Se Pippo e Marta hanno lo stesso numero di biglie e vediamo che Pippo ne ha 6 anche nella scatola di Marta ce ne saranno 6'.
12. *I bambini disegnano i due piatti della bilancia da una parte 6 biglie e dall'altra la scatola.*
13. *Si torna alla bilancia. Si presenta la seguente situazione e si chiede agli alunni di scoprire il peso della farina.*

farina +50 g e 120g.

14. Eva: 70 grammi, perché da 50 arrivare a 120 è 70.
15. I: Come facciamo ad arrivare a questo 70, attenzione che i piatti devono rimanere in equilibrio.
16. Paula: Secondo me si fa 120 meno 50.
17. I: Se tolgo i 50 da una parte rimane in equilibrio la bilancia?
18. (coro): No!
19. Iris: Nell'altro piatto c'è 50 e 70.
20. I: Dove lo vedi 50 più 70?
21. Iris: Allora: 120 meno 50 fa 70 e dopo il 50 più 70 fa 120 quindi la bilancia è in equilibrio… il 120 è formato da 50 e 70.[2]
22. *A questo punto si sostituisce il cartellino del 120 con il 70 e 50.*
23. I: Ora la bilancia è in equilibrio? Ora possiamo scoprire il peso della farina mantenendo l'equilibrio?
24. *Mariachiara toglie 50 da una sola parte.*
25. I: Rimane in equilibrio la bilancia?
26. Michele: Per scoprire la farina tolgo 50 da una parte e 50 dall'altra così rimane da una parte la farina e dall'altra 70 grammi e la bilancia è in equilibrio.
27. *Viene declinato il primo principio della bilancia.*
28. *Si passa alla seconda attività Scatole & Biglie per vedere se la risolvono utilizzando la bilancia*[3].

LE BIGLIE (2)

Quante biglie deve contenere la scatola di Pippo affinché lui e Marta abbiano la stessa quantità di biglie?



29. *Si apre la discussione.*
30. Lucia:secondo me dentro la scatola ce ne devono essere 5 perché le biglie di Marta sono 7, Pippo ne ha due fuori dalla scatola e da 2 arrivare a 7 c'è 5.
31. I: Chi vuole aggiungere qualcosa… perché dentro la scatola ce ne saranno 5?
32. Lucia: Perché se ne deve avere lo stesso numero di Marta, per forza dentro ce ne sono 5.
33. I: Provate a esprimerlo in linguaggio matematico?
34. Lucia: Faccio 5 più 2.
35. I: Dove lo vedi il 5 più 2?
36. Michele: Io farei numero più 2 uguale a 7.
37. I: Numero sarebbero le biglie nascoste nella scatola?
38. Iris: Io farei 7 meno 2 uguale numero biglie dentro la scatola.
39. I: Dove lo vedi il 7?
40. Coro: Dalle biglie che ha Marta.
41. Mariachiara: Io farei che si divide il 7 in 2 e 5 e si toglie il 2 sia a Marta che a Pippo e quindi dopo ti rimane il 5.

---

[2] *Iris ha iniziato il suo ragionamento sul piano procedurale ("120 meno 50 fa 70"), lo ha sviluppato sullo stesso piano ("il 50 più 70 fa 120") e lo ha concluso spostandosi su un piano relazionale ("il 120 è formato da 50 e 70"). È opportuno che l'interpretazione della situazione e le argomentazioni esprimano con chiarezza il punto di vista relazionale e che venga il più possibile accantonato quello relativo al fare operazioni.*

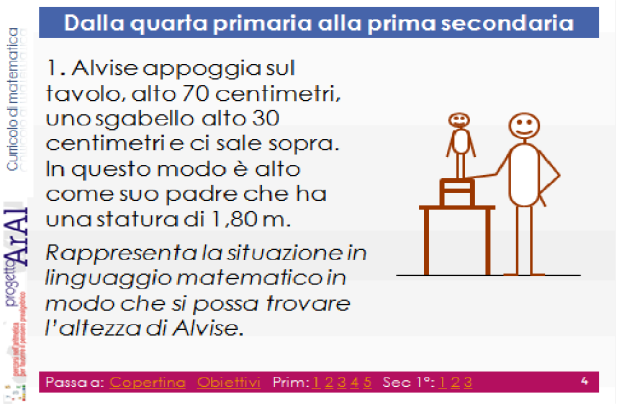
[3] *L'alternanza fra l'attività con la bilancia e quella con scatole e biglie mi sembra molto efficace.*

42. I: Come lo scriveresti? Il numero delle biglie di Marta.
43. Iris: 5+2.
44. I: E di là?
45. Iris: Numero + 2.
46. I: Poi cosa facciamo?
47. *Mariachiara dalla scritta alla lavagna toglie il 2 da entrambi le parti così dice la bilancia rimane in equilibrio.*
48. *Sul quaderno scomponiamo le 7 biglie di Marta in 5 e 2. Pippo ha il numero nascosto +2; Marta e Pippo devono avere la stessa quantità di biglie. Si scrive:*

7=N+2	5+~~2~~=N+~~2~~	5=N

49. *Poi ognuno inventa una situazione simile e la fa risolvere al compagno.*
50. Si presenta ora la situazione problematica di Alvise:

ORA RISOLVI



51. *Una volta letta la situazione di Alvise si chiede agli alunni di risolverla.*
52. Alberto: Si fa 70 più 30 che è 1 metro poi aggiungi 80 perché il babbo è alto 180 cm[4]. Lui si alza di 1 metro quindi gli rimangono 80 cm.
53. Iris: Posso spiegarlo io? 70+30=100; 180-100=80.
54. I: Siete d'accordo?
55. *Coro di sì!*
56. Mariachiara: Io farei 180-70 più 30.
57. I: Ci vedete una relazione con quello che abbiamo fatto i giorni scorsi?
58. Lucia: Ah sì, ho capito! Lo sgabello più il tavolo e Alvise sono alti quanto suo babbo quindi è come la bilancia in equilibrio.
59. *Si rappresenta la situazione di Alvise con la bilancia vera utilizzando i cartellini.*
60. I: Ok vi ricorda la bilancia e se vogliamo rappresentarlo in linguaggio matematico come possiamo fare?
61. Simon: 70+30+80=180… no...
62. I: Da dove viene fuori l'80?
63. Simon: L'80 è N, il numero che non conosciamo.
64. I: Scriviamolo insieme alla lavagna.
65. *Discussione su come scriverlo.*
66. Paula: Scomponi il 180 in 70+30 e 80 poi dall'altra parte metti Alvise + 70 e 30.
67. *Poi si giunge a togliere da entrambe le parti 70 e 30 e rimane il numero nascosto cioè l'altezza di Alvise*[5].

---

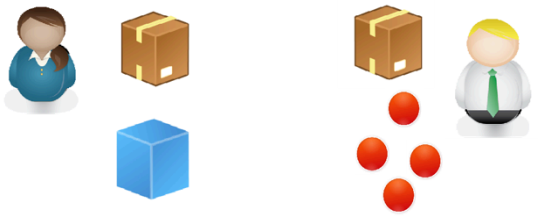
[4] *Alberto dice delle cose esatte ma il suo punto di vista è procedurale: "Si fa… e poi aggiungi".*

[5] *Continuo a ritenere che gli alunni riconoscano sì la bilancia ma che i loro interventi siano rivolti soprattutto al* risolvere *più che al* rappresentare *(v. per esempio Iris (53) e Mariachiara (56)). Suggerisco di riflettere assieme a loro su questa dualità; credo che anche l'insegnante debba 'farsi le antenne' per cogliere queste sfumature che finiscono per condizionare tutta l'attività. I disegni contenuti nelle situazioni problematiche di questa fase sono fatti apposta per indurre la visione dei due 'piatti' di una invisibile (ma, si ritiene, percepibile) bilancia. Così invece c'è una specie di*

68. *Si passa al terzo episodio di Scatole & Biglie.*

LE BIGLIE (3)

Quante biglie possono contenere le scatole di Marta e Pippo
sapendo che i bambini hanno lo stesso numero di biglie?



69. *Si apre la discussione.*
70. Alberto: Nella scatola ci sono 4 biglie perché se ce ne fossero state 5 sarebbero state 9 biglie per Pippo e 10 per Marta.[6]
71. Iris: Io ho pensato che le biglie che erano fuori rappresentavano come una scatola che contiene quel numero di biglie…
72. Lucia: Ma come fai a saperlo?
73. Alberto: Perchè se te fai… se puoi mettere 5 in una scatola e quanto viene non puoi mettere 5 perché se no Pippo ne ha 9 e Marta ne ha 10. [7]
74. *Seguono altri interventi.*
75. Iris: Se già fuori ce ne sono 4 è ovvio che nell'altra scatola ce ne sono 4 così 4 e 4 fa 8 sono 8 anche di là [8].
76. Lucia: In una non possono essercene 4 e nell'altra 6? Non è detto che se in una scatola ce ne sono 4 anche nell'altra marrone ce ne siano 4.
77. Mariachiara: Se in quelle di Pippo fossero 4 e 4 avrebbero lo stesso colore ma potrebbero essercene anche 6.
78. Eva: Secondo me nelle due scatole marroni c'è un numero e nella scatola azzurra di Marta c'è lo stesso numero di biglie di Pippo.
79. Simon: In quella azzurra ce ne sono 4, nell'altra potrebbe esserci qualsiasi numero.
80. Eva: Però uguale da tutte e due le parti.
81. *C'è un po' di discussione tra i bambini; non tutti sono convinti che a scatola di uguale colore corrisponde quantità uguale.*
82. I: Eva vai avanti.
83. Eva: Nelle due scatole marroni c'è lo stesso numero e le biglie sfuse di Pippo è il numero uguale alla scatola azzurra di Marta, nelle due scatole marroni il numero deve essere uguale ma può essere un numero tipo 3.
84. Lucia: Ma qual è quel numero che è nella scatola?
85. Alberto: Te lo devi inventare!
86. I: Eva ha detto una cosa interessante, ripetila. Ti è venuto in mente qualcosa… che abbiamo fatto?
87. Alberto: Sì, dei pesi[9].
88. Eva: Da una parte ci deve essere lo stesso peso dell'altra.

---

cesura: prima gli alunni risolvono il problema di Alvise poi, attraverso la domanda molto opportuna dell'insegnante (57) intravvedono la bilancia. Ritengo che ci sia un conflitto tra i due momenti. Gli alunni sono davvero vicini al comprendere la dualità procedurale-relazionale (possiamo parlare di 'zona prossimale di sviluppo') ed è il momento ideale per rinforzare la sua comprensione.

[6] Non è chiaro quando Alberto dice all'inizio 'Nella scatola' a quale delle tre si riferisce. Sarebbe stato opportuno che l'insegnante, prima di dare la parola a Iris (71) gli chiedesse di precisare questo aspetto, altrimenti non si capisce il suo ragionamento. Oltre a questo avrebbe potuto chiedere anche di spiegare il 10.

[7] Alberto sostiene il fatto che le scatole, indipendentemente dal colore, devono contenere la stessa quantità di biglie; anche gli altri sostengono che le scatole, pur essendo diverse, devono contenere la stessa quantità.

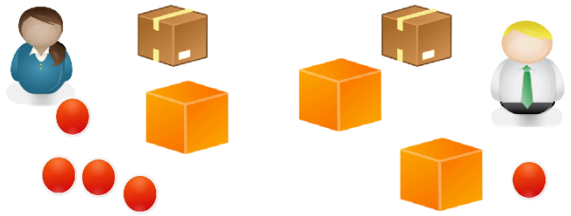
[8] Continuano a non tenere conto che le scatole sono di colori diversi.

[9] Probabilmente nel diario non sono riportati alcuni interventi dell'insegnante. In termini generali, consiglio di non accettare frasi così povere come questa, ma di invitare gli autori a formulare in modo coerente e articolato i loro ragionamenti.

89. Lucia: Se da una parte ci sono 4 biglie e dall'altra la scatola azzurra e una scatola marrone per parte allora la bilancia è in equilibrio.
90. Mariachiara: Secondo me non importa il numero della marrone[10] è importante che ce ne sono lo stesso numero.
91. Simon: Anche secondo me quelle marroni hanno lo stesso numero e quella azzurra ne ha per forza 4, quelle marroni non ne possono avere 4.
92. *Si arriva a concludere che scatole dello stesso colore hanno la stessa quantità.*
93. I: Ora proviamo a scriverlo.
94. *Mariachiara scrive alla lavagna M+A=M+4 togliamo il marrone da una parte e dall'altra e troviamo che la scatola azzurra ne ha 4 perché Marta e Pippo ne hanno la stessa quantità cioè 4+n.*
95. *Si passa al quarto episodio di Scatole & Biglie.*

Le biglie(4)

Quante biglie possono contenere le scatole di Marta e Pippo sapendo che i bambini hanno lo stesso numero di biglie?



96. *Si apre la discussione biglie facendo descrivere la situazione.*
97. Simon: Secondo me Pippo nelle scatole gialle ha 3 biglie e quindi anche Marta, nelle altre due normali c'è qualsiasi numero basta che siano uguali.
98. I: Chi lo sa spiegare meglio?[11]
99. Eva: Nelle scatole marroni c'è lo stesso numero tranne il 3, Marta ha 4 biglie fuori e 3 biglie nella scatola gialla…
100. I: Come fai a dire che ha 3 biglie nella scatola gialla?[12]
101. Paula: Togli 1 biglia per parte e ti rimangono 3 biglie e quindi la bilancia rimane in equilibrio.
102. *Fanno il disegno con la bilancia.*
103. I: Come facciamo a dire che la scatola gialla contiene 3 biglie?
104. Simon: Togli 1 biglia da tutte e due le parti e poi togli le scatole marroni da tutte e due le parti e la bilancia rimane in equilibrio, poi togli 1 scatola gialla da Pippo e da Marta[13]
105. Mariachiara: Alla fine ti rimane 3 biglie da una parte e dall'altra la scatola gialla e la bilancia rimane in equilibrio.
106. I: Come lo scriviamo?
107. *Alla lavagna si scrive:*

M+G+4= numero biglie di Marta M+G+G+1=numero biglie di Pippo

M+G+4=M+G+G+1

~~M~~+~~G~~+4=~~M~~+~~G~~+G+1

---

[10] Stesso commento precedente: bisogna puntare ad un linguaggio meno colloquiale e ad argomentazioni più 'raffinate'.

[11] Simon in realtà non argomenta, si limita a verbalizzare delle risposte che mantengono però nell'opacità le ragioni che le determinano: come fa a dire che nelle scatole gialle ci sono 3 biglie? In base a cosa dice che nelle scatole 'normali' "c'è qualsiasi numero, basta che siano uguali"? Come scriviamo nel Glossario generale, per argomentazione si intende 'il fornire argomenti, cioè 'ragioni a favore o contro una determinata tesi'. Simon non fornisce argomenti, si limita ad enunciare le sue conclusioni. In questi casi conviene, prima di passare la parola ad altri, chiedere agli autori di riformulare le loro frasi in modo che possano chiarire il loro pensiero.

[12] Ottima richiesta.

[13] Forse mi sbaglio, ma ho l'impressione che Simon tolga elementi da una parte e dall'altra senza aver il pieno controllo della semantica della situazione. Dico questo perché mi sembra strano che, come primo passo, tolga una biglia per parte; mi dà l'impressione di un comportamento meccanico, più che dell'esito di un ragionamento. Togliere le biglie dovrebbe essere l'ultimo gesto dopo che si è liberato il campo dalle scatole uguali. Ed è infatti proprio quello che gli alunni fanno alla LIM (107): prima cancellano i numeri relativi alle scatole e solo alla fine cancellano le biglie.

108. *Eliminano da entrambi le parti la scatola marrone e la gialla poi scompongono il 4 in 3+1.*
109. 3+1=G+1 si toglie 1 da entrambe le parti rimane G=3
110. *Si riflette insieme su quale può essere il contenuto delle biglie della scatola marrone e si giunge alla conclusione:* Come minimo Marta e Pippo hanno 7 biglie perché la scatola marrone potrebbe contenere 0 biglie, non ne può contenere 3 altrimenti sarebbe gialla.[14]

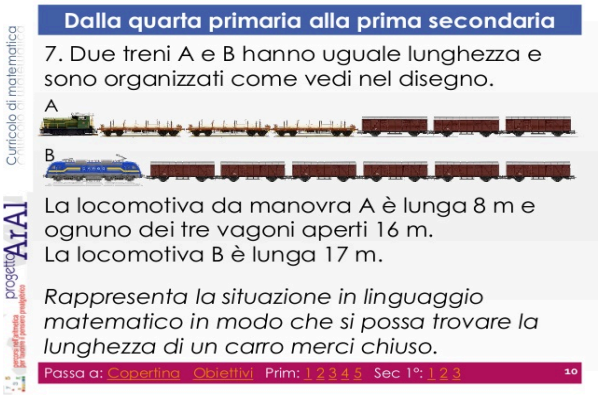
[14] *La conclusione è molto bella, evoluta. Normalmente gli alunni concludono semplicemente che la scatola gialla ha 3 biglie. È interessante ritornare con la riflessione all'interpretazione della situazione complessiva; gli alunni non si limitano cioè a trovare il valore dell'incognita ma lo contestualizzano riuscendo a formulare delle ipotesi sul contenuto delle scatole marrone e sulla numerosità delle due collezioni. L'insegnante li ha guidati a questa conclusione in modo davvero efficace.*

27 febbraio 2018
Audioregistrazione

Commenti Insegnante di classe
Commenti di altri insegnanti (Laura Barnabé)
Commenti Giancarlo Navarra

DESCRIZIONE DELLA CLASSE La classe è composta da 19 alunni ma oggi 5 sono assenti. Nei mesi scorsi si è lavorato in parallelo tra scatole e biglie e l'attività sulle bilance. Hanno risolto diversi problemi con la bilancia.

Problema: i treni (Unità 6 Dalla bilancia a piatti all'equazione)



111. *L'insegnante chiede di leggere la situazione a voce alta; gli alunni ne hanno una copia per il quaderno e l'immagine proiettata sulla LIM.*
112. I: Chi ha pensato come si può rappresentare la situazione che abbiamo letto?
113. Iris: Ci sono due treni A e B. A ha la locomotiva lunga 8 metri e tre vagoni aperti lunghi 16 metri e 3 vagoni chiusi, mentre B ha una locomotiva lunga 17 metri e 6 vagoni chiusi. Noi dobbiamo trovare quanto è lungo un vagone chiuso.
114. Michele: Io ho fatto [15] 8+16×3+N×3=17+N×6, N sono i vagoni chiusi.
115. I: Cosa rappresenta N del vagone? [16]
116. Michele: É la lunghezza del vagone chiuso.[17]
117. I: Ora come facciamo per scoprire la misura del vagone chiuso? Vi ricorda qualcosa?[18]
118. Iris: É un problema della bilancia.
119. I: Perché è un problema della bilancia?

---

[15] *Qui si potrebbe provare a insistere sulla rappresentazione e non sul fare, arrivando a dire: la rappresentazione matematica secondo me è… Concordo.*
[16] *Bene questa puntualizzazione, perché così come detto dall'alunno sembrava che N fosse il numero di vagoni chiusi. Sono d'accordo su questo commento e sull'opportunità della relativa puntualizzazione fatta dall'insegnante. È necessario far costantemente esplicitare agli alunni che in matematica la lettera non indica un oggetto – come fa Michele (114) "N sono i vagoni chiusi" - ma un numero. Molte volte (come penso succeda a Michele) essi lo fanno per superficialità o per ingenuità più che per ignoranza.*
[17] *Io avrei sottolineato anche che è il numero che noi non conosciamo.*
[18] *Si potrebbe rimandare questa seconda domanda solo nel caso in cui nessuno ci arrivi da solo. Penso anche che una domanda così generica ("Vi ricorda qualcosa?") possa non essere di reale aiuto; in questo caso in effetti lo è, ma sinceramente mi meraviglio di come Michele abbia colto subito il suo significato; forse lo aveva già capito per conto suo, e per questo concordo con l'osservazione di Laura Barnabé. A questo proposito riporto un commento fatto tempo addietro da una linguista del GISCEL, Donatella Lovison, durante gli anni della nostra collaborazione nel progetto MTPAL:* "È vero che il contratto con gli alunni prevede il decentramento nella costruzione delle conoscenze, ma questo genere di domande mi lascia sempre dubbiosa: hanno un carattere troppo generale e c'è il rischio concreto che i bambini osservino di tutto e di più, disperdendo le conquiste fatte nelle fasi precedenti e disorientando l'insegnante che può incontrare difficoltà a ricondurre la lezione nel giusto binario. Propendo per domande più 'orientanti', cioè che contengano nella loro formulazione delle 'parole indirizzo' che dirigano verso l'obiettivo che l'insegnante si pone".

120. Paula: Perché i due treni sono di uguale misura e se fossero in una bilancia avrebbero lo stesso peso.
121. I: Proviamo allora a risolverlo [19].
122. Paula (*guarda la rappresentazione scritta da Michele alla lavagna 8+16×3+N×3=17+N×6* [20]): Io dividerei N×6 in N×3 e N×3.
123. Iris: Lo scomponi [21].
124. Paula: Poi toglierei N×3 da una parte e dall'altra, farei il 16×3 che fa 48, poi dividerei [22] il 48 in 17 e 31 così dopo tolgo il 17 da tutte e due le parti e rimane 8+31, poi… [23] (*si perde nei calcoli e i bambini discutono tra loro* [24])
125. Simon: Ho fatto diverso: 8+16×3+N×3=17+N×3+N×3; tolgo da una parte e dall'altra N×3 spezzo il 17 in 8 e 9.[25]
126. I. Quale principio usi?
127. Simon: Il primo della bilancia, poi tolgo l'8 da una parte e dall'altra, poi scompongo il 48 in 9 e 39 che è uguale a 9+N×3 poi tolgo il 9 da una parte e dall'altra faccio 39 diviso 3 e N×3 diviso 3 viene 13 che è uguale a N [26]
128. Iris: Io ho fatto diverso…
129. I: Vieni e spiega quello che scrivi.
130. Iris: 8 che è la locomotiva di A, +16×3 che sono la misura dei vagoni aperti, +N×3 sarebbe la misura dei tre vagoni chiusi, poi 17 è la misura della locomotiva di B e N×6 è la misura dei sei vagoni chiusi 8+16×3+N×3=17+N×3+N×3. Scompongo N×6 poi cavo N×3 da entrambe le parti, poi il 16×3 lo divido per 3 e anche l'N×3 dell'altra parte lo divido per 3, quindi mi rimane 8+16=17+N poi spezzo il 17 in 16 ed 1 tolgo il 16 da entrambe le parti mi rimane 8=1+N poi 7+1=1+N e 7=N [27]. Mi viene diverso…

---

[19] *Meglio 'rappresentarlo' (per i noti motivi).*

[20] *Anticipo in questo commento quello che scrive Laura Barnabé nel suo (Commento 23). Senza delle scritture di supporto è difficile seguire le riflessioni collettive, e oltre tutto non è chiaro cosa gli alunni trascrivano alla lavagna. Per sua natura l'algebra è scritta, e non esiste un'algebra 'parlata'. Per esempio: quando Paula dice "Io dividerei" (122) e "Poi toglierei" (124) lo fa davvero alla lavagna o rimangono parole di pur buone intenzioni? Consiglio, in eventuali prossimi diari, di specificarlo, e di inserire almeno delle fotografie delle lavagne.*

[21] *Ottima puntualizzazione.*

[22] *Scomporre?*

[23] *Si potrebbero scrivere tutti i passaggi per non perdersi… anch'io per capire cosa dicevano l'ho dovuto fare. È vero. In molti diari inserisco 'finte lavagne' proprio per favorire il lettore. L'insegnante (126) fa benissimo a chiedere di esplicitare il principio applicato; sarebbe meglio (lo so che quando l'attività è coinvolgente si lasciano passare certe parole) far migliore lo 'spezzo' di Simon (125) in favore del già usato 'scompongo'.*

[24] *Peccato, andava bene, si poteva far finire il ragionamento riprendendo passo a passo, cioè facendo scrivere in linguaggio matematico quello che Paula esprimeva, arrivando a tradurre il suo, per esempio:*

8+48=17+N×3	
8+17+31=17+N×3	elimino i 17 da entrambe le parti e resta *(meglio: applico il primo principio)*
39=N×3	(c'erano quasi).

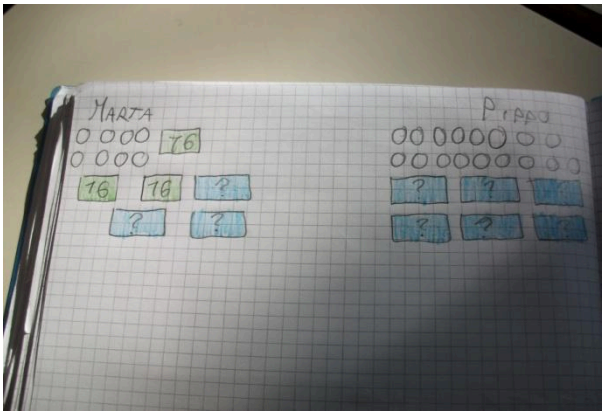
[25] *Vedi il mio prossimo commento.*

[26] *Rileggendo gli interventi degli alunni mi rendo conto come prevale un linguaggio legato molto alla procedura (faccio, fa, tolgo). Sono ancora pochi gli alunni che intervengono alla discussione.*
Commento nel dettaglio le spiegazioni di Simon (125-127):

"Tolgo… N×3"		*Il passaggio è opaco. Mentre Paula (122) evidenzia la sostituzione di N×6 con N×3+N×3, Simon qui procede 'a naso'; sa cosa vuole ottenere ma dovrebbe esplicitare nelle sue scritture quello che mostra di sapere (126). Bisognerebbe guidare gli alunni, soprattutto i più maturi, ad essere trasparenti, anche per favorire compagni in difficoltà;*
"Spezzo il 17 in 8 e 9"	8+16×3=8+9+N×3	*Meglio: scompongo 17 in 8+9.*
"Tolgo l'8… "	8+16×3=8+9+N×3	*Come rappresenta Simon l'applicazione del primo principio? Cancellando l'8 o aggiungendo da entrambe le parti -8?*
	48=9+N×3	*Simon ha esplicitato il prodotto 48? Questo renderebbe trasparente il prossimo passaggio.*
"Scompongo 48 in 9 e 39	9+39=9+N×3	*Simon ha sostituito 48 con 9+39?*
"Tolgo 9… "	39=N×3	*Come rappresenta l'applicazione del primo principio?*
"Faccio 39:3 e N×3:3"	39:3=N×3:3	*Non ha esplicitato l'applicazione del secondo principio. Come lo ha rappresentato?*
"Viene 13 che è uguale a N"	13=N	*Per il 'Viene' concordo con il dubbio espresso dall'insegnante.*

[27] *La descrizione della rappresentazione è molto chiara ma si presta a alcune osservazioni:*
- *Iris dice "Scompongo N×6" ma N×6 non c'è nella sua rappresentazione. Forse non è quella iniziale?;*

131. I: Siete d'accordo? C'è un passaggio che non è chiaro?
132. Lucia: Il diviso 3 ha diviso i vagoni aperti da una parte e i vagoni chiusi dall'altra. [28]
133. Simon: N è il vagone chiuso e 16 è la misura del vagone aperto e N non è uguale a 16 quindi non va bene.
134. I: Sei d'accordo Iris? Hai capito?
135. *Vengono rappresentate entrambe le soluzioni sulla LIM.*
136. *A questo punto viene chiesto ai bambini di trasformare il problema in una situazione di scatole e biglie e questa è la rappresentazione che fanno (alcuni non ci sono riusciti):*



137. Fabio: Marta ha 8 biglie, 3 scatole verdi con 16 biglie ciascuna e 3 scatole blu, Pippo ha 17 biglie e 6 scatole blu, Marta e Pippo hanno lo stesso numero di biglie. Scopri le biglie contenute nella scatola blu [29].

. . [30]

- *In linea di principio, sarebbe opportuno superare termini dialettali come 'cavo' o 'spezzo';*
- *È importante far esplicitare i principi applicati; in questo caso, per esempio, Iris ha sbagliato nell'applicare il secondo principio perché ha diviso per 3 il 39 (unico numero a sinistra dell'uguale), mentre a destra ha diviso per 3 solo N×3 e non 9+N×3; è per questa ragione che ad Iris 'viene diverso'. Le spiegazioni di Lucia (132) e Simon (133) confermano che questo aspetto è delicato per risolutori di equazioni alle prime armi; i due alunni vedono l'errore non nell'applicazione sbagliata del secondo principio ma nel fatto che la divisione è applicata ad uno stesso numero (N×3) che indica però, secondo loro, due cose diverse (vagoni chiusi e vagoni aperti).*
- *Conviene portare gli alunni a superare posizioni personali ("mi rimane");*
- *Invito a far esplicitare a parole il significato della conclusione in relazione alla situazione problematica.*

[28] *Il numero dei vagoni aperti e il numero dei vagoni chiusi. Lo stesso vale in (133): "N è il vagone chiuso").*

[29] *Lavorando con Scatole & Biglie si era giunti alla conclusione che a colore uguale delle scatole corrisponde la stessa quantità di biglie. L'idea di fare il parallelo è interessante, ma bisogna verificare quando e come possa essere organizzata. Nelle situazioni problematiche con scatole e biglie le scatole contengono numeri sconosciuti di biglie. In questo caso, invece, inserendo 16 biglie in ogni scatola, il numero non è più sconosciuto, e questo è in contraddizione con quanto ho appena scritto. L'adattamento del problema dei treni sarebbe caso mai questo:*
Marta avrebbe 8+16×3 biglie visibili (56 in tutto) e 3 scatole contenenti un numero sconosciuto di biglie.
Bibo avrebbe 17 biglie visibili e 6 scatole uguali a quelle di Marta.
Per il 'principio del dondolo' si toglierebbero 17 biglie e 3 scatole per parte e resterebbero 39 biglie a Marta e 3 scatole a Bibo. Con la divisione si troverebbe il 13.

[30] *Alcune considerazioni finali su questo diario. L'attività sull'intreccio fra scatole e biglie e la bilancia avviato in novembre si sta sviluppando in modo ricco e coerente. Tale intreccio è stato condiviso con altri insegnanti e viene introdotto anche nelle loro classi. Per queste ragioni mi complimento con l'insegnante. Come risulta evidente, gli alunni stanno acquisendo notevoli competenze nell'ambito del rappresentare una situazione problematica.*
I nodi sottolineati nei commenti sono legati piuttosto all'inesperienza nella gestione della soluzione dell'equazione. Bisogna tenere presente che l'obiettivo delle attività di early algebra nella scuola primaria non è tanto quello di favorire abilità nella soluzione delle equazioni, quanto di costruire competenze per quanto concerne la comprensione dei significati. Bisogna cioè evitare che gli alunni 'smanettino' le equazioni e fare in modo che siano costantemente consapevoli, passo dopo passo, di ciò che stanno facendo, cioè che sappiano spiegare in modo trasparente che:

- *un'equazione è l'uguaglianza fra due rappresentazioni dello stesso numero contenenti numeri sconosciuti;*
- *si possono togliere numeri a destra e a sinistra grazie al primo principio della bilancia (di equivalenza);*
- *si possono dividere per lo stesso numero entrambi i membri grazie al secondo principio della bilancia (di equivalenza);*

- *dove conviene, si può sostituire un numero in forma canonica con uno in forma non canonica e viceversa; nel fare questo, non dovrebbero usare termini gergali ma termini appropriati (es: scomporre, sostituire).*

Se queste competenze (e queste sensibilità) vengono costruite, gli alunni non cadranno in quelle cattive abitudini, delle quali tanto si lamentano i docenti della scuola secondaria (e che contribuiscono a consolidare la cattiva fama della matematica) di non sapere come gestire i principi di equivalenza, la regola del trasporto, il principio di cancellazione.

febbraio 2018

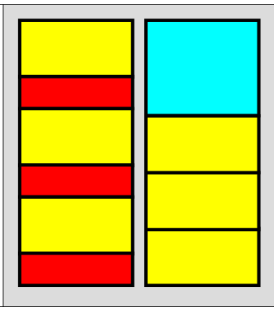
Commenti *Giancarlo Navarra*

Sintesi dell'attività svolta dopo l'intervento di Navarra: dalla rappresentazione in linguaggio matematico di una situazione problematica esplorata assieme a Navarra inventare dei testi.

Problema originale:

Le torri

In una scuola materna i bambini hanno costruito due torri di uguale altezza con dei blocchi di plastica di colore diverso (a colori uguali corrispondono blocchi uguali).
Il blocco azzurro è alto 48cm.
Rappresenta la situazione in modo da trovare l'altezza di ognuno dei tre blocchi gialli della torre di sinistra.



Riprendiamo il problema Le torri (Unità 6); nell'incontro con il prof. Navarra si era giunti a questa rappresentazione:

$$G\times 3+R\times 3=48+G\times 3$$

Inventiamo testi aventi la stessa struttura matematica:

1) Antonio e Giuseppino hanno lo stesso numero di figurine. Per il compleanno di Antonio la mamma gli regala 48 figurine di calciatori e 3 pacchetti da 6 figurine degli Amici cucciolotti. A suo fratello Giuseppino regala sempre 3 pacchetti da 6 figurine degli Amici cucciolotti e 3 pacchetti di figurine del basket. Ricava il numero di figurine del basket in ogni pacchetto.

2) Gaia e Marta devono coprire due corridoi della stessa lunghezza. Gaia compra 3 tappeti rossi di ugual misura e 3 arancioni sempre lunghi uguali , mentre Marta compra 3 tappeti rossi uguali a quelli di Gaia e 1 verde lungo 1,50m. Ricava la lunghezza di ogni tappeto arancione.

3) Due pasticcerie consegnano la stessa quantità di pasticcini a due bar. Una consegna 3 vassoi con 16 pasticcini alla crema e altri 3 vassoi al cioccolato, ma non si ricorda quanti ce ne sono. L'altra consegna 3 vassoi da 16 pasticcini alla crema e un vassoio da 30 pasticcini alla panna. Ricava la quantità dei pasticcini al cioccolato di ogni vassoio consegnati al primo bar.

4) Due amiche vanno a fare shopping. Tutte e due hanno a disposizione la stessa cifra. Sara compra 3 paia di pantaloni e 3 magliette; Celeste paga 48 euro e compra 3 magliette uguali a quelle di Sara. Ricava il costo di un paio di pantaloni.

5) In uno sgabuzzino ci sono 48 palloni da calcio e 3 scatole con dentro 4 palloni da rugby. In un altro sgabuzzino ci sono 3 scatole con dentro 4 palloni da rugby e 3 scatole con dentro alcuni palloni da basket. Negli sgabuzzini c'è la stessa quantità di palloni. Ricava il numero di palloni da basket di ogni scatola.

. . [31]

---

[31] *Congratulazioni agli alunni. I testi sono molto vari e ben organizzati. Sono stati anche rappresentati e poi risolti? Se non lo fossero stati, invito a farlo facendo attenzione alla completezza dei passaggi e delle spiegazioni. Ogni passaggio dovrebbe essere trasparente. Ad esempio:*
Problema 1.
b = numero di figurine del basket in ogni pacchetto
$48+3\times 6=3\times 6+3\times b$
$48+\cancel{3\times 6}=\cancel{3\times 6}+3\times b$ Primo principio della bilancia
$48=3\times b$
$48:3=3\times b:3$ Secondo principio della bilancia
$16=b$
In ogni pacchetto ci sono 16 figurine del basket.