progetto

ArAl

Progetto di Elena Tavarado e Caterina Navarra
revisione scientifica e illustrazioni a cura di Giancarlo Navarra

UGUALE

Le Carte di Rino & Zezè: Pensa, Trova, Combina e Traduci.

MANUALE DI GIOCO

Sintab Edizioni

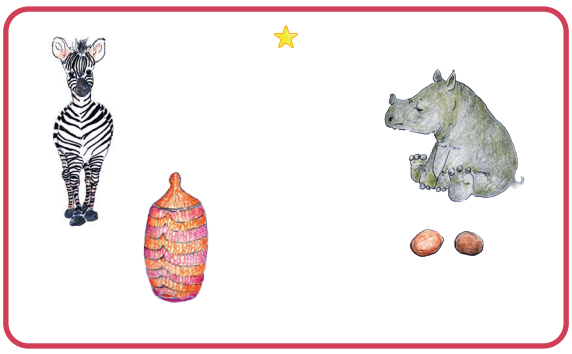
PARTE A - GUIDA AL MATERIALE E AI GIOCHI

1. L'ambiente, i protagonisti, le Regole

Due piccoli abitanti della savana, la zebra Zezè e il rinoceronte Rino, si divertono a collezionare semi. Li possono tenere sciolti, e quindi visibili, oppure dentro una o più ceste variamente colorate (possono essere rosse, gialle o blu) che, essendo chiuse, impediscono di vederne il contenuto.

L'organizzazione delle collezioni segue due Regole:

Regola dell'Uguaglianza: Zezè e Rino hanno sempre un numero uguale di semi.



In questa situazione, siccome Rino ha due semi, allora anche Zezè possiede due semi, nascosti nella cesta.

Regola dei Colori: ceste dello stesso colore contengono un ugual numero di semi e, viceversa, ceste di colore diverso contengono numeri diversi di semi.



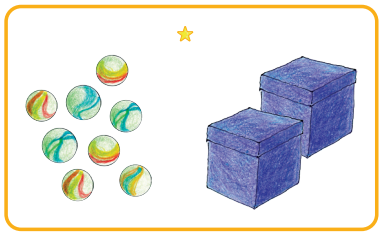
Nelle ceste rosse c'è lo stesso numero di semi, diverso dal numero di quelli nella cesta blu.
Sono in ogni caso numeri sconosciuti, il cui valore si troverà applicando la Regola dell'Uguaglianza.

2. Le Carte

Il gioco è formato da cinque mazzi di carte, collegate fra loro.
Un esempio:



A • 25 CARTE "ROSSE"
Ogni carta A contiene immagini di Zezè e Rino e delle loro collezioni.



B • 25 CARTE "ARANCIONI"
Ogni carta B riproduce con disegni diversi la corrispondente carta A.

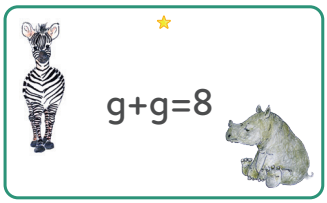


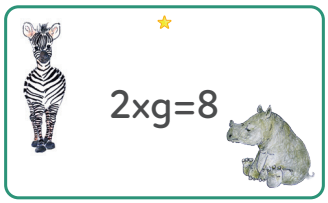
C • 25 CARTE "AZZURRE"
Ogni carta C contiene una descrizione della corrispondente carta A.





D • 36 CARTE "BLU"
Ogni carta D contiene una frase che esprime la relazione matematica fra le quantità di semi di Zezè e Rino rappresentate nella carta A.





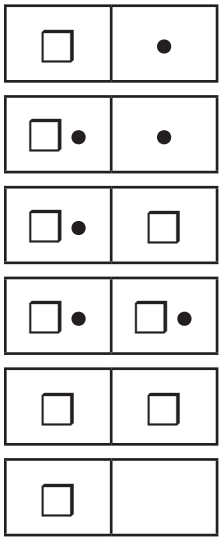
E • 36 CARTE "VERDI"
Ogni carta E contiene la traduzione in linguaggio algebrico della frase della corrispondente carta D.

Le carte D ed E sono in numero maggiore (36) rispetto alle altre (25) perché ad una A può corrispondere più di una rappresentazione di tipo relazionale in lingua italiana (carte D) e di conseguenza più rappresentazioni in linguaggio algebrico (carte E). Nell'esempio precedente: alla A, in cui Zezè ha due ceste di colore uguale, possono corrispondere due D per esprimere il numero totale dei semi nelle ceste, in forma rispettivamente additiva e moltiplicativa; ad es:

- 'La somma dei numeri dei semi nelle due ceste gialle';
- 'Il doppio del numero dei semi in una delle due ceste gialle'.

3. Le sei tipologie relative alla distribuzione di ceste e semi fra Zezè e Rino

Le 25 carte A (e di conseguenza quelle degli altri mazzi) sono divise in sei tipologie, a seconda del modo in cui ceste e semi sono variamente distribuiti fra Zezè e Rino. Le schematizziamo perché possono essere d'aiuto all'insegnante anche per progettare situazioni differenti da quelle presentate nelle carte A o per farle inventare ai bambini come sfide da lanciare all'adulto o ai compagni (è indifferente da che parte stanno ceste e semi nella carta).



Uno ha solo ceste, l'altro ha solo semi.

Uno ha sia ceste che semi, l'altro solo semi.

Uno ha sia ceste che semi, l'altro solo ceste.

Entrambi hanno sia ceste che semi.

Entrambi hanno solo ceste.

Uno ha solo ceste (una o più), l'altro non ha nessun seme.

4. Panoramica sulle possibilità di utilizzo dei mazzi

I mazzi possono essere usati in tanti modi diversi, a seconda dell'età e dell'esperienza dei bambini e di chi sia l'adulto (insegnante o meno) che gioca assieme a loro. Le carte A - e di conseguenza anche le altre - presentano due livelli di difficoltà (contrassegnati da una o due stelle sul fronte di ogni carta):
★ più semplice, adatte a partire dai 5 anni;
★★ più articolato adatte a partire dai 7 anni.
In questo modo un docente può decidere di usare solo parte di uno o più mazzi, a seconda del livello dei suoi alunni.

5. Note di metodo sulle carte

Riteniamo utile dare delle sintetiche indicazioni generali su possibili usi dei mazzi di carte, prima di passare ai giochi veri e propri, aprendo le basi sia per attività didattiche a livello linguistico e matematico che per attività di tipo ludico.

5.1 Le carte A ★ e le corrispondenti B

Adatte a: bambini con poca confidenza con la lettura (infanzia, prima primaria, bambini con difficoltà, stranieri).
Adulto-guida: anche non insegnante.
Scopo: riconoscere somiglianze fra ceste e semi delle carte A e gli oggetti delle carte B, diversi nella forma ma in quantità uguali (due ceste nelle A - due sacchetti nelle B, tre semi nelle A - tre caramelle nelle B e così via).
Ritmo: lento, per favorire l'osservazione, la lettura, la verbalizzazione.
Attività: per rompere il ghiaccio e favorire la familiarità con le carte.

Alcuni esempi: l'adulto posa sul tavolo:

- una carta A e due o tre carte B; il bambino cerca la coppia corretta A-B;
- tre carte A e le corrispondenti tre B più una B intrusa; abbinando correttamente le tre coppie A e le B il bambino ha il compito di isolare l'intrusa.

5.2 Carte A ★ e le corrispondenti C

Adatte a: bambini con iniziali competenze con la lettura (infanzia, prima primaria, bambini con difficoltà, stranieri).
Adulto-guida: anche non insegnante.
Scopo: riconoscere le relazioni fra le situazioni illustrate nelle carte A e le descrizioni in lingua italiana delle carte C.
Ritmo: lento, per favorire l'osservazione, la lettura, la verbalizzazione.
Attività: l'adulto può introdurre alcune carte A ★★ scegliendo quelle che gli sembrano più adatte. Alcuni esempi: posa sul tavolo:

- una carta A e la corrispondente C più un'intrusa (A o C); abbinando correttamente la A e la C il bambino isola l'intrusa;
- una carta C e alcune carte A; il bambino cerca la coppia corretta A-C;
- una carta A e alcune carte C; il bambino cerca la coppia corretta A-C.

5.3 Le carte A ★ e le corrispondenti D

Adatte a: bambini che hanno maturato competenze nella lettura (dalla terza primaria in poi).
Adulto-guida: insegnante che intenda avviare (o approfondire) il confronto tra parafrasi che esprimono in linguaggio naturale le relazioni matematiche tra i numeri, noti o meno, dei semi.
Scopo: favorire l'interpretazione di parafrasi che rappresentano in linguaggio naturale le relazioni matematiche fra le quantità illustrate nelle carte A.
Ritmo: adattato alle caratteristiche degli alunni e alle loro competenze linguistiche, che vanno comunque promosse.
Attività: quando l'adulto lo ritiene stimolante, può introdurre anche alcune carte ★★ scegliendo quelle che gli sembrano più adatte. Alcuni esempi: l'adulto posa sul tavolo:

- una carta A e una carta D presa a caso; l'alunno spiega se l'abbinamento è corretto;
- una carta A e due corrispondenti D più una D intrusa; l'alunno ha il compito di isolare l'intrusa.

5.4 Le carte A (inizialmente ★) e le corrispondenti D ed E

Adatte a: alunni con competenze linguistiche evolute (dalla terza primaria).
Adulto-guida: insegnante.
Scopo: riconoscere le relazioni fra le rappresentazioni iconiche (A), linguistiche di tipo relazionale (D), in linguaggio matematico (E).
Ritmo: sono possibili due livelli: un primo, didattico, relativo alla graduale costruzione di competenze sempre più solide; un secondo, ludico, al quale gli alunni, anche da soli, utilizzano le loro competenze per giocare e 'vincere'. In questo caso vengono premiate l'intuizione, il colpo d'occhio, la velocità.
Attività: quando l'adulto lo ritiene stimolante, può introdurre anche delle carte ★★ scegliendo fra quelle che gli sembrano più adatte. Alcuni esempi: l'adulto posa sul tavolo:

- una carta A, due carte D entrambe corrette e due carte E, anch'esse corrette; l'alunno le interpreta e argomenta le associazioni;
- due carte corrispondenti D-E e tre carte A; l'alunno individua la carta A adatta e argomenta la scelta.

6. Giochi

Il materiale è nato dalla collaborazione tra le autrici, una docente di scuola Primaria e l'altra dell'Infanzia dell'IC San Giovanni di Trieste, assieme ai loro alunni: una classe prima e una sezione dell'infanzia, coinvolte in attività di continuità verticale. Le carte costituiscono l'espansione e l'evoluzione del gioco realizzato dalle stesse insegnanti "Collezionisti in erba: alla scoperta dell'incognita. Un gioco di scatole, semi e pensieri a voce alta per favorire il ragionamento e l'argomentazione" (Sapyent, 2019). Rispetto a questo, il gioco "UGUALE" si rivolge anche a ragazzi più grandi, in quanto il materiale presenta un maggior grado di astrazione.

I giochi che presentiamo sono stati pensati, in un lungo periodo di tempo, dai bambini della classe di scuola primaria, a cui è stata consegnata una prima versione del materiale: alcuni sono stati inventati, altri derivano da giochi a loro noti.

ECCOLI, CLASSIFICATI IN DUE GRUPPI A SECONDA DELLA LORO COMPLESSITÀ:

7 secondi	dai 5 anni
Manolesta	
Memory di Rino e Zezè	
Chi ce l'ha?	dagli 8 anni
Cartobot	
Lo so!	
Ri-Ze-Mimi	

Le carte di "Uguale" si prestano a qualunque altro gioco suggerito dalla fantasia degli alunni o dei docenti.

7 SECONDI

Numero giocatori: **2**

Preparazione: si prendono 8 carte rosse (A) e 7 color arancione (B) corrispondenti alle prime, ma si può decidere di giocare con mazzi di altri colori. Si allineano su due file parallele, lasciando coperte le carte arancione e scoperte le rosse.

Inizio: inizia il giocatore più giovane.

Svolgimento: il giocatore di turno scopre una carta arancione e comincia a contare fino a 7 scandendo i secondi (suggeriamo di aiutarsi con un timer). L'altro giocatore deve trovare la carta rossa corrispondente (che rappresenta la stessa situazione) prima che termini il tempo. Se la trova, le guadagna entrambe, altrimenti la carta arancione viene coperta di nuovo. Poi si passa il turno.

Scopo: vince chi guadagna più carte.

Conclusione: la partita finisce quando non ci sono più coppie sul tavolo.

MANOLESTA

Numero giocatori: da **2** a **4**

Preparazione: si prendono da due mazzi diversi - ad es. azzurro (C) e verde (E), rosso (A) e arancione (B)... - 7 coppie di carte appaiate e 2 carte spaiate. Si mescolano sul tavolo le carte coperte e poi si girano.

Inizio: al via si inizia. Non c'è un turno di gioco.

Svolgimento: si gioca con una mano sola. Bisogna appaiare due carte (che rappresentano la stessa situazione) e metterle davanti a sé.

Scopo: vince il giocatore che ha guadagnato più carte.

Conclusione: la partita finisce quando non ci sono più coppie sul tavolo.

MEMORY DI RINO E ZEZÈ

Numero giocatori: **2-4**
Preparazione: si mettono due mazzi di carte coperte e si dispongono in due griglie separate sul tavolo.
Inizio: inizia il giocatore più giovane.
Svolgimento: bisogna girare una carta di un colore e poi un'altra dell'altro colore. Se le due carte rappresentano la stessa situazione, si guadagna quella coppia e si gioca di nuovo. Se si guadagna una seconda coppia, si passa comunque il turno.
Scopo: vince il giocatore che ha guadagnato più carte.
Conclusione: la partita finisce quando non ci sono più coppie sul tavolo.

CHI CE L'HA?

Numero giocatori: **4-6**
Preparazione: si prendono 3 mazzi di carte, ad es. rosse (A), azzurre (C) e verdi (E). Si pone sul tavolo un mazzo (ad es. quello verde) coperto. Gli altri due mazzi vengono mescolati e distribuiti fra i giocatori. *Si può giocare anche con mazzi di altri colori.*
Inizio: inizia il giocatore più giovane, poi si va in senso orario.
Svolgimento: il giocatore di turno gira una carta del mazzo coperto. Chi mostra per primo una carta "sorella", cioè che rappresenta la stessa situazione, si guadagna quella coppia di carte. Poi si passa il turno. Se nessuno può prendere, si gira un'altra carta verde.
Scopo: vince il giocatore che ha guadagnato più carte.
Conclusione: la partita finisce quando non ci sono più carte coperte sul tavolo.

CARTOBOT

Numero giocatori: **2-4**
Preparazione: ogni giocatore riceve 2 carte rosse (A) e 2 verdi (E).
Inizio: al via.
Svolgimento: al primo turno tutti buttano sul tavolo una carta rossa. Chi ha lanciato la carta con l'incognita di valore minore prende tutte le carte scoperte. In caso di parità, ciascuno prende la sua carta e le altre vengono scartate. A ogni turno si cambia colore delle carte da mettere in campo.
Scopo: vince chi guadagna più carte.
Conclusione: la partita finisce quando non ci sono più carte in mano.

Attenzione: *qui non c'è solo il calcolo del valore dell'incognita. In alcune carte compare la variabile: un numero nascosto che può assumere diversi valori. Starà al giocatore che la pone sul tavolo attribuire un valore basso, anche lo zero, alle ceste uguali e quindi argomentare, spiegando perché c'è – o meglio ci può essere - quel numero di semi nella cesta.*

LO SO!

Numero giocatori: **3-4**
Preparazione: si prendono le carte rosse (A), arancioni (B) e verdi (E). Si mescolano tra loro e si distribuiscono 3 carte a ciascun giocatore. Una carta viene scoperta e il resto delle carte viene posto in un mazzo coperto.
Inizio: inizia il giocatore più giovane, poi si va in senso orario.
Svolgimento: il giocatore di turno osserva la carta scoperta. Può scartare una delle sue carte se questa presenta una cesta con lo stesso numero di semi di quella sul tavolo: dopo aver posizionato la sua carta vicino all'altra, deve indicare le due ceste e dire "Lo so!". Se non ha nulla, pesca e riprova, fino a un massimo di due pescate. Poi passa il turno.
Scopo: vince il giocatore che resta senza carte.
Conclusione: la partita finisce quando un giocatore vince. Variante: dopo un tempo stabilito vince chi ha meno carte in mano.

RI-ZE-MIMI (ossia Rino e Zezè giocano ai MIMI)

Numero giocatori: **4** o **più**
Preparazione: i giocatori si dividono in due squadre, ciascuna con un foglietto e una matita. Un mazzo di carte - rosso (A), azzurro (C) o verde (E) - viene posto su un tavolo lontano dalle squadre.
Inizio: inizia il giocatore più grande.
Svolgimento: il giocatore di turno va al tavolo e pesca dal mazzo una carta: deve mimarla, mostrando con i gesti gli oggetti della scena. Non può ovviamente usare parole, ma neppure gesti che rappresentino lettere o numeri. Gli altri devono scrivere sul foglietto il contenuto della carta o qualcosa di analogo. La squadra che consegna per prima la risposta corretta, segna 1 punto e invia un mimo al tavolo delle carte.
Scopo: vince chi guadagna più punti.
Conclusione: la partita finisce dopo un numero stabilito di turni.

APPELLO ALLE CLASSI

Negli ultimi anni le autrici hanno utilizzato nelle loro classi un prototipo dei mazzi di carte, con un occhio attento sia all'aspetto ludico, sia a quello cognitivo delle attività proposte.
Hanno notato che i bambini, soprattutto alla Primaria, imparano velocemente le regole, ma spesso amano modificarle e inventare nuovi giochi.

Se questo capiterà anche a voi giocando con "UGUALE", scriveteci, indicando titolo del gioco, istruzioni, nome della scuola e dell'adulto di riferimento. Insieme alle autrici implementeremo l'elenco delle proposte di questa pubblicazione.

Inviate le vostre idee qui edizioni@sintab.it

PARTE B - AMPLIAMENTO PER L'INSEGNANTE

7. Scopi e supporti

Scopo di questa Parte del manuale è di introdurre e accompagnare i docenti che intendano andare oltre il pur importante utilizzo ludico delle carte descritto nella Parte A ad un loro impiego didattico nella prospettiva dell'early algebra e del Progetto ArAl.

Invitiamo a tenere come punti di riferimento queste pubblicazioni:

Per un inquadramento generale

Navarra G. (2022). Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante. Milano: Utet Università.

Per un approfondimento didattico dei temi

Navarra G.. (2024). Unità 14. Scatole & Biglie. Confronto tra collezioni per promuovere il pensiero relazionale. Sulmona (AQ): Sintab Editrice.

Navarra G., Della Picca M.G., & Traverso A. (2023). Matematica e pensiero relazionale: un percorso educativo per la scuola primaria. Classe prima. Sintab Edizioni.

Navarra G., Della Picca M.G., & Traverso A. (2024). Matematica e pensiero relazionale: un percorso educativo per la scuola primaria. Classe seconda e classe terza. Sintab Edizioni.

8. Obiettivi principali

Gli obiettivi delle attività, sia ludiche che didattiche, riguardano l'apprendimento degli alunni e le competenze dei docenti che le propongono nelle loro classi.

Obiettivi cognitivi

Sviluppare negli alunni competenze relative:

- all'ambito matematico (l'uguale, le rappresentazioni del numero, il numero 'che non si sa');
- all'ambito del linguaggio naturale (produzione e interpretazione di frasi, individuazione di parafrasi);
- alle differenze fra definizioni descrittive di una situazione (uso di una terminologia appropriata) e frasi relazionali che esprimono l'osservazione globale di una situazione al fine di rilevare eventuali legami tra i termini in gioco;
- alla capacità di tradurre dal linguaggio naturale al matematico e viceversa;
- alla capacità di individuare analogie tra rappresentazioni in linguaggi diversi (iconico, verbale, matematico);

Sviluppare nei docenti la capacità di:

- favorire la maturazione delle competenze declinate in precedenza;
- cogliere le difficoltà;
- intervenire in modo adeguato per superarle;
- promuovere, a seconda dell'età, gli aspetti linguistici: gattonamento espressivo, verbalizzazione, argomentazione, produzione e interpretazione di parafrasi.

Obiettivi affettivo-relazionali

Oltre a quelli cognitivi, ci sono obiettivi di tipo relazionale - intrapersonali e interpersonali - che rivestono grande importanza per l'autostima, la motivazione e, in poche parole, il successo formativo di ogni persona. Ne citiamo solo alcuni:

- saper comunicare in modo adeguato;
- ascoltare e accettare pensieri e punti di vista diversi dai propri;
- interagire nel gruppo-classe maturando gradualmente disponibilità, collaborazione, capacità di dare e chiedere aiuto;
- argomentare in modo corretto e rispettoso, accrescendo capacità di pensiero e scelta autonoma;
- sviluppare l'attitudine alla cooperazione, per costruire apprendimenti.

9. Le schede delle 25 carte A a confronto con le relative B, C, D, E

Come abbiamo visto (§4) le carte del mazzo A presentano due livelli di difficoltà contrassegnati sul fronte di ognuna di esse da una o due stelle:

Nelle pagine seguenti ad ogni carta A è dedicata una scheda in cui si analizzano le sue relazioni con le corrispondenti carte C-E e si danno suggerimenti di tipo metodologico e didattico.

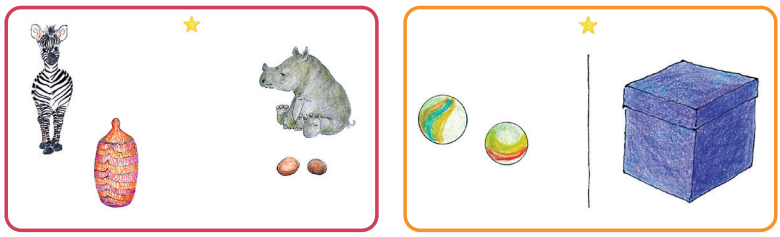
Premettiamo alcune osservazioni di carattere generale:

- ceste e semi sono distribuiti in modo indifferente fra Zezè o Rino in modo da favorire il superamento della fissità della lettura spontanea dell'immagine sinistra→destra favorendo quella inversa. Si apre la strada verso la proprietà simmetrica dell'uguaglianza;
- a qualche carta A sono associate due carte D, in modo da favorire una varietà di punti di vista che comportano, per esempio, il vedere una situazione spostando l'attenzione dal doppio alla metà, oppure da una relazione additiva ad una equivalente moltiplicativa;
- nel porre in relazione le carte D (definizioni relazionali) con le corrispondenti E (traduzioni in linguaggio matematico) si invita l'insegnante ad appoggiarsi alla strategia cromatica, nelle fasi iniziali o quando lo ritenesse necessario;
- l'insegnante stabilirà con la classe un contratto didattico centrato sulla qualità della verbalizzazione e dell'argomentazione, e quindi sulla correttezza terminologica e sulla completezza delle frasi;
- per quanto concerne l'uso della lettera, le sperimentazioni hanno evidenziato come classi di prima o seconda primaria introdotte alla lettera come 'simbolo che sta per un numero che non si conosce' mostrino di intuire la relazione fra carte A★ e le corrispondenti carte E. Sarà necessario superare probabili stereotipi che portano a vedere, per esempio, la lettera 'b' come 'blu' o 'cesta blu' invece che come 'numero dei semi nella scatola blu'.

Legenda
RA = Rappresentazione Additiva
RM = Rappresentazione Moltiplicativa.

1. ★

Carte A e B



Carta C Zezè ha una cesta rossa; Rino ha due semi.

Si possono porre domande 'di indirizzo', ad es: 'Che oggetto ha davanti a sé Zezè?' 'Conta quanti sono i semi di Rino'. 'Qual è il numero dei semi di Rino?'

Carta D Il numero dei semi nella cesta rossa di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.

Si può chiedere di costruire una frase che descriva la situazione rappresentata iniziando da destra, in modo da ottenere: 'Il numero dei semi di Rino è uguale al numero dei semi nella cesta di Zezè'.

Carta E r=2

Per favorire la comprensione della relazione tra le due carte ci si può appoggiare alla 'strategia dei colori' che associa molto efficacemente, con lo stesso colore, le parti delle frasi in linguaggio naturale con i simboli corrispondenti in linguaggio matematico; ad es:

Il numero dei semi nella cesta di Zezè
è uguale al numero dei semi di Rino.
r=2

2. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha 10 semi; Rino ha una cesta blu e una rossa.

Probabilmente bisogna guidare gli alunni ad esprimere la differenza di colore fra le due ceste (spesso essi si limitano a dire semplicemente 'due ceste'); questa precisazione è importante perché favorisce la distinzione fra il concetto di 'somma di quantità' diverse e il concetto di 'doppio'.

Carta D Il numero dei semi di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta blu e il numero dei semi nella cesta rossa di Rino.

Ad alunni più grandi si può chiedere di esprimere il numero dei semi in una delle due ceste di Rino. La frase potrebbe essere: 'Il numero dei semi di una cesta di Rino è uguale alla differenza fra il numero dei semi di Zezè e il numero dei semi nell'altra cesta' (traduzione: b=10-r).

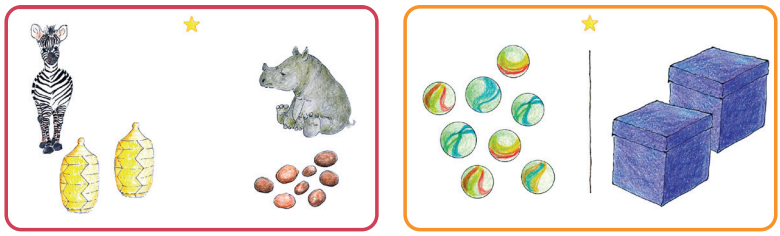
Carta E 10=b+r

Ci si può servire della strategia dei colori; ad es:

Il numero dei semi di Zezè è uguale alla somma fra
il numero dei semi nella cesta blu
e il numero dei semi nella cesta rossa di Rino.
10=b+r

3. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha due ceste gialle; Rino ha 8 semi.

È opportuno guidare i bambini ad esprimere l'uguaglianza dei colori delle due ceste; questa precisazione è importante perché favorisce il passaggio al concetto di 'doppio'.

Due Carte D

(RA) La somma fra i numeri dei semi nelle due ceste gialle di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.
(RM) Il doppio del numero dei semi in una cesta gialla di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.
Ad alunni più grandi si può chiedere di esprimere il numero dei semi in una delle due ceste di Zezè. La frase potrebbe essere: 'Il numero dei semi in una cesta gialla è la metà del numero dei semi di Rino'. (traduzione: g=8:2).

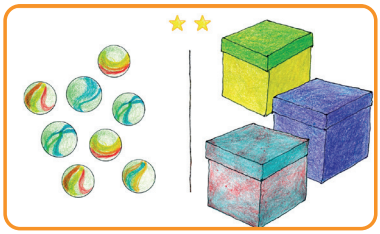
Due Carte E (RA) g+g=8 (RM) 2×g=8

Ci si può servire della strategia dei colori; ad es:

Il doppio del numero dei semi di una cesta gialla
è uguale al numero dei semi di Rino.
2×g=8

4. ★★
Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha una cesta gialla, una blu e una rossa; Rino ha otto 8 semi.

È necessario guidare gli alunni ad esprimere la diversità dei colori delle tre ceste.

Carta D La somma fra i numeri dei semi nella cesta rossa, in quella blu e nella gialla di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.

Si tratta di capire che fra i numeri dei semi nei tre contenitori c'è una relazione additiva. Per favorire la traduzione in linguaggio matematico, è probabilmente necessario guidare a parafrasare la frase stampata in modo da porre in evidenza che 'La somma dei numeri' è, in realtà, una somma fra numeri: la somma fra il numero dei semi nella cesta gialla, quello del numero dei semi nella blu e quello del numero dei semi nella rossa... '. Una precisazione così dettagliata sarà necessaria nei primi approcci, finché il concetto non sarà diventato trasparente, poi diventerà superflua (salvo casi particolari).

Carta E r+b+g=8

Ci si può servire della strategia dei colori:

La somma fra il numero dei semi nella cesta rossa, quello del numero dei semi nella blu
e quello del numero dei semi nella gialla
è uguale al numero dei semi di Rino
r+b+g=8

Dedichiamo l'ultima parte del commento alla soluzione, perché gli alunni ovviamente chiedono: "Ma insomma, quanti semi contengono le tre ceste?". Naturalmente le soluzioni sono più d'una, e la loro ricerca richiede molto metodo, che si rivelerà potente in tutte le attività che comportano una ricerca di regolarità.

È necessario impostare una ricerca ordinata, avendo l'avvertenza di escludere le soluzioni in cui figurino numeri di semi uguali (ad es: 0-4-4 e 2-3-3) in quanto la Regola dei Colori esclude queste possibilità.

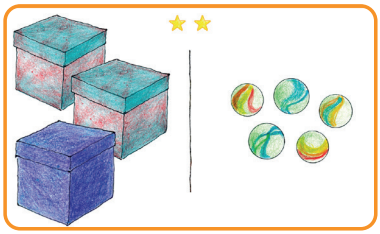
Si può costruire pazientemente questa tabulazione (evidenziamo con i colori il metodo con cui è stata condotta l'esplorazione):

| | | |

5. ★★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha una cesta blu e due ceste gialle; Rino ha 5 semi.

Si favorisce la concentrazione sui colori delle tre ceste.

Due Carte D

(RA) La somma fra i numeri dei semi nella cesta blu e quelli nelle due ceste gialle di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.

(RM) La somma fra il numero dei semi nella cesta blu e il doppio di quelli in una delle ceste gialle di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.

Difficoltà principale per gli alunni: capire che i numeri dei semi nelle tre ceste sono collegati da una relazione additiva e che quella fra due di essi è esprimibile anche in forma moltiplicativa. La situazione favorisce la riflessione sul concetto di 'doppio di un numero'.

Due carte E (RA) g+g+b=5 (RM) 2×g+b=5

Per quanto concerne la traduzione in linguaggio matematico rimandiamo a quanto abbiamo scritto nella tessera 4 sul passaggio dalla somma dei numeri alla somma fra numeri.

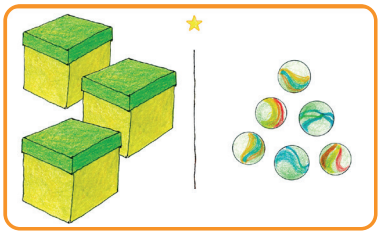
La ricerca delle soluzioni richiede metodo, come nel caso della tessera 4. È necessaria una ricerca ordinata; bisogna escludere le soluzioni con numeri tutti diversi (ad es. 0-2-3) e assumere solo quelle contenenti due numeri uguali:

gialla	0	1	2
gialla	0	1	2
rossa	5	3	1

6. ★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha 6 semi; Rino ha tre ceste rosse.

È opportuno guidare gli alunni ad esprimere l'uguaglianza dei colori delle tre ceste; questa precisazione è importante perché favorisce il passaggio ai concetti di 'triplo di' e di 'un terzo di'.

Due Carte D

(RA) Il numero dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma dei numeri dei semi nelle tre ceste rosse di Rino.

(RM) Il numero dei semi visibili di Zezè è il triplo del numero dei semi in una delle tre ceste rosse di Rino.

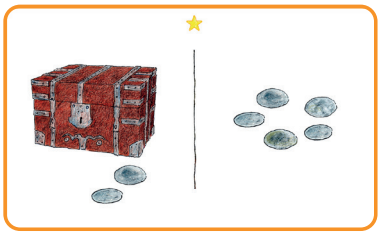
Due Carte E (RA) 6=r+r+r (RM) 6=3×r

L'insegnante può stimolare gli studenti a trovare altre traduzioni della stessa carta, ad es. Il numero dei semi in una delle ceste uguali è un terzo del numero dei semi di Zezè. x=6:3.

7. ★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha 5 semi; Rino ha una cesta blu e 2 semi.

Carta D

Il numero dei semi di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta blu e il numero di quelli visibili di Rino.

L'insegnante può chiedere di esprimere il numero dei semi visibili di Rino. La frase potrebbe essere: 'Il numero dei semi visibili di Rino è uguale alla differenza fra il numero dei semi di Zezè e il numero dei semi nella cesta di Rino' (traduzione: 2=5-b).

Carta E 5=b+2

8. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha 10 semi; Rino ha due ceste gialle e 4 semi.

Due Carte D

(RA) Il numero dei semi di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nelle due ceste gialle e il numero di quelli visibili di Rino.
(RM) Il numero dei semi di Zezè è uguale alla somma fra il doppio del numero dei semi in una delle due ceste gialle e il numero di quelli visibili di Rino.
Un insegnante che abbia maturato l'esperienza necessaria per farlo, con alunni a partire dalla quarta o dalla quinta, può chiedere di esprimere il numero dei semi visibili di Rino in funzione degli altri numeri. Si può pensare ad una costruzione collettiva che al momento opportuno si conclude con una frase organizzata da un solo alunno. Per esempio: 'Il numero dei semi in ognuna delle due ceste uguali di Rino è uguale alla metà della differenza fra il numero dei semi di Zezè e il numero dei semi visibili di Rino' (traduzione: g=(10-4):2).

Due Carte E (RA) 10=g+g+4 (RM) 10=2×g+4

9. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha 4 semi; Rino ha tre ceste gialle e 4 semi.

Due Carte D

(RA) Il numero dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra i numeri dei semi nelle tre ceste gialle e il numero di quelli visibili di Rino.
(RM) Il numero dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra il triplo del numero dei semi in una delle tre ceste gialle e il numero di quelli visibili di Rino.
Difficoltà principale per gli alunni: il passaggio da una rappresentazione additiva ad una moltiplicativa del numero dei semi nelle tre ceste.
Sul piano della soluzione (quanti semi ci sono in ogni cesta?) è importante che si guidi a riflettere sulla Regola dell'Uguaglianza: essendoci quattro semi visibili per parte, ogni cesta sarà vuota o, detta in termini più evoluti, 'il numero dei semi in ogni cesta è zero'.

Due Carte E (RA) 4=g+g+g+4 (RM) 4=3×g+4

10. ★★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha una cesta rossa; Rino ha una cesta blu e 1 seme.

Carta D Il numero dei semi nella cesta rossa di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta blu e l'unico seme visibile di Rino.

Le carte D possibili sarebbero di più, ma per motivi editoriali non sono state stampate:

- *Il numero di semi nella cesta blu è uno in meno di quello dei semi nella cesta rossa.*
- *Il numero di semi nella cesta blu è la differenza fra il numero di quelli nella cesta rossa e 1.*
- *Il numero di semi nella cesta rossa è uno in più di quelli nella cesta blu.*

L'insegnante, con alunni più grandi, potrebbe anche 'alzare il tiro' e far emergere i concetti di numero 'precedente' e 'successivo'. Dopo un'attività collettiva un alunno potrebbe concludere:

- *'Il numero di semi nella cesta rossa è il successivo di quello relativo alla cesta blu' (traduzione: r=b+1).*
- *'Il numero di semi nella cesta blu è il precedente di quello dei semi nella cesta rossa' (traduzione: b=r-1).*

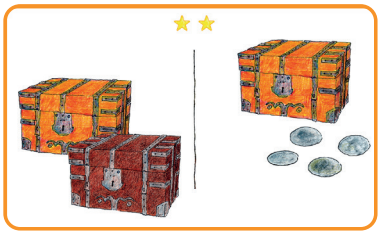
Carta E r=b+1

Difficoltà principale per gli alunni: non tanto nella rappresentazione della situazione quanto nella soluzione.

11. ★★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha una cesta rossa e una blu; Rino ha una cesta rossa e 4 semi.

Carta D La somma fra i numeri dei semi nella cesta rossa e quello dei semi nella cesta blu di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta rossa e quello dei semi visibili di Rino.

Carta E r+b=r+4

Difficoltà principale per gli alunni: non tanto nella rappresentazione della situazione quanto nella soluzione dell'equazione per gioco. La classe deve conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare togliendo una cesta gialla per parte. In questo modo può concludere che nella cesta blu ci sono quattro semi e che il numero di semi, uguale nelle ceste rosse per la Regola dei Colori, è indeterminato.

L'insegnante potrebbe poi chiedere per esempio "E se ti dicessi che sia Zezè che Rino possiedono in tutto nove semi, sapresti dirmi il numero dei semi in ogni cesta, anche in quelle rosse?"

La questione posta può portare ad un livello più evoluto e all'impostazione di un sistema:

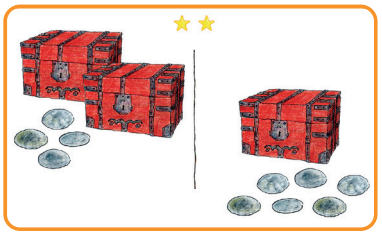
{r+b=r+4

{r+b=9

12. ★★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha due ceste gialle e 4 semi; Rino ha una cesta gialla e 6 semi.

Due Carte D

(RA) La somma fra il numero dei semi nelle due ceste gialle e quello dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta gialla e il numero dei semi visibili di Rino.
(RM) La somma fra il doppio del numero dei semi in una cesta gialla e quello dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta gialla e quello dei semi visibili di Rino.

Due Carte E (RA) g+g+4=g+6 (RM) 2×g+4=g+6

Difficoltà principale per gli alunni: la soluzione dell'equazione. La classe deve avere maturato l'esperienza con il percorso che proponiamo sulle equazioni per gioco, quindi con la bilancia, con la sostituzione della forma canonica di un numero con varie forme non canoniche dello stesso numero (e viceversa), conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare.

13. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha una cesta rossa, una blu e 2 semi; Rino ha una cesta rossa e 3 semi.

Carta D La somma fra il numero dei semi nella cesta rossa, quello dei semi nella cesta blu e quello dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta rossa e quello dei semi visibili di Rino.

Carta E r+b+2=r+3

Difficoltà principale per gli alunni: la soluzione dell'equazione. La classe deve avere lavorato con le equazioni per gioco, quindi con la bilancia, con la sostituzione di forme canoniche con forme non canoniche (e viceversa) dello stesso numero, conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare.

14. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha una cesta blu e 1 seme; Rino ha una cesta rossa e 2 semi.

Carta D La somma fra il numero dei semi nella cesta blu e quello dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta rossa e quello dei semi visibili di Rino.

Carta E b+1=r+2

Difficoltà principale per gli alunni: la soluzione dell'equazione. La classe deve avere lavorato con le equazioni per gioco, quindi con la bilancia, con la sostituzione di forme canoniche con forme non canoniche (e viceversa) dello stesso numero, conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare.

15. ★★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha una cesta blu e 1 seme; Rino ha una cesta blu e 1 seme.

Carta D La somma fra il numero dei semi nella cesta blu e l'unico seme visibile di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta blu e l'unico seme visibile di Rino.

Carta E b+1=b+1

Difficoltà principale per l'insegnante: guidare gli alunni, appoggiandosi anche alla manipolazione di oggetti concreti e a riflessioni collettive, verso la comprensione che il numero dei semi in ognuna delle ceste blu è indeterminato.

16. ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha una cesta blu; Rino ha una cesta blu.

Carta D Il numero dei semi nella cesta blu di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta blu di Rino.

Carta E b=b

Difficoltà principale per l'insegnante: guidare gli alunni, appoggiandosi anche alla manipolazione di oggetti concreti e a riflessioni collettive, verso la comprensione che il numero dei semi in ognuna delle ceste blu è indeterminato.

17. ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha due ceste rosse; Rino ha una cesta gialla.

Due Carte D

(RA) La somma fra i numeri dei semi nelle due ceste rosse di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta gialla di Rino.
(RM) Il doppio del numero dei semi in una cesta rossa di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta gialla di Rino.

Due Carte E (RA) r+r=g (RM) 2×r=g

Difficoltà principale per l'insegnante: guidare a 'vedere' il numero dei semi nelle due ceste di Zezè come 'somma fra due numeri uguali' e come 'doppio'.

18. ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha due ceste rosse; Rino ha una cesta rossa.

Due Carte D

(RA) La somma fra i numeri dei semi nelle due ceste rosse di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta rossa di Rino.
(RM) Il doppio del numero dei semi in una cesta rossa di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta rossa di Rino.

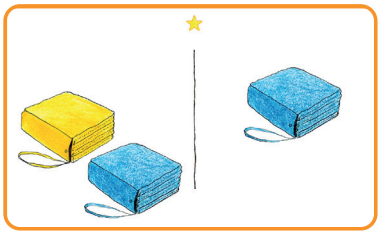
Due Carte E (RA) r+r=r (RM) 2×r=r

Difficoltà principale per gli alunni: capire che l'unica possibilità è che le ceste siano tutte vuote o, detto in altro modo, vedere che il numero dei semi in ogni cesta è zero. Questo porta a riflettere anche sul fatto che il doppio di zero è zero, a conferma che le tabelline non iniziano da 1.

19. ★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha una cesta blu e una rossa; Rino ha una cesta blu.

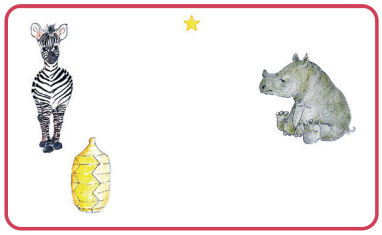
Carta D La somma fra il numero dei semi nella cesta blu e quello dei semi nella cesta rossa di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta blu di Rino.

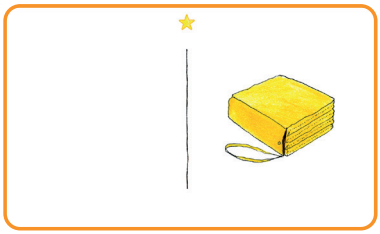
Carta E b+r=b

Difficoltà principali per gli alunni: capire che l'unica possibilità è che la cesta gialla sia vuota o, detto in altro modo, che il numero dei semi in quella cesta sia zero, e che il numero dei semi nelle ceste blu sia uguale ma indeterminato.

20. ★

Carte **A** e **B**





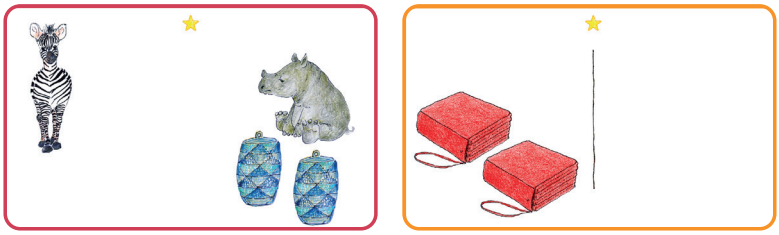
Carta C Zezè ha una cesta gialla; Rino non ha niente.

Carta D Il numero dei semi nella cesta gialla di Zezè è uguale al numero dei semi di Rino.

Carta E g=0

21. ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè non ha niente; Rino ha due ceste blu.

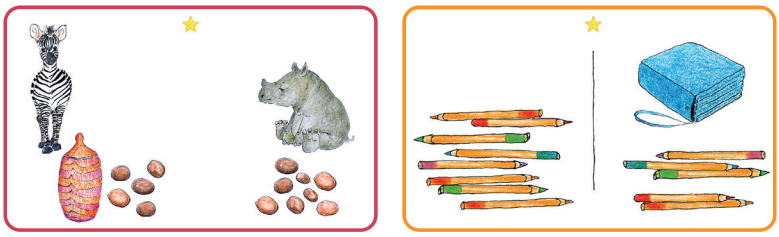
Due Carte D

(RA) Il numero dei semi di Zezè è uguale alla somma fra i numeri dei semi nelle due ceste blu di Rino.
(RM) Il numero dei semi di Zezè è uguale al doppio del numero dei semi in una delle ceste blu di Rino.

Due Carte E (RA) 0=b+b (RM) 0=2×b

22. ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha una cesta rossa e 5 semi; Rino ha 8 semi.

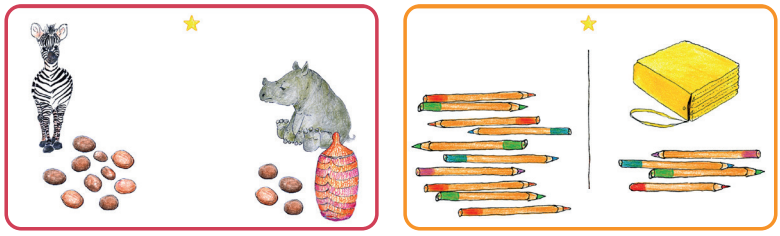
Carta D La somma fra il numero dei semi nella cesta rossa e quello dei semi visibili di Zezè è uguale al numero dei semi visibili di Rino.

Carta E r+5=8

Difficoltà principale per gli alunni: la soluzione dell'equazione.. La classe deve avere lavorato con le equazioni per gioco, la bilancia, la sostituzione di forme canoniche con forme non canoniche (e viceversa) dello stesso numero, conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare.

23. ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha 10 semi; Rino ha una cesta rossa e 4 semi.

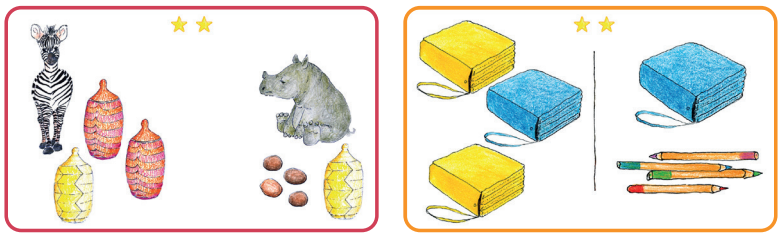
Carta D Il numero dei semi visibili di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta rossa e quello dei semi visibili di Rino.

Carta E 10=r+4

Difficoltà principale per gli alunni: la soluzione dell'equazione. La classe deve avere lavorato con le equazioni per gioco, la bilancia, la sostituzione di forme canoniche con forme non canoniche (e viceversa) dello stesso numero, conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare.

24. ★ ★

Carte **A** e **B**



Carta C Zezè ha due ceste rosse e una gialla; Rino ha una cesta gialla e 4 semi.

Due Carte D

(RA) La somma fra i numeri dei semi nelle due ceste rosse e quello dei semi nella cesta gialla di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta gialla e quello dei semi visibili di Rino.
(RM) La somma fra il doppio del numero dei semi in una cesta rossa e quello dei semi nella cesta gialla di Zezè è uguale alla somma fra il numero dei semi nella cesta gialla e quello dei semi visibili di Rino.

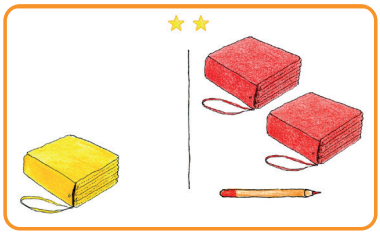
Due Carte E (RA) r+r+g=g+r (RM) 2×r+g=g+r

Difficoltà principale per gli alunni: la soluzione dell'equazione. La classe deve avere lavorato con le equazioni per gioco, la bilancia, la sostituzione di forme canoniche con forme non canoniche (e viceversa) dello stesso numero, conoscere il Principio dello z-z e saperlo applicare.

25. ★★

Carte **A** e **B**





Carta C Zezè ha due ceste blu e 1 seme; Rino ha una cesta rossa.

Due Carte D

(RA) La somma fra i numeri dei semi nelle due ceste blu e quello dei semi visibili di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta rossa di Rino.
(RM) La somma fra il doppio del numero dei semi in una cesta blu e quello dei semi visibili di Zezè è uguale al numero dei semi nella cesta rossa di Rino.

Due Carte E (RA) b+b+1=r (RM) 2×b+1=r

Difficoltà principale per l'insegnante: favorire l'interpretazione dell'equazione (aspetto prevalentemente semantico) prima della sua soluzione (aspetto prevalentemente sintattico). La classe deve aver lavorato con la bilancia, la sostituzione di forme canoniche con forme non canoniche (e viceversa) dello stesso numero, conoscere il primo principio della bilancia (evoluzione del principio dello z-z) e il secondo principio e saperli applicare.
Ma ora la questione si pone ad un livello più evoluto, perché il valore di b e di r sono in funzione l'uno dell'altro: l'insegnante favorirà questo aspetto attraverso varie ipotesi: quanti semi ci sono nella cesta rossa di Rino se in ogni blu di Zezè ce ne sono 0, 1, 2, ...? Quanti sono i semi in una cesta blu se nella rossa ci sono, ad es, dieci semi? Si scopre così che il numero dei semi nella cesta rossa è dispari, mentre in ogni blu può stare un numero di semi indifferentemente pari o dispari.

10. Gestione dei mazzi di carte

I cinque mazzi di carte costituiscono un materiale corposo che - per la sua quantità - offre diverse tipologie di situazioni da sfruttare sia nei giochi veri e propri, sia nelle attività didattiche. Per la stessa ragione però le 147 carte possono risultare difficili da gestire in fase di preparazione dei setting di gioco.
Suggeriamo quindi alcune strategie per un uso più agile dei mazzi.

- Inizialmente consigliamo di accantonare le carte D (blu), poiché il linguaggio verbale di tipo relazionale è il più complesso e può entrare in campo in un secondo momento, quando i giocatori avranno sufficiente confidenza con i linguaggi degli altri mazzi.
- Allo stesso modo, per i bambini di 5-6 anni, si possono ignorare nelle prime fasi le carte E (verdi) per introdurre il linguaggio algebrico solo dopo diverse esperienze di traduzione tra linguaggio iconico e linguaggio verbale.
- Le carte ABCE possono essere suddivise in 3 gruppi, secondo il livello di difficoltà, osservando il numero di stelline che contrassegnano ogni carta. L'insegnante si troverà perciò ad avere tre mazzi da 37 carte ciascuno che potrà gestire facilmente, scegliendone uno alla volta oppure organizzando più tavoli di gioco in cui diversi gruppi di alunni lavorano contemporaneamente.
- Quando il gruppo sarà esperto, si potranno reintrodurre nei tre mazzi multicolori le carte D.