TITOLO DEL PROGETTO	Approccio all'aritmetica in una prospettiva prealgebrica
Ins. referente del prog.	Ins. di classe
Destinatari	Alunni della classe seconda
Durata del progetto	ANNUALE con interventi tendenzialmente settimanali dell'esperto (circa 25)
Finalità e obiettivi	Il progetto interagisce con la programmazione del docente di classe e intende favorire le seguenti finalità: ● sociale: la comprensione che la costruzione della conoscenza è un processo sociale in cui i compagni svolgono un ruolo fondamentale; la capacità di partecipare alla discussione su questioni matematiche; il dialogo tra pari; l'interazione reciproca fra alunni e docente-alunni; l'ascolto reciproco; ● linguistico: la costruzione di un'argomentazione in lingua italiana il più possibile chiara, completa, coerente; l'approccio alla matematica come ad un nuovo linguaggio nei suoi aspetti semantici e sintattici; l'uso corretto del linguaggio matematico; la capacità di tradurre dal linguaggio naturale ai linguaggi della matematica (simbolico, iconico, grafico, ecc) e viceversa; ● matematico: la costruzione di una concezione dell'aritmetica che prepari il graduale, lento sviluppo verso il pensiero algebrico che avverrà nella scuola secondaria.
Risultati attesi	Sul piano: ● sociale: saper partecipare ad una discussione collettiva su questioni matematiche interagendo non solo con l'insegnante ma con i compagni; ● linguistico: saper argomentare con chiarezza e proprietà di linguaggio usando anche termini specifici del linguaggio matematico (operazione, addizione, sottrazione, addendo, somma, moltiplicazione, fattori, moltiplicando, moltiplicatore, prodotto, divisione, dividendo, divisore, quoziente, resto, proprietà commutativa, elemento neutro); ● matematico: cominciare a riconoscere concetti fondativi come: rappresentazione di un numero, forma canonica e non canonica di un numero, significato procedurale e relazionale dell'uguale; rappresentare e risolvere un problema; processo e prodotto; trasparente e opaco.
Competenze: Utilizzare con sicurezza le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico, scritto e mentale, anche con riferimento a contesti reali.	● Contare in senso progressivo e regressivo; ● consolidare il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale (Unità 2); ● riconoscere numeri pari e dispari; ● Leggere e scrivere in linguaggio naturale numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione anche attraverso attività con: Domino (Unità 2), Piramidi (Unità 5), Griglia dei numeri (Unità 4), oggetti 2.0; ● Leggere e scrivere in linguaggio matematico numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione; ● Esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro;	● Simbologia ● Numeri naturali nei loro aspetti ordinali e cardinali (almeno fino al 100) ● Sistema di numerazione decimale posizionale ● Relazioni di uguaglianza, maggioranza e minoranza ● Addizione, sottrazione ● Moltiplicazione ● Divisione

	• Usare termini specifici del linguaggio matematico; • Consolidare le operazioni di addizione e sottrazione sia in colonna che in riga; • Organizzare ed eseguire semplici moltiplicazioni con e senza cambio; • Organizzare ed eseguire semplici divisioni; • Conoscere le tabelline; • Rappresentare moltiplicazioni e divisioni in linea intuendo che sono riferibili ad una stessa struttura moltiplicativa *Cogliere, per esempio, l'equivalenza strutturale fra scritture come 5×4=20 e 20:5=4 (si tratta comunque di un obiettivo a lungo termine, le cui ricadute si vedranno soprattutto nella scuola secondaria)* • Usare le parentesi tonde in semplici scritture per evidenziare la proprietà associativa o priorità nelle operazioni; • Rappresentare un numero in forma polinomiale *Il raggiungimento dell'obiettivo va perseguito attraverso un approccio graduale alla capacità di rappresentare un numero in forma polinomiale. Per esempio, per trovare il 36° elemento in una successione di modulo 5, attraverso vari passaggi uno dei quali sarà certamente 36:5=7 con resto 1, si conquisterà la scrittura 36=5×7+1 per giungere attraverso ulteriori, delicati passaggi, alla generalizzazione n=e×m+r', dove n=numero dell'elemento ennesimo, e=numero degli elementi di un modulo, m=numero dei moduli, r=numero degli elementi dell'ultimo modulo incompleto, strutturalmente analoga alla formula della rappresentazione della divisione 'a=b×q+r' (a=dividendo, b=divisore, q=quoziente, r=resto);* • Giustificare la procedura usata *Questo è un punto molto importante: l'insegnante dovrebbe costantemente cercare di controllare se, al di là della tecnica acquisita, c'è anche, da parte dell'alunno, la consapevolezza della bontà della tecnica. Per esempio, il "problema del riporto o del prestito" emerge anche nella scuola secondaria, quindi vale la pena di ritornare, anche a tecnica memorizzata, sui significati di riporto e prestito;* • Riconoscere l'*analogi*a di situazioni che presentano una struttura additiva e/o moltiplicativa; • Riflettere sugli aspetti *semantici* e *sintattici* di una rappresentazione anche grazie all'incontro con l'amico virtuale *Brioshi* (Unità 1); • Eseguire mentalmente semplici operazioni di moltiplicazione e divisione anche esplicitando strategie e proprietà usate; • Riconoscere un simbolo al posto di un numero che non si conosce o non si può determinare e saper operare su di esso come se fosse un 'normale' numero naturale	(approccio) • Convenzioni di calcolo • Tabelline • Terminologia specifica

	Questo obiettivo può riguardare sia un simbolo iconico (un cerchio, un quadrato, un punto di domanda, ...) che una lettera. Sono le situazioni di classe che permettono di spostarsi dall'uno all'altro nel corso della maturazione del balbettio algebrico. Potremmo allora interpretare l'obiettivo a due livelli: (a) Saper utilizzare il linguaggio iconico per rappresentare semplici relazioni tra numeri; (b) riconoscere nelle lettere dell'alfabeto la rappresentazione di numeri nascosti e, nell'ambito di semplici relazioni tra numeri, operare sulla lettera come se fosse un numero 'scoperto'. ● Distinguere i significati procedurale e relazionale attribuiti all'uguale; ● Riconoscere e costruire equivalenze fra rappresentazioni differenti di uno stesso numero; ● Confrontare numeri naturali esprimendoli sia in linguaggio naturale che matematico, utilizzando forme canoniche e non canoniche, analizzando i legami tra le rappresentazioni nei due linguaggi e rappresentandoli anche sulla retta *Gli alunni imparano a riconoscere, nel confronto fra due numeri, i concetti di maggiore, minore, uguale, diverso e ad usare i simboli relativi (>, <, =, ≠)* ● Riconoscere e applicare in casi semplici le proprietà commutativa e associativa dell'addizione e della moltiplicazione come leggi esperienziali nate dal riconoscimento dell'equivalenza di strategie di conteggio; ● Consolidare la distinzione fra i significati procedurale e relazionale attribuiti all'uguale; ● Individuare semplici relazioni del tipo 'il doppio', 'la metà'.	
Rilevare dati significativi, analizzarli, interpretarli, sviluppare ragionamenti sugli stessi, utilizzando consapevolmente rappresentazioni grafiche e strumenti di calcolo.	● Raccogliere dati, organizzarli, rappresentarli; ● Rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.	● Tabelle e grafici ● Connettivi logici: e, o, non ● Quantificatori: pochi, tanti, alcuni, nessuno, tutti, … ● Terminologia specifica
Riconoscere e risolvere problemi di vario genere, individuando le strategie appropriate, giustificando il procedimento seguito e utilizzando in modo consapevole i linguaggi specifici.	● Affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*; ● Risolvere semplici problemi con incognite; ● In riferimento a situazioni problematiche, distinguere i dati dai loro valori numerici *Questo obiettivo si costruisce assegnando, o facendo variare, i valori di situazioni problematiche simili. L'obiettivo è quello di giungere ad oggettivare progressivamente (negli anni successivi) le relazioni tra i dati, e quindi utilizzare tali relazioni per prevedere nuovi risultati sulla base di risultati precedenti. È uno dei contributi alla conquista della*	● Elementi di un problema ● Rappresentazione grafica dei dati raccolti ● Addizioni, sottrazioni ● Moltiplicazioni ● Semplici divisioni ● Terminologia specifica

	generalizzazione, e quindi della modellizzazione. Per esempio: quando, dalla quarta o dalla quinta in poi, gli alunni useranno formule in geometria, si serviranno di oggettivazioni molto spesso 'imposte' dall'insegnante, e quindi 'subite' dall'alunno e in quanto tali povere o prive di significato. Oggettivare la relazione fra i dati significa costruire le basi esperienziali che giustifichino il passaggio dalle singole situazioni alla 'formula generale'. Ad esempio: se la classe verifica sperimentalmente in molti rettangoli di dimensioni differenti che l'area è sempre il prodotto delle due dimensioni, potrà costruire il passaggio alla generalizzazione e oggettivare le relazioni attraverso la scrittura $A=a\times b$. Nella terza primaria, l'oggettivazione potrebbe riguardare per esempio le relazioni fra: numero di oggetti acquistati O, prezzo unitario U e spesa S ($S=O\times U$). In prima, si potrebbe cominciare oggettivare la relazione fra due gruppi di grandezze omogenee e il loro totale ($A+B=C$), ecc.	
Verifiche previste: indicare tempi e tipologia	Le verifiche saranno informali e frequenti e si baseranno sui problemi di verifica delle competenze facenti parte del *Curricolo di matematica per la scuola primaria – secondaria di primo grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra*) del Progetto ArAl.	
Note	1. in ogni incontro si farà uso della LIM. 2. le Unità alle quali si fa riferimento sono quelle della Collana ArAl, Pitagora Editrice Bologna. 3. Gli oggetti 2.0 sono progettati all'interno del progetto ArAl.	

19 ottobre 2015 1

Breve presentazione della classe
La classe è composta da venticinque alunni. Rispetto all'anno scorso sono diventati più precisi ed abili nelle attività manuali e hanno aumentato i tempi di attenzione. Quando usano il quaderno sono impegnati e silenziosi. Fanno ancora fatica ad ascoltarsi reciprocamente.
Alle discussioni partecipa attivamente circa un quinto della classe e gli altri, se chiamati, si mostrano timorosi, il tono di voce è basso ed usano frasi minime. Sono lenti nel calcolo mentale.

Commenti *Insegnante di classe* (I)
Commenti *Giancarlo Navarra* (IR, *Insegnante Ricercatore)*

Principali obiettivi dell'incontro
Sul piano matematico:
- Risolvere situazioni problematiche (sulla Matematochetta);
- Consolidare le operazioni di addizione e sottrazione;
- Usare termini specifici del linguaggio matematico;

Sul piano linguistico:
- Favorire verbalizzazione e argomentazione;
- Esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro.



F 1

1. *Si inizia proponendo alla LIM un primo problema sulla Matematochetta*[1] (F 1), *gioco che gli alunni conoscono. Si chiede di descrivere la tessera prima di affrontare la domanda. L'obiettivo è di ricostruire l'attività in modo da creare le basi necessarie per l'organizzazione della risposta.*

[VR 01-04]
2. Giorgia: …era quello che c'erano…era tipo gioco dell'oca, c'erano dentro delle schede e c'era la fatina la principessa e la strega, allora tipo la principessa ne ha 9…
3. IR:Di che?
4. Giorgia: … di perle, la strega gliene deve rubare 3: 9 meno 3 fa 6 e allora, quando la strega gliene porta via 3, alla principessa di perle gliene rimangono 6.
5. IR: … e poi c'è un altro tipo di tessera: c'è la principessa nel castello che ha delle perle e…
6. Martina: … che la fata aveva 9 monete, no, 9 perle.
7. *IR chiede ai bambini di spiegare il gioco all'insegnante di sostegno.*
8. Laura: …i dadi… la fatina portava tante perle quante le dicevano i dadi.
9. *IR raccoglie le idee e riassume come funziona il gioco.*

[VR 01-04 Fine] [2]

[1] *Per fornire ai lettori di questa trascrizione un quadro delle potenzialità didattiche di questa situazione problematica e delle possibili difficoltà, inseriamo alla fine del diario la relativa analisi a priori. Le analisi di tutte le situazioni problematiche concepite sinora sulla Matematochetta sono presenti nel sito in* Guida per l'insegnante.

[2] *Le prime verbalizzazioni sono molto confuse: narrazioni frammentarie, ognuno dice quello che ricorda. Si cerca di far emergere sia le situazioni problematiche con la strega e la sottrazione che quelle con la fatina e l'addizione.*

[VR 05-09]

10. Martina: Gli porta per esempio 9 perle.
11. IR: È possibile che porti 9 perle la fatina?
12. Qualcuno: No.
13. IR: Perché no? C'è una ragione molto precisa del perché non può portare 9 perle. Torniamo al dado: perché al massimo 5?
14. Laura: … al massimo potevano fare 5 perché al massimo potevano fare 3 più 5…
15. Nicola R.: Il numero massimo che potevamo portare era il numero 3, perché sennò era troppo e le caselle non eran tante.
16. I: Sei sicuro che sia 3 il numero massimo che può portare la fatina?
17. Marco V.: … 5 e quindi se la principessa ne ha per caso 2… 5 più 2 fa 7 e quindi bisogna muoversi di 7 caselle.
18. IR: … Immaginiamo che la principessa avesse 4 perle… cosa facevi?
19. Marco V.: Io se c'era la strega gliene portava via 3, quindi ti devi muovere di 1 passo.

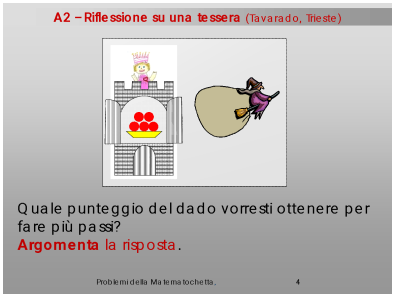
[VR 05-09 Fine][3]

[VR 10-11]

20. Eleonora: Arriva la fata che…
21. IR: … che ha ancora le ali vuote, perché ha ancora le ali vuote?
22. Eleonora: Perché non ha ancora le perle.
23. IR: E chi le dice quante perle ha?
24. Eleonora: Il dado.
25. IR: Quindi… vi ricordate che punteggi aveva il dado che usavamo l'altr'anno?
26. Giorgia: I punteggi del dado erano sei… 0, 1, 2, 3 , 4, 5.
27. IR: Immaginate che adesso avete questo dado da 0 a 5. Eleonora leggi (*indica la LIM*, (Fig 1).
28. Eleonora: Quale punteggio dovresti ottenere per fare più passi?
29. IR: Argomenta la risposta vuol dire spiega la risposta.
30. Eleonora: Ora la principessa ha 5 monetine, la fatina arriva e però non ce n'è ancora, perché… poi secondo me dovrà portare 5 perle… per fare il punteggio massimo, e adesso dovrà fare 10 passi.

[VR 10-11 Fine][4]

31. *Si presenta una seconda situazione*[5]*, ancora una volta riferita ad una sola tessera* (F 2).



F 2

[VR 12]

---

[3] *Martina (10), dicendo che la fatina porta per esempio 9 perle, apre verso una questione più matematica: il numero delle perle che la fatina può regalare o che la streghetta può rubare è dato ogni volta dall'uscita del dado, le cui facce sono numerate da 0 a 5. La fatina quindi non può portare 9 perle. La riflessione su questo aspetto diventa quindi una prima situazione problematica tutt'altro che banale che verrà sviluppata attraverso gli interventi successivi*

[4] *Eleonora (30) argomenta in modo corretto, anche se un po' pasticciato linguisticamente. Nel complesso emerge una evidente difficoltà a costruire pensieri autonomi, e gli interventi sono dei botta e risposta con l'insegnante o con IR.*

[5] *V. Analisi a priori in fondo a questo diario.*

32. Nicola F: Immaginiamo che il dado adesso è il numero 2 e la principessa è il numero 5 e adesso la strega porta via 2 perle alla principessa che aveva 5 perle e adesso ne ha 3, perché 5 meno 2, 3.
33. IR: Ma questa è la risposta alla domanda? Prova a leggerla.
34. Nicola F. (*rilegge la domanda e continua*): Per intanto ho già spiegato che la strega toglie 2 perle alla principessa che ne rimangono 2 e adesso faccio 3 passi.
35. IR: Tu devi spiegare quale punteggio del dado vorresti per fare più passi.
36. Nicola F: 5, facciamo 5, il dado ha il numero 5.
37. IR: Quali sono gli altri punteggi del dado?
38. Nicola F: 0, 1, 2, 3, 4, 5.
39. IR: Allora tu vorresti ottenere quale di questi punteggi per fare il maggior numero di passi?
40. Nicola F: 5, perché il numero maggiore del dado e il massimo è il numero 5.
41. I: Allora lì spiegami cosa succede.
42. Nicola F.: Però il problema è che mi rimangono 0, perché la strega…
43. I: Quanti passi fai?
44. Nicola F: Zero.
45. I: Ma ti va bene farne zero?

[VR 12 Fine][6]

[VR 13-14]

46. Veronica B.: Io il numero massimo che vorrei fare è il 5…
47. IR: No, non il numero massimo, non il punteggio massimo del dado: leggi bene il problema.
48. *Veronica rilegge la domanda.*
49. I: Immagina di fare qui i passi sul pavimento, quale punteggio vorresti ottenere?
50. Veronica B: 5.
51. I: 5? Allora fa vedere alla lavagna… quante perle ha la principessa?
52. Veronica B: 5.
53. I: E cosa fa la strega?
54. Veronica B.: Ne porta via 5.
55. I: Allora quanti passi fai?
56. Veronica B: Zero.
57. *IR la invita a scrivere alla LIM la traduzione in linguaggio matematico del suo pensiero.*
58. *Veronica B. scrive alla LIM 5-5=0 (*F 3*).*
59. Nicola F.: Qua la principessa ha 5 perle e per fare il numero massimo il dado dovrebbe fare 0 che viene fuori 5 perle, perché se arriva la strega che le porta via le perle e se il dado fa 0 non gli porta via nessuna perla, perché 5-0=5. *Nicola scrive alla LIM* (F 3).

[VR 13-14 Fine][7]



[6] *L'episodio VR 12 si riferisce ad un lungo scambio fra Nicola F, I e IR. Gli aspetti che desidero rilevare sono due: il primo è che Nicola (31-33) non risponde a livello 'meta', come richiede la domanda, ma svolge un calcolo a livello locale, ipotizzando il punteggio 2; il secondo è che (36) emerge il fraintendimento che ci si può attendere, e cioè che un alunno associ anche in questo caso il fare più passi al punteggio più alto del dado (5); in questo caso, però, Nicola F va in crisi (42-45) con l'esito della sottrazione 5-5, perché intuisce che in questo modo rimane fermo.*

[7] *Veronica non comprende la crisi di Nicola F, e insiste sul numero più grande. Anche quando scrive 5-5=0 non sembra cogliere il significato della frase. Nicola F invece ha riflettuto sulla situazione, argomenta con notevole chiarezza e poi traduce la frase in linguaggio matematico.*

F 3

[VR 15-16]

60. Elisa: 5 è il numero delle perle che porta via la strega e 0 sono i passi…
61. IR: È meglio dire che è il numero…
62. Elisa: … è il numero dei passi.
63. IR: Riccardo, secondo te per fare più passi è meglio che la strega porti via tante perle o poche perle?
64. Riccardo: Poche.
65. IR: E allora quante ti conviene che porti via?
66. Riccardo: 3.
67. IR: Perche 3?
68. *Siccome Riccardo non sa cosa rispondere IR gli fa prendere cinque pennarelli che rappresentano le perle della principessa e pone di nuovo la domanda.*
69. IR: Fai tu il ragionamento per dire quale punteggio vorresti ottenere per fare più passi.
70. Riccardo: Zero.

[VR 15-16 Fine][8]

[VR 17]

71. *I propone diversi 'furti' da parte della strega e i bambini traducono le diverse situazioni in linguaggio matematico.*
72. *Marco scrive 6-4=2, poi 6-3=3.*
73. Marco D.P.: La strega ne porta via 3 e deve fare tre passi.
74. IR: Ma ti conviene che te ne porti via 4 o te ne porti via 3?
75. Marco D.P.: 3, perché così faccio più passi.
76. IR: Perché se gliene… (*fa i gesti con le mani per invitarlo a continuare a parlare*).
77. Marco: … ruba 4 faccio 2 passi, invece se la strega me ne ruba 3, faccio 3 passi.
78. IR: Nel caso della fatina vi conviene che il dado sia un punteggio basso o alto?
79. La classe: Alto.
80. IR: E se invece c'è la streghetta?
81. La classe: Basso.
82. IR: Perché?
83. Alberto: Perché se c'è la principessa e ne ha 9 e il dado fa 6 va avanti di 15.

[VR 17 Fine][9]

84. *Si presenta una terza situazione problematica[10], più complessa* (F 4):



F 4

[8] *La richiesta di IR (61) è importante per favorire la comprensione della differenza fra l'atto concreto (i passi) e il loro numero. Lo scambio 63-70 porta ad una conclusione per certi aspetti inevitabile: l'alunno non si assume la responsabilità di costruire un'argomentazione, segue le domande di IR e cortocircuita la richieste di presentare un ragionamento rispondendo 'Zero'. Si suggerisce la lettura di* Devoluzione *nel Glossario MTPAL.*

[9] *La conclusione viene raggiunta con notevoli aiuti da parte di IR. Riproporremo la stessa situazione dopo Natale per vedere se qualche alunno formula in modo organico una 'regola' che descriva cosa e come cambia la relazione fra il punteggio del dado, la presenza della fatina o della streghetta e il numero dei passi.*

[10] *V. Analisi a priori in fondo a questo diario.*

[VR 18-20]

85. IR: Spiega quante perle aveva la principessa prima che la strega gliele rubasse.
86. Veronica D.: La principessa prima che la strega le rubasse le perle ne aveva 7... *Non sa continuare*.
87. Laura: La principessa prima che la strega gli rubasse le 4 perle ne aveva 7, perché la strega gliene ha portato via 4 e gliene sono rimaste 3, quindi 4 più 3 uguale 7 e quindi la principessa ne aveva 7.
88. IR. Vai a scriverlo.
89. *Laura scrive 7-4=3.*
90. IR. È quello che avevi detto?
91. Laura (*ripete*): La principessa ha 3 perle e la strega gliene ha portate via 4 quindi la principessa aveva 7 perle, perché 3 più 4 uguale 7.
92. IR: È diverso da quello che hai scritto; è molto interessante. Scrivi quello che hai detto adesso.
93. *Laura scrive 3+4=7.*
94. *L'insegnante propone dei cambiamenti dei numeri in gioco.*
95. Riccardo M.: La principessa ha 4 perle e la strega gliene ruba 6, ma però non si può fare…
96. I: Leggi bene quello che c'è scritto. La domanda qual è?
97. Riccardo *(rilegge la domanda)*: Prima la principessa aveva 10 perle perché 4 più 6 è uguale a 10.
    98. IR: Ormai siete grandi possiamo fare numeri più grandi (*cancella il 4 sotto il fumetto e scrive 9*).
99. Alexandra: Prima c'è il 9.
100. I: 9 è prima o è adesso? Perché è importante il prima e l'adesso.
101. Alexandra: Ce l'ha adesso. Le perle che la principessa aveva prima erano 18, ho preso il numero che ha adesso la principessa e ho preso il numero della strega, e ho… (*non sa continuare*).
102. I*:* Come si dice?
103. *Gi alunni dicono 'mettere insieme', 'raggruppare' e 'addizionare'.*
104. IR: Invece che addizionare quale altro nome?
105. Laura: Aggiungere.
106. I: Sommare, se sommi 9 e 9 come lo dici?
107. Alexandra: Addizione.
108. IR: Scrivi in linguaggio matematico.
109. *Alexandra scrive 9+9.*
110. I: Fermati e dimmi quante perle aveva prima la principessa.
111. Alexandra: 18.
112. I: No, lì non c'è scritto 18.
113. Marco V: 9+9.
114. I: È detto in forma…
115. Classe: Non canonica!
116. IR: Una sfida: E se alla principessa sono rimaste 391 perle e la streghetta ne porta via 274?
117. *Un alunno fra i molti che alzano la mano viene alla LIM e scrive 391+274* (F 5)

[VR 18-20 Fine][11]

[11] *L'episodio VR 18-20 è interessante sia per le argomentazioni di Laura (87 e 91) che per le due traduzioni (89 e 93), che permettono all'alunno: (a) di confrontare la coerenza fra ciò che dice e come lo traduce in linguaggio matematico e (b) di riflettere sul fatto che la medesima situazione può essere descritta attraverso frasi formalmente differenti ma equivalenti sul piano del significato (v.* parafrasi*) in quanto (in questo caso) esprimono entrambe, da differenti punti di vista, la struttura additiva soggiacente alla situazione problematica proposta.*
Riccardo (95) non controlla la situazione e vorrebbe sottrarre le caramelle rubate a quelle che sono rimaste alla principessa. Poi (98) capisce l'errore e si corregge.
In 103-109 si conduce la classe a migliorare la competenza nell'uso dei termini specifici dell' addizione; in 113-116 si recupera il concetto di forma canonica e non canonica di un numero, che viene consolidata con l'utilizzo di numeri grandi (117-118) che favoriscono la rappresentazione non canonica della somma in quanto sono troppo grandi per far pensare ad eseguire un calcolo.


A3 – Riflessione su una tessera (Tavarado, Trieste)
Povera me! Mi sono rimaste solo ~~tre~~ perle!
391
~~quattro~~
~~nove~~
274 .
Quante perle aveva la principessa prima che la streghetta le rubasse quelle che sta portando via?
Argomenta la risposta.
391+274
9+9
7-4=3
3+4=7
Problemi della Matematocchetta.
5

F 5

Codice dei colori: blu per frasi in linguaggio matematico, rosso per frasi in linguaggio naturale

GRUPPO A: Situazioni che riguardano una sola tessera



Con i bambini della scuola dell'infanzia (se necessario anche con quelli della prima primaria) si riflette:

(a) sulla relazione fra il numero delle perle che porta la fatina e il punteggio del dado (questo consolida il concetto che è lo stesso numero);
(b) sulle sei possibilità 0-5 offerte dal dado magico e su come cambia il numero delle perle a seconda che la fatina porti 0, 1, 2, ecc. perle;
(c) sul fatto che man mano che aumenta il punteggio del dado tanto più aumenta il numero delle perle portate dalla fatina e quindi il numero delle perle possedute dalla principessa.

Si conclude che il numero massimo di passi si ha se il punteggio del dado è il più alto (5), perché così la fatina porta 5 perle e il numero delle perle della principessa è 10.

Alunni più grandi possono formarsi dei modelli mentali della situazione e poi argomentare mettendo in relazione: punteggio del dado, numero delle perle della fatina, numero totale delle perle della principessa, numero dei passi. Ad esempio:
"La principessa ha 5 perle; per poter fare più passi possibile vorrei che uscisse il punteggio più alto del dado, e cioè 5. In questo modo la principessa avrebbe 10 perle e io farei 10 passi".

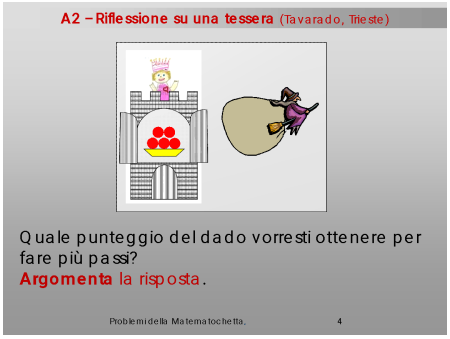
Sarebbe importante da un punto di vista linguistico far riflettere sulla differenza tra questa possibile espressione di un alunno in prima persona singolare e la seguente:
"Si fa Il numero di passi più alto se il punteggio del dato è 5."

L'impersonale veicola il generale, si potrebbe esplorare se i bambini sanno cogliere ed esprimere la differenza, l'insegnante potrebbe guidarli a questa scoperta.

Una strategia utile per visualizzare le situazioni possibili è costituita dalla rappresentazione tabulare:

Numero di perle nel vassoio	Punteggio del dado	Somma dei due numeri	Numero dei passi
v	d	v+d	p
5	0	5+0	5
5	1	5+1	6
5	2	5+2	7
5	3	5+3	8
5	4	5+4	9
5	5	5+5	10

Si chiede di esplicitare la conclusione:
"Il numero di passi più alto lo faccio se il punteggio del dado è 5".



Con i bambini della scuola dell'infanzia (se necessario anche con quelli della prima primaria) si riflette:

(a) sulla relazione fra il numero delle perle che ruba la streghetta e il punteggio del dado (questo consolida il concetto che è lo stesso numero);
(b) sulle sei possibilità 0-5 offerte dal dado magico e su come cambia il numero delle perle a seconda che la fatina porti 0, 1, 2, ecc. perle;
(c) sul fatto che man mano che aumenta il punteggio del dado tanto più aumenta il numero delle perle rubate dalla streghetta e diminuisce il numero delle perle possedute dalla principessa.

Si conclude che il numero massimo di passi si ha se la strega non ruba nemmeno una perla, e quindi se il punteggio del dado è 0.

Alunni più grandi possono formarsi dei modelli mentali della situazione e poi argomentare mettendo in relazione: punteggio del dado, numero delle perle rubate, numero totale delle perle della principessa, numero dei passi. Ad esempio:

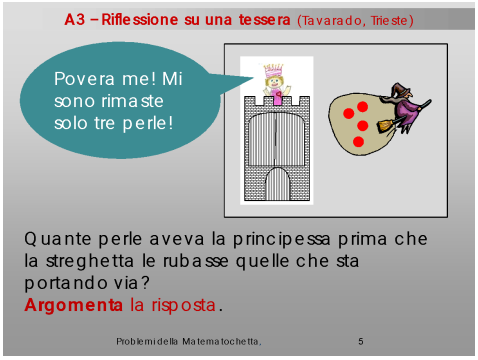
"Per fare più passi vorrei che il punteggio del dado fosse 0, e quindi che la streghetta non portasse via nemmeno una perla".

Una strategia utile per visualizzare le situazioni possibili comporta l'uso di una tabella, come nella situazione precedente:

Numero di perle nel vassoio	Punteggio del dado	Differenza dei due numeri	Numero dei passi
v	d	v-d	p
5	0	5-0	5
5	1	5-1	4
5	2	5-2	3
5	3	5-3	2
5	4	5-4	1
5	5	5-5	0

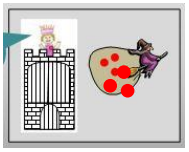
Si chiede di esplicitare la conclusione:

"Per fare il maggior numero di passi ~~bisogna~~ è necessario che il punteggio del dado sia il minore numero possibile, e cioè 0".



La situazione presenta un problema inverso rispetto alla sottrazione; la strega infatti toglie ma attiva la concettualizzazione dell'addizione: per sapere quante perle aveva prima la principessa bisogna aggiungere a quelle che le sono rimaste quelle che la strega le ha sottratto.

Con i bambini della scuola dell'infanzia (se necessario anche con quelli della prima primaria) si può procedere per tentativi utilizzando i gettoni a disposizione dei giocatori.
Si aggiungono i tre gettoni della principessa.



Si invitano gli alunni a descrivere ciò che vedono, a formulare ipotesi, a trarre conclusioni.
In caso di difficoltà l'insegnante potrebbe sostituire la tessera del problema con un'altra in cui i 4 gettoni della streghetta siano mobili e spostarli dal sacco al castello in modo da mettere assieme gli 8 gettoni e ricostruire quindi con gli alunni la situazione iniziale.

Alunni più grandi possono formarsi dei modelli mentali della situazione e poi argomentare mettendo in relazione: punteggio del dado, numero delle perle rubate, numero totale delle perle della principessa, numero dei passi. Ad esempio:

"La streghetta ruba 4 perle. Se alla principessa sono rimaste solo 3 perle vuol dire che all'inizio ne aveva 4+3, e cioè 7".

Le rappresentazioni del processo per Brioshi possono essere più di una, ottenibili, dov'è possibile, con l'applicazione della proprietà commutativa e della proprietà simmetrica dell'uguaglianza.

Per esempio (p = numero delle perle all'inizio):

p=3+4	p-4=3
p=4+3	4+3=p
3=p-4	p-4=3
4=p-3	p-3=4

che vengono fatte esplicitare in linguaggio naturale
È importante che gli alunni vengano avviati ad esprimere la risposta da un punto di vista <u>relazionale</u>:

(a) *"Il numero delle perle che aveva all'inizio la principessa è la somma fra quello delle perle che le sono rimaste (3) e quello delle perle rubate dalla streghetta (4)".*
(b) *"La differenza fra il numero delle perle che la principessa aveva all'inizio e quello delle perle che ruba la streghetta, cioè 4, è uguale a 3".*

È probabile che nelle prime fasi gli alunni esprimano u punto di vista <u>procedurale</u> <u>(cosa faccio per trovare il numero?)</u>, per esempio:

(c) *"Per trovare il numero delle perle iniziali della principessa devo fare il numero delle perle che lei ha ora meno quello delle perle che ha rubato la streghetta".*

O misto relazionale/procedurale, ad esempio…

(c) *"Per calcolare il numero delle perle iniziali della principessa devo trovare la differenza fra il numero delle perle che lei ha ora e quello delle perle che ha rubato la streghetta".*

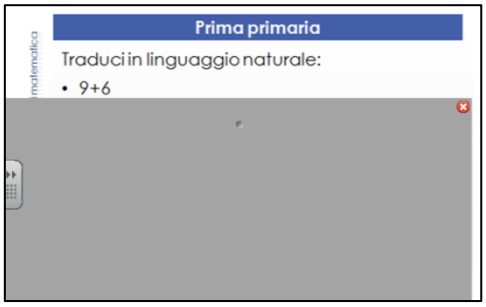
Sedico (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*Ins. di classe+ Giancarlo Navarra*

19 novembre 2015 2

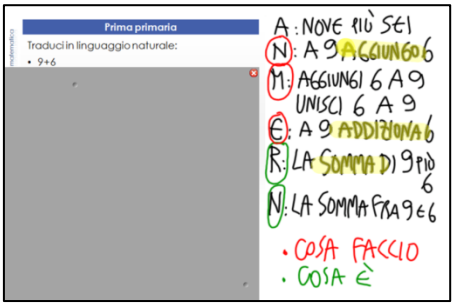
Principali obiettivi dell'incontro.
Sul piano matematico, consolidare:
- il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale;
- le operazioni di addizione e sottrazione.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi;
- il tradurre dal linguaggio matematico al linguaggio naturale.

Si è deciso di lavorare sui linguaggi e sulla traduzione fra linguaggio matematico e naturale[12]



F 6



F 7

Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni. IR chiede loro di tradurre la frase matematica (F 6) *in linguaggio naturale e poi domanda cosa hanno scritto. Le proposte degli alunni vengono riportate alla LIM* (F 7).

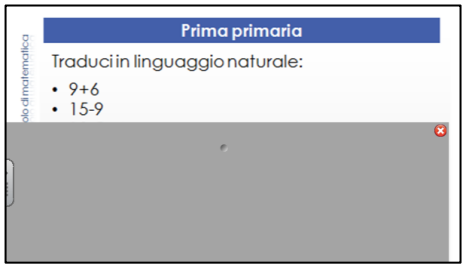
[VR 21-25]
118. Alice: Nove più sei.
119. Nicola: A nove aggiungo sei.
120. Marco V: Io ho scritto due modi: Aggiungi sei a nove e Unisci sei a nove.
121. Eleonora: A nove addiziono sei.
122. I: C'è ancora un altro modo, più matematico. La risposta comincia per la…
123. Diversi bambini: La somma.
124. Riccardo: La somma… tra nove e sei è....
125. I: Basta così.
126. IR: C'è un altro modo di dire…
127. Nicola F.: La somma tra nove più… tra nove e sei.
128. IR: Secondo voi che differenza c'è tra la frase di Nicola 'A nove aggiungo 6' e la frase di Nicola ancora 'La somma tra nove e 6'? Secondo voi che differenza c'è tra la frase in rosso e quella in verde? Quali di queste frasi *(le indica prima di cerchiare le iniziali e prima di scrivere 'Cosa faccio' e 'Cosa è')* sono rosse e quali verdi?
129. *Cinque alunni individuano i due tipi di frasi* (F 7).
130. IR: Come potremmo dire la differenza che c'è tra le frasi rosse e le frasi verdi?
131. Laura: Secondo me la differenza tra i rossi e i verdi è che i verdi dicono il risultato, invece i rossi dicono 'Aggiungo', 'Addiziona'…
132. IR: E cioè cosa vogliono dire 'Aggiungo', 'Addiziono'…
133. Laura: Dicono che se 'aggiungi' non è come dire 'la somma'…

[12] *Le frasi che verranno presentate alla classe si trovano nel sito ArAl in* Competenze e problemi *e rientrano tra le prove (A) per la costruzione delle competenze linguistiche. Quella su cui si inizia a lavorare ora riguarda la competenza A1:* Tradurre in linguaggio naturale in modi diversi un numero in forma non canonica.

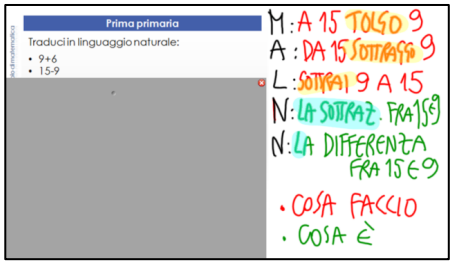
134. Marco V.: Che quelle segnate in rosso sono un po' meno matematiche, invece quelle cerchiate in verde sono più matematiche.
135. IR: Ma cosa vi dicono quelle in rosso?
136. Nicola F: Le frasi in rosso dicono che tra 9 e 6 devi aggiungere e in verde dove ci sono le parole 'somma', e tipo la mia: 'La somma tra 9 e 6 è uguale...
137. IR: Se io scrivo 'Cosa fai' e 'Cosa è'… le parole 'Cosa fai' le metto in verde o in rosso?
138. Nicola F.: Allora… 'Cosa faccio' in rosso e 'Cosa è' in verde.

[VR 21-25 Fine][13]

Si presenta la seconda frase da tradurre (F 8):



F 8



F 9

Gli alunni traducono e poi dettano le loro traduzioni che vengono trascritte alla LIM (F 9).

[VR 26-31]

139. Martina: A 15 tolgo 9.
140. IR: È "Cosa faccio" o "Cosa è"?
141. Martina: "Cosa faccio".
142. IR: Certo! Allora la faccio diventare rossa.
143. Alice: A 15 sottraggo 9.
144. IR: È in rosso o in verde? Dovete pensare: faccio qualcosa o dico cosa è?
145. Qualcuno dice: Rossa!
146. IR: E una frase verde? Un premio per chi ha una frase verde!
147. Nicola F.: La sottrazione fra 9 e 15.
148. I: La differenza fra 15 e 9, Alice, è 'fa' o 'è'?
149. Alice: È 'fa'.
150. IR: Forse perché intendi dire: Faccio la differenza?
151. *Alice fa di sì con la testa senza troppa convinzione.*

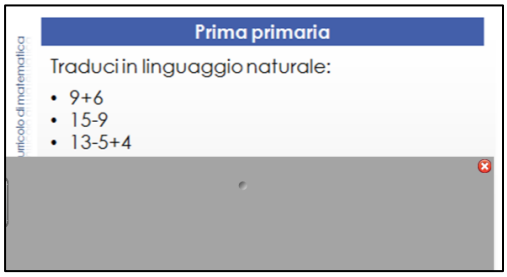
[VR 26-31 Fine][14]

Si presenta la terza frase (F 10):

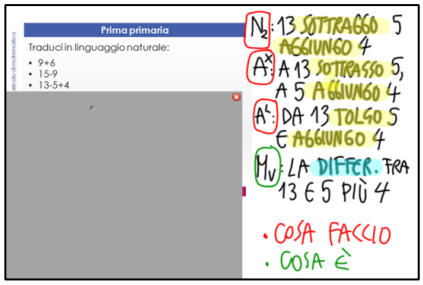
---

[13] *IR (129) utilizza le frasi degli alunni per introdurre la fondamentale differenza fra il punto di vista procedurale e quello relazionale. Alcuni (130) la intuiscono e permettono a IR di cerchiare in rosso le procedurali e in verde le relazionali. Inizia poi (131) la parte più delicata: interpretare la differenza e spiegarla. Laura (132 e 134) la intuisce, ma interpreta il termine 'somma' non come forma non canonica fra 9 e 6 (9+6) ma come risultato; interventi successivi (135, 137) portano IR ed I ad introdurre i concetti di 'Cosa fai' (frasi di taglio procedurale) e 'Cosa è' (frasi di taglio relazionale), che porteranno a chiarire poco alla volta i due punti di vista.*

[14] *In questo episodio si nota come stia migliorando negli alunni la capacità di riconoscere i due tipi di frasi. Anche le argomentazioni rispecchiano i due punti di vista. Siamo in una fase molto intensa del balbettio algebrico.*



F 10



F 11

Gli alunni traducono e poi dettano le loro traduzioni che vengono trascritte alla LIM (F 11).

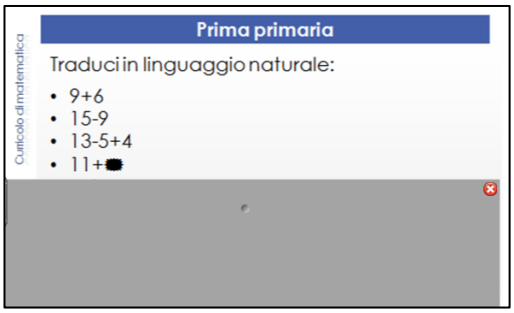
[VR 32-37]

152. Alice: Da 13 tolgo 10.
153. I: Celeste, allora quali sono le rosse e quali sono le verdi?
154. *Celeste non risponde.*
155. IR: Se sottrai hai fatto qualcosa o dici cosa è? Se cammino ho detto un nome o un'azione? Io mangio, io sottraggo…
156. Celeste: Azione.
157. Marco V.: Io sottraggo è 'io faccio'.
158. IR: 'Io sottraggo 5' e 'Io aggiungo 4': quali sono le parole che indicano un'azione?
159. Celeste: Sottraggo. Tolgo.
160. IR: Allora questa frase (*indica 'A tredici sottraggo 5 e aggiungo 4'*) è rossa o verde?
161. Celeste: Rossa.
162. IR: Adesso di' tutta questa cosa con le tue parole.
163. Celeste: La frase 'A tredici sottraggo 5 e aggiungo 4' è rossa, perché sottraggo e aggiungo è un'azione, sono due azioni.
164. Giorgia: 'Da 13 tolgo 5 e aggiungo 4' per me è rossa, perché tolgo e aggiungo sono delle azioni.
165. IR: Da cosa può capire Elisa se la frase di Marco V. è 'cosa faccio'?
166. Celeste: Non può capirla perché è 'cosa è'… 'La differenza tra 15 e 4' è 'cosa è'.
167. *IR chiede a Elisa di leggere tutte le parole che indicano azioni.*
168. Giorgia: La prima parola che indica un'azione è sottraggo.
169. Elisa: Aggiungo.
170. Giorgia: Cioè: io ti aggiungo un pennarello (*e glielo porge*).
171. *Elisa dice che sono azioni sia 'aggiungo' che 'tolgo' che 'la differenza'.*

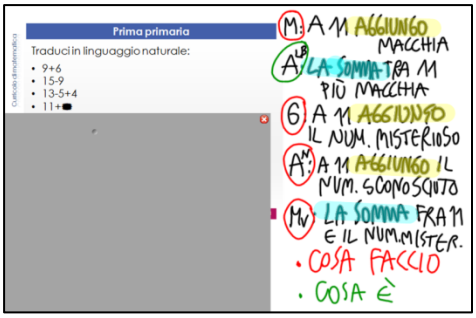
[VR 32-37 Fine][15]

Si presenta la quarta frase (F 12):

[15] *Alice (153), del tutto ignara della priorità delle operazioni, effettua prima il calcolo 5+4 (lo sbaglia e dice 10). La discussione procede e si preferisce glissare. L'insegnante (156) introduce le categorie 'nome' e 'azione' da associare ripettivamente alle frasi relazionali procedurali; questa strategia, come si vede negli interventi successivi, aiuta gli alunni. Celeste (162) esprime la tendenza di molti ad esprimersi in modo iper-sintetico e IR (163) la invita a formulare una frase di senso compiuto, cosa che l'alunna fa (164) senza problemi. Si potrebbe dire quindi, in generale, che la sinteticità, molto spesso, non è frutto di difficoltà linguistiche dell'alunno, ma di un contratto didattico gestito dall'insegnante, tendenzialmente poco attento alla* riflessione sul linguaggio *e preoccupato soprattutto di costruire competenze e abilità nel* fare. *Giorgia (165) si inserisce con una frase altrettanto completa; poco dopo (171) interviene e fa l'esempio dei pennarelli (Giorgia, sin dalla prima, ama molto aiutare i compagni in difficoltà).*



F 12



F 13

Gli alunni traducono e poi dettano le loro traduzioni che vengono trascritte alla LIM (F 13). *Poi si apre la discussione.*

[VR 38-44]

172. Anna M.: 'A 11 aggiungo il numero sconosciuto' è rossa perché mi dice cosa faccio *(si sono sentiti dei suggerimenti*).
173. I: Da quale parola lo capisci?
174. Anna M.: Più.
175. I: No, Martina.
176. Martina: Aggiungo.
177. IR: Veronica, sei capace di leggere e spiegare cos'è l'ultima frase?
178. Veronica D.: La somma tra 14 e il numero misterioso è… 'cosa è'?
179. IR: Non chiedermelo, dimmelo tu.
180. *Veronica D è indecisa.*
181. Veronica B.: È 'Cosa è'.

[VR 38-44 Fine][16]

[16] *L'incognita non costituisce più un problema; gli alunni sono abituati a lavorare con la macchia e il numero misterioso dalla prima.*

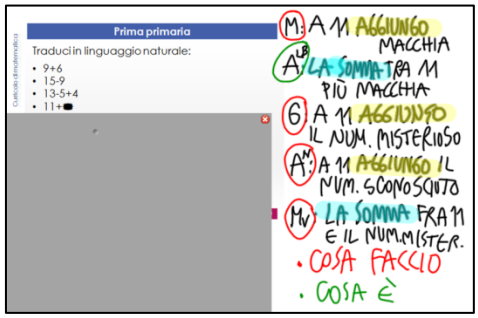
Sedico (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*Ins. di classe+ Giancarlo Navarra*

3 dicembre 2015 3

Principali obiettivi dell'incontro.
Sul piano matematico, consolidare:
- il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale;
- le operazioni di addizione e sottrazione.

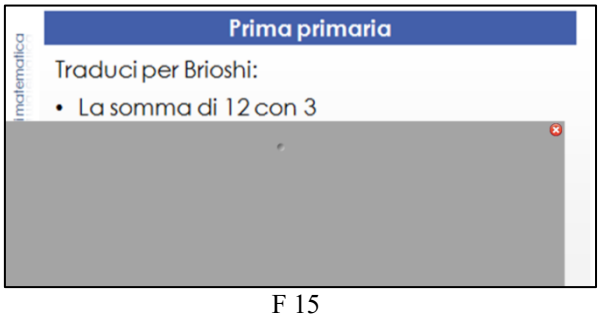
Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi;
- il tradurre dal linguaggio naturale (definizioni relazionali) al linguaggio matematico.

Si continua a lavorare sui linguaggi e sulla traduzione fra linguaggio matematico e naturale[17]
Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni. Per ricapitolare l'attività IR chiede di spiegare il significato delle frasi scritte col colore rosso e quello delle frasi scritte col colore verde (F 14).

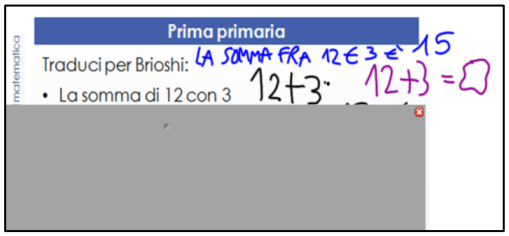


F 14

[VR 45-47]
182. Alice: Quelle verdi sono cosa è e quelle rosse cosa faccio.
183. *IR chiede a vari bambini di distinguere il significato tra parole che indicano un'azione e parole che indicano un nome: ancora un gruppo mostra di non aver chiara questa differenza.*
184. *IR chiede come traducevano la volta precedente e come tradurranno adesso.*
185. Laura: Prima traducevamo in linguaggio verbale la frase che era scritta in linguaggio matematico e ora bisogna tradurre la frase in linguaggio matematico.
186. [VR 45-47 Fine][18]



F 15



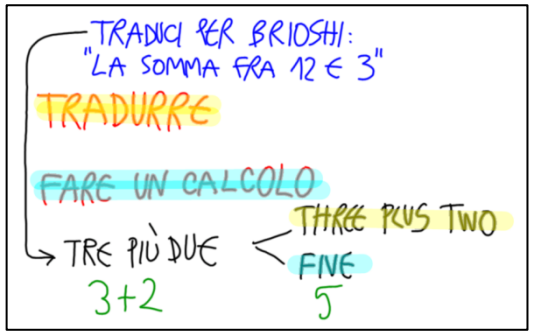
F 16

[17] *Le frasi che verranno presentate alla classe si trovano nel sito ArAl in* Competenze e problemi *e rientrano tra le prove (A) per la costruzione delle competenze linguistiche. Quella su cui si inizia a lavorare ora riguarda la competenza A2:* Tradurre in linguaggio matematico un numero espresso attraverso una definizione ***relazionale*** rimandando i calcoli ad un eventuale secondo momento.
[18] *Questo è un momento molto significativo nella costruzione del* balbettio algebrico. *Attraverso le metafore dell'azione e della parola si approfondisce la riflessione tra frase* procedurale *e frase* relazionale.

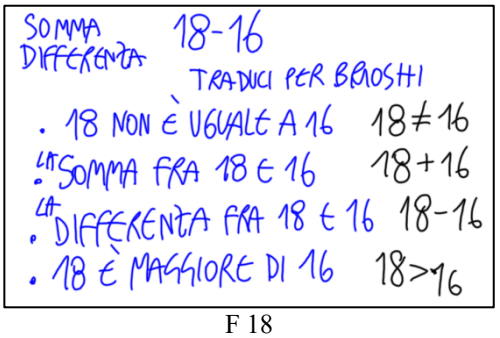
[VR 48-59]

187. *Si presenta la frase da tradurre* (F 15).
188. *Gli alunni traducono.*
189. *Riccardo M. va alla LIM e scrive 12+3* (F 16).
190. *IR riporta alla LIM quello che molti hanno scritto, cioè 12+3=■ e apre la discussione.*
191. Marco DP: Io ho scritto: La somma fra 12 e 3 è uguale a 15.
192. I: Ma… non stai spiegando qual è la differenza tra le due scritture!
193. *Marco DP guarda l'insegnante senza capire.*
194. *IR intanto gira fra i banchi.*
195. IR: Quello che hanno fatto Ayoub e altri mi fa dire una cosa importante, ditemi se la capite. *Scrive alla LIM: 'Traduci per Brioshi'* (F 17). Vediamo se qualcuno di voi aiuta a capire la differenza fra (*scandisce le parole*) Tradurre e Fare un calcolo.
196. Laura: Fare un calcolo è tradurre, cioè… fare un calcolo è pensare quanto è la somma tra 12 e 3 e tradurre, se tu traduci… tradurre invece è scrivere o dire la frase se è in linguaggio verbale o matematico.
197. I: Traduci in inglese questa frase: tre più due (*IR spiega che 'più' in inglese si dice 'plus'*).
198. Alice: Three plus two.
199. IR: E se uno sbagliasse e facesse il calcolo?
200. *Qualche alunno dice Five.*
201. Alice: Three plus two è una forma non canonica e five è in forma canonica.
202. *IR si rivolge a Eleonora chiedendole perché 'tradurre' è evidenziato in giallo.*
203. Eleonora: Perché tradurre vuol dire non scrivere il risultato, ma scrivere in forma non canonica.
204. IR: Cioè: tradurre parola per parola 3 è three, più è plus, 2 è two, mentre invece se uno dice in inglese five, dice non la traduzione, ma… *gli alunni dicono: Il risultato*!
205. Ale×andra: Forse l'ho capito che 3 più 2 è scritto in forma non canonica e il 5 invece è scritto in forma canonica.
206. IR: Brava! E sono tutte e due… delle somme.

[VR 48-59 Fine][19]



F 17



F 18

[19] *L'episodio fa emergere la differenza fra i pochi che, come Riccardo (190), hanno tradotto la frase e i molti (191) che hanno sentito il bisogno di rappresentare il risultato (anche se questo non viene richiesto) attraverso il simbolo della macchia a destra dell'uguale, oppure di esprimerlo in linguaggio naturale* (192). *Si passa quindi dalle metafore dell'azione (es: 'fare un'addizione') e della parola (ad es: 'la somma') ai due concetti di 'tradurre' e 'calcolare', già incontrati in prima, ed espressi allora, autonomamente da alcuni alunni nelle loro argomentazioni, a partire dal marzo 2015. L'intervento di Laura (197) evidenzia molto chiaramente le difficoltà nell'esprimere la differenza fra i concetti. L'insegnante (198) fa emergere molto opportunamente l'analogia con il tradurre dall'italiano all'inglese. Alice, addirittura (202), individua nelle frasi in inglese la differenza tra forma canonica e non canonica di un numero e Ale×andra (206), con la sua frase, rinforza il concetto favorendo così la costruzione sociale della conoscenza.*

[VR 60-61]

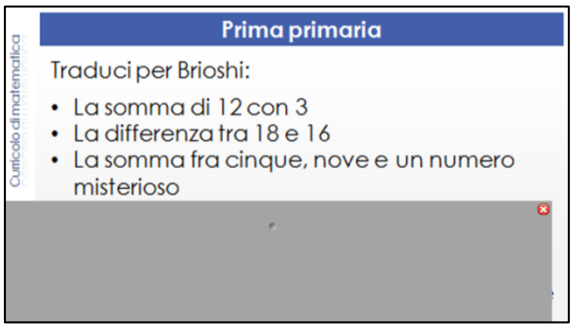
207. *IR scrive alla LIM* (F 18)*: 'Traduci per Brioshi' e nella riga successiva: '18 non è uguale a 16'.*
208. Veronica D. 18: Non è uguale… faccio l'uguale e faccio una lineetta, a 16.
209. *IR scrive 'La somma fra 18 e 16'.*
210. *Alcuni alunni propongono 18+16.*
211. *IR chiede di tradurre: 'La differenza tra 18 e 16'.*
212. Gianluca: 18 meno 16.
213. *IR chiede di tradurre: '18 è maggiore di 16.*
214. *Anna B traduce in modo corretto.*

[VR 60-61 Fine][20]

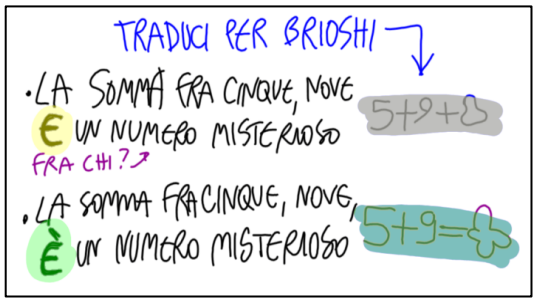
[VR 62-63]

215. *IR propone la frase successiva* (F 19).
216. *Dalle risposte nei quaderni emerge che quasi tutti hanno interpretato la frase come 'La somma tra 5 e 9 è un numero misterioso'. La discussione permette di capire che non è chiara la differenza di significato tra "e" e "è", per cui IR e I cercano degli esempi per farla comprendere* (F 20).
217. *Giorgia scrive 5+9=[redacted].*
218. *I chiede a qualcuno di spiegare a Giorgia, perché la sua frase non è corretta.*
219. *Eleonora e Celeste vengono alla LIM e cercano di farlo. Si giunge alle due scritture 5+9+[redacted] e 5+9=[redacted].*

[VR 62-63 Fine][21]



F 19



F 20

[20] *L'episodio permette di capire che la classe, lentamente, si appropria del concetto di 'tradurre' contrapposto a 'risolvere'. Come vedremo anche nell'incontro successivo, la strada comunque è molto lunga, e richiede grande attenzione e sensibilità da parte dell'insegnante per elaborare le strategie più produttive e, allo stesso tempo, per cogliere nelle argomentazioni degli alunni le sfumature che aiutano a chiarire questi concetti.*

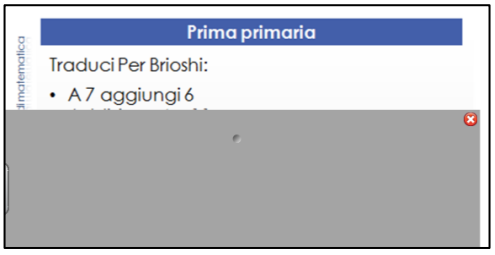
[21] *Gli aspetti che emergono in questo episodio sono molto importanti e permettono una condivisione altrettanto significativo con l'insegnante dell'area linguistica su temi, difficoltà e strategie per affrontarli. È proprio la riflessione sugli aspetti semantici e sintattici dei linguaggi che permette di far affiorare aspetti che, nella didattica consueta concentrata sul risolvere, non vengono presi in considerazione.*

10 dicembre 2015 4

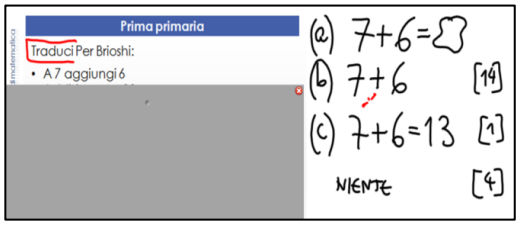
Principali obiettivi dell'incontro.
Sul piano matematico, consolidare:
- La differenza fra *rappresentare* e *risolvere*;
- le operazioni di addizione e sottrazione.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi;
- il tradurre dal linguaggio naturale (definizioni **procedurali**) al linguaggio matematico.

Si continua a lavorare sui linguaggi e sulla traduzione fra linguaggio matematico e naturale. [22]
Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni. Si ricapitola l'attività dell'incontro precedente.



F 21



F 22

[VR 64-69]

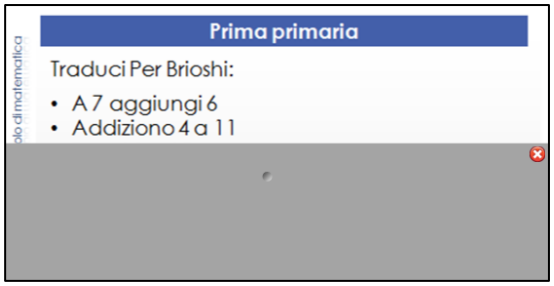
220. Eleonora: Sullo schermo c'erano due numeri, tipo 9 più 6, e noi dovevamo trovare una frase in linguaggio verbale e scriverla, cioè tradurre quella in linguaggio verbale.
221. IR: Senti, più che dire "C'erano due numeri tipo 9 più 6", potremmo dire in un'altra maniera? In italiano quando dico "Il cane è buono", come la chiamate in italiano? "Oggi sono andato a scuola", come la chiamate?
222. Laura: Frase.
223. IR: "C'erano due numeri tipo 9 più 6" possiamo pensare che si chiami frase in lingua italiana, mentre invece ad esempio 9+6 possiamo pensare che sia una frase in linguaggio matematico. Quindi voi dovevate tradurre frasi dal linguaggio matematico al linguaggio verbale.
224. *Viene proposta la prima frase* (F 21) *Gli alunni lavorano individualmente per qualche minuto.*
225. *IR scrive le traduzioni sulla LIM* (F 22) *e chiede quanti hanno scritto 7+6=.*
226. Marco DP: Io ho messo anche il risultato.
227. *Nessuno ha scritto 7+6= e quatto non hanno scritto niente.*
228. *Inizia la discussione.*
229. Alice: Per me è sbagliato quella di Marco, 7+6=13, perché non c'è scritto a '7 aggiungo 6 e è uguale a 13'.
230. IR: Oppure potrebbe essere scritto 'a 7 aggiungo 6 e trovo'… (*si rivolge a Marco DP)* Non è detto che lei (*indica Alice*) abbia ragione, però tu hai scritto quella cosa lì (*indica (b) 7+6=13*). Allora adesso sei tu che devi capire se ha ragione lei oppure se continui ad aver ragione tu, cos'è che ti ha detto Alice?
231. Marco DP: Mi ha detto che non va bene il risultato.
232. IR: No, lei ha detto un sacco di parole, non ha detto che non va bene il risultato; Alice il risultato è giusto?
233. Alice: Sì.

[22] *Le frasi che verranno presentate alla classe si trovano nel sito ArAl in* Competenze e problemi *e rientrano tra le prove (A) per la costruzione delle competenze linguistiche. Quella su cui si lavorare ora riguarda la competenza A2:* Tradurre in linguaggio matematico un numero espresso attraverso una definizione ***procedurale*** rimandando i calcoli ad un eventuale secondo momento.

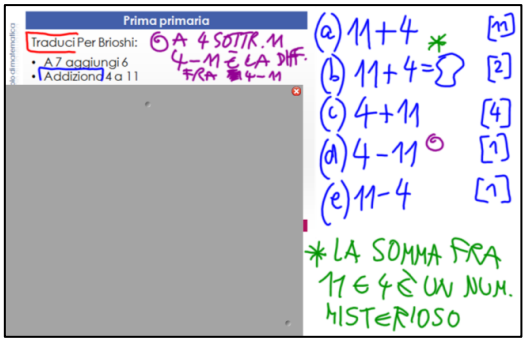
234. IR: Ma qui ti chiediamo il risultato?
235. Marco DP: No.
236. IR: Cosa ti chiediamo?
237. Marco DP: Chiedono "A 7 aggiungo 6".
238. IR: … e basta? Cosa c'è scritto prima?
239. Nicola F: C'è scritto 'Traduci per Brioshi'.
240. I *si rivolge a Marco DP*: Perché devi tradurlo per Brioshi?
241. Marco DP: Perché lui deve indovinare quanto fa.
242. I: No, non per indovinare quanto fa, chi è Brioshi? *Marco DP rimane in silenzio.*
243. Ale×andra: Perché in italiano Brioshi non capisce e noi quello che scriviamo in italiano dobbiamo tradurlo, perché Brioshi non sa l'italiano, ma sa la matematica.
244. *I si rivolge a Marco DP e gli chiede nuovamente perché bisogna tradurre la frase in italiano per Brioshi.*
245. Marco DP: Perché in linguaggio italiano lui non sa e quindi invece il linguaggio matematico lui lo sa.
246. Laura: '7 più 6 uguale macchia' per me non è giusto, perché lì c'è scritto "a 7 aggiungi 6", non chiedono di trovare il risultato.
247. I: E se no che frase italiana sarebbe scritta?
248. Laura: A 7 aggiungi 6 è uguale a un numero misterioso.
249. IR: Cosa è in lingua italiana questa cosa qui (*indica 7+6*)? Come si può chiamare?
250. Tanti bambini: È la somma tra 7 e 6.
251. IR: E allora questa frase qui come la potete leggere?
252. Tutti la leggono assieme: La somma tra 7 e 6 è uguale a un numero misterioso.

[VR 64-69 Fine][23]

[23] *La maggior parte delle traduzioni è corretta; viene comunque promossa la riflessione collettiva anche su quelle non corrette perché, sul piano del metodo, spesso sono proprio esse che permettono di comprendere meglio le ragioni della correttezza delle altre. Metto in evidenza i principali motivi di interesse dell'episodio:*
(222-224): si ribadisce il concetto già affrontato dall'altr'anno che una scrittura matematica può essere chiamata 'frase', rimarcando così il fatto che si stanno traducendo frasi espresse nei due linguaggi.
(230) Alice analizza la frase di Marco DP (227) e subito dopo (231) IR lo invita a dire la sua sulla frase di Alice (si veda a questo proposito nelle FAQ: Invito a riformulare l'argomentazione di un compagno); gli interventi di Marco DP (232 e 238) permettono di capire che l'alunno sta ragionando al livello del risultato e non a quello '–meta' della 'traduzione per Brioshi'; questa dualità riemerge di continuo ed è uno dei nodi attorno ai quali si affina il balbettio algebrico. Molto opportunamente l'insegnante di classe chiede a Marco DP (241) perché bisogna tradurre per Brioshi e l'alunno, ancora una volta (242), mostra di pensare al calcolo e al risultato. Non si pensi che Marco DB sia l'unico della classe a confondere i due piani, tutt'altro; I e IR si stanno appoggiandosi a lui per far emergere nodi che altrimenti rimarrebbero nascosti e sensibilizzare, attraverso il coinvolgimento nella discussione, tutti i compagni. Questo è un esempio di ciò che scriviamo nella Home Page del sito: 'Nell'Early Algebra si sostiene che i principali ostacoli cognitivi si collocano in campo pre-algebrico, e che **molti di essi nascono in modi insospettabili in contesti aritmetici e pongono in seguito ostacoli concettuali spesso insormontabili allo sviluppo del pensiero algebrico** poiché gli studenti, senza la consapevolezza delle procedure in aritmetica e del modo in cui esse nascono, non possiedono una base concettuale sulla quale costruire le loro conoscenze algebriche'. *Ale×andra (244) spiega molto chiaramente perché Brioshi ha bisogno della traduzione; Marco DP viene ancora una volta invitato a ripeterlo (245-246) e questa volta mostra di aver capito.*
(247) Laura argomenta sulla frase (c) (F 22) *e l'insegnante (248) le chiede di interpretare la frase sbagliata e di tradurla in linguaggio naturale. Si ribadisce l'importanza di portare la riflessione anche sul significato di scritture errate in modo da rendere evidente perché sono tali.*
(250-253) Momento collettivo di affinamento del linguaggio attraverso il ricorso ad una definizione relazionale.



F 23

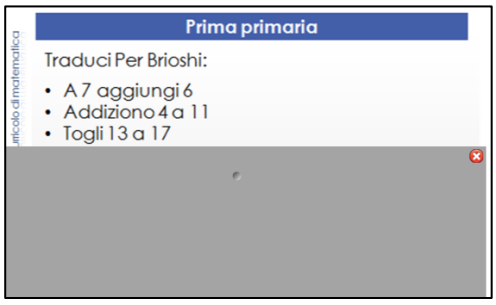


F 24

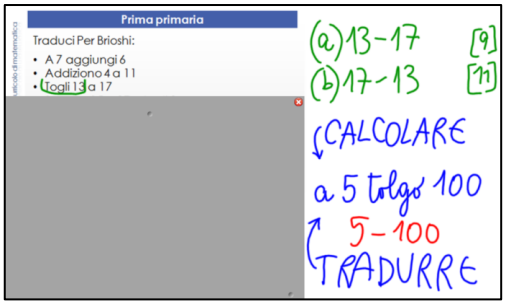
[VR 70-79]

253. *IR mostra la seconda frase* (F 23) *e riporta alla LIM le proposte degli alunni* (F 24). *Undici hanno scritto '11+4'.*
254. Nicola F: Io ho scritto 11+4= macchia.
255. Ale×andra: 11+4=macchia secondo me non va bene, perché non c'era scritto di dire anche il risultato con il numero misterioso.
256. IR: Oppure come avrebbe potuto esser scritta la frase, perché andasse bene la traduzione 11+4= macchia?
257. Veronica B: 11 più 4 è uguale a un numero misterioso.
258. IR: Certo, ma dillo un pochino meglio.
259. Marco V: La somma tra 11 e 4 è un numero misterioso.
260. *Alice detta 4-11.*
261. IR: Che tipo di errore hai fatto? *Alice non risponde.*
262. I: Come si legge 4-11?
263. Eleonora: A 4 sottraggo 11.
264. I: Che cosa è 4-11?
265. Marco V: Una sottrazione.
266. I: Un altro modo di dirlo?
267. Nicola F: 4-11 è la differenza tra 4 e 11.
268. I: Alice, traduci in linguaggio matematico "La somma tra 11 e 4".
269. Alice: La somma tra 11 e 4 in linguaggio matematico si dice… *non sa continuare*.
270. Veronica D: 11 più 4.

[VR 70-75 Fine][24]



F 25



F 26

[24] *L'episodio prosegue sulla linea di quello precedente: (254) inizia la discussione sulle frasi trascritte alla LIM; Ale×andra (256) spiega l'errore di Nicola F (255) che ha sentito il bisogno di inserire anche il risultato (nascosto sotto la macchia); (257-260), (261-268): favorendo la riflessione su traduzioni sbagliate si affinano le definizioni di tipo relazionale;(269-271): l'insegnante arricchisce l'aspetto linguistico proponendo la traduzione di una parafrasi (relazionale: 'la somma di… ') della frase data (procedurale: 'Addiziona… ').*

[VR 76-79]

271. *I bambini devono tradurre "Togli 13 a 17"* (F 25); *nove scrivono 13-17 e undici scrivono 17-13* (F 26). *Si apre la discussione. Gli alunni che hanno scritto 13-17 sono perplessi di fronte alle altre frasi.*
272. I: Quale delle due è corretta?
273. IR: Nicola R, tu che hai scritto 13-17 hai capito perché non va bene?
274. Nicola R: No.
275. IR: Qualcuno vuole spiegare a Nicola perché non è corretta?
276. Laura: È sbagliato 13-17 perché bisognava tradurre in linguaggio matematico 'Togli 13 a 17' e quindi se c'era scritto togli 13 allora bisognava togliere 13 a 17.
277. I *(a Nicola R):* Se io ti dico "togli 13" come traduci?
278. Nicola R: 13 meno? *L'insegnante lo guida a capire che la traduzione sarebbe 'meno 13'.*
279. IR *(mentre Nicola R parla viene chiamato da Giorgia):* Giorgia ha posto un problema interessante. Vuoi ripeterlo?
280. Giorgia: Si capisce che è 17 meno 13 perché io non posso togliere 17 a 13, perché 13 è minore di 17.
281. IR: Allora qual è la più corretta? Attenzione: immaginiamo che ci sia questa frase: 'A 5 tolgo 10': la puoi guardare dal punto di vista del calcolare e ti fai un'idea, e poi lo guardi dal punto di vista del tradurre e ti fai un'altra idea.
282. I: Giorgia, dal punto di vista del calcolare che cosa puoi dire di "A 5 tolgo 100"?
283. Giorgia: Non si può togliere 100, perché 5 non basta per togliere 100.
284. I: Perché 5 è… ?
285. Giorgia: … minore di 100.
286. I: Dal punto di vista del tradurre: la puoi tradurre o no? *Giorgia non sa cosa rispondere.*
287. Marco V: Sì.
288. I: E come la traduci?
289. Marco V: A 5 tolgo 100 in linguaggio matematico lo traduco 5-100.
290. IR: Il fatto che poi lo possiamo calcolare o meno, questo è un altro paio di maniche.

[VR 76-79 Fine][25]

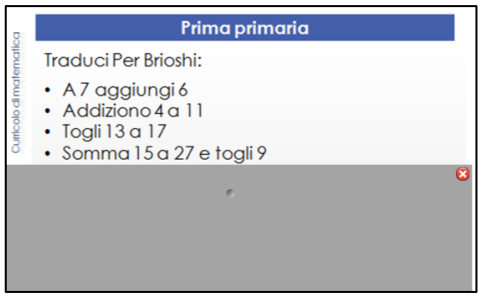
[VR 80-83]

291. *Viene proposta la nuova frase* (F 27). *Gli alunni lavorano individualmente e alcuni dettano le traduzioni (*F 28*).*
292. Laura: 42-9.
293. Veronica D: 27+15-9.
294. Alice: 15+27-9.
295. IR (*scrive accanto ad ogni frase il numero degli alunni che l'hanno scritta*): È aperta la discussione.
296. Anna B: 42-9 penso che è sbagliata, perché è 27+15-9.
297. IR: E secondo te, Laura cos'è che hai fatto, cioè: quel 42 da dove viene?
298. Ale×andra: Laura ha scritto il 42, perché ha fatto il calcolo.
299. I: Laura, perché hai scritto 42?
300. Laura: Perché c'era scritto "Somma 15 a 27" e quindi ho fatto il calcolo.
301. IR: Cosa dovevi invece fare?
302. Laura: La traduzione.
303. IR: Questa è una differenza importantissima, dovete capire che calcolare è una cosa diversa da tradurre.
304. I: È giusta la B o la C? 27+15-9 o 15+27-9 ? Somma 15 a 27.
305. Nicola F: Ah forse io ho sbagliato me stesso!
306. Marco V: Si giustifica!

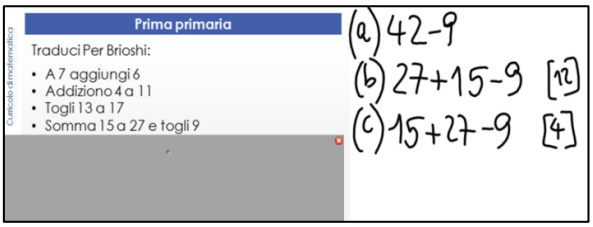
---

[25] *Permangono le due posizioni: Laura (277) esprime il punto di vista del tradurre, Giorgia (281) quello del calcolare. IR (282) e I (283) propongono un esempio con numeri molto diversi fra loro; Giorgia (284) rimane ferma nella sua posizione mentre Marco V (290) mostra di aver capito, e non si preoccupa del fatto che il minuendo sia minore del sottraendo. La continua riflessione sul linguaggio è importantissima per impedire (o limitare) il radicarsi di convinzioni che possono bloccare negli alunni, come si è scritto nel Commento precedente, l'evoluzione verso il pensiero algebrico. Ribadisco il concetto già espresso: siamo in pieno balbettio algebrico.*

[VR 80-83 Fine][26]



F 27



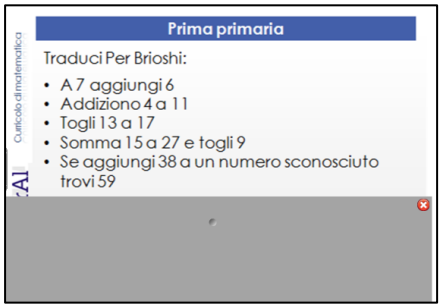
F 28

[VR 84-89]

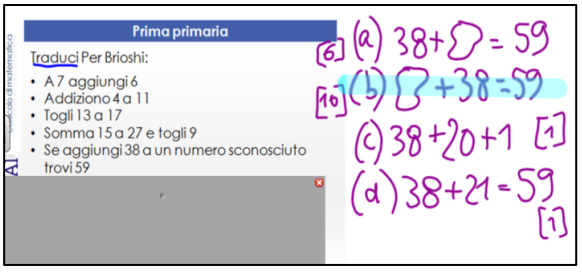
307. *IR propone l'ultima frase* (F 29).

308. Le traduzioni sono riportate alla lavagna (F 30).

[VR 84-89 Fine][27]



F 29



F 30

[26] *L'episodio è interessante perché permette, con il contributo decisivo di alcuni alunni, di sottolineare la differenza fra i concetti di tradurre e risolvere.*

[27] *Purtroppo manca la videoregistrazione perché la batteria del cellulare si è scaricata. L'analisi dei protocolli riportati alla lavagna con accanto il numero degli autori* (F 30) *permette comunque di notare che metà classe ha effettuato la traduzione corretta e che nel corso della discussione essa è stata riconosciuta come tale ed evidenziata in azzurro. Sei alunni commettono l'errore nell'interpretazione delle parole 'Aggiungi… a… 'anteponendo 38 alla macchia; l'errore è dovuto al fatto che l'ordine dei numeri 38 e 'numero sconosciuto' nella frase in lingua italiana è invertito rispetto a quello che dovrà essere nella traduzione (a questo proposito: le traduzioni della prima frase ('A 7 aggiungi 6') (v.* F 22*) sono tutte corrette perché l'ordine è lo stesso.. Due alunni risolvono anziché tradurre: mentre (d) mantiene i tre numeri, (c) procede seguendo una sua strategia, aggiungendo prima 20 e poi 1 in modo da raggiungere 59 per passi successivi.*

15 dicembre 2015 Attività svolta autonomamente dall'insegnante

---

Principali obiettivi.
Sul piano matematico:
- *rappresentare* in linguaggio matematico una situazione problematica;
- date delle informazioni, individuare un possibile problema basato su di esse (*problem posing*);
- consolidare il concetto di *doppio* di un numero naturale e la sua *traduzione* in linguaggio matematico;
- consolidare l'uso ragionato delle *parentesi*.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione nel corso di una discussione collettiva;
- la riflessione sulle rappresentazioni e l'individuazione di quella/e più coerente/i con la situazione problematica.

Propongo la traduzione in linguaggio matematico di due situazioni problematiche[28]*, una con un testo scritto e l'altra con testo scritto e immagini.*
La prima dice:

> Tea mette sull'albero di Natale 8 palline alla mattina e al pomeriggio ne mette il doppio. Trova quante palline ha messo sull'albero di Natale.[29]

Ogni bambino traduce per Brioshi su un foglietto e io trascrivo le traduzioni alla lavagna:

(a) 8+8=	(b) 8+8	(c) 8+8=■	(d) 8×8
(e) 8×2	(f) 2×8=	(g) 8+16=	(d) 8+16=■

Durante la discussione vengono eliminate le traduzioni non corrette e quelle non completamente corrette; alla fine la traduzione elaborata collettivamente è:

8+2×8=■

Nel leggere a voce alta la frase matematica si sentono due diverse intonazioni che pongono l'accento su parti diverse.
Alcuni bambini suggeriscono di mettere le parentesi per far capire dove si trova per loro l'intonazione; rispettivamente:

8+(2×8)=■ e (8+2)×8=■.

La discussione porta a decidere che la prima frase corrisponde alla traduzione del testo; chiedo di disegnare le due frasi. Molti disegni sono scorretti, ma anche molti corretti, in cui sono usati gli schieramenti.
La seconda situazione:



Quale domanda potreste formulare ora?

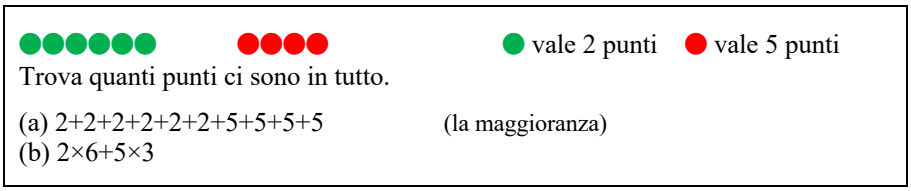
Tipi di risposte:
- *Trova il numero dei gettoni.*
- *Quanti sono i gettoni rossi e quanti quelli verdi?*
- *Trova quanti punti ci sono in tutto.*

La discussione porta alla scelta dell'ultima frase come consegna[30] *e i bambini traducono la situazione per*

---

[28] *Elaborazioni da Fontolan A., Minimappe, Prove nazionali di matematica, Signorelli Scuola Ed, 2010.*
[29] *Sarebbe meglio esplicitare subito la consegna 'Rappresenta in linguaggio matematico la situazione in modo che Brioshi trovi il numero delle palline sull'albero'.*
[30] *V. Commento precedente.*

Brioshi:



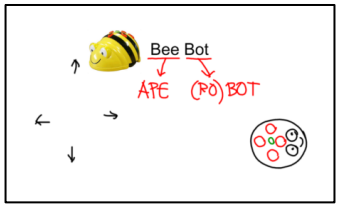
La discussione porta a scegliere come traduzione migliore la (b) perché è la più economica.

17 dicembre 2015 5

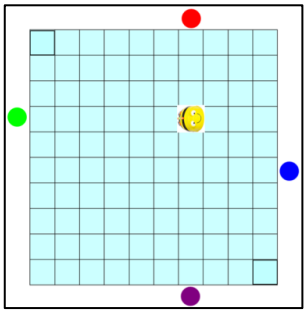
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- contare in senso progressivo e regressivo;
- consolidare il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale:
- leggere e scrivere in linguaggio naturale e in linguaggio matematico numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione;
- esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro;
- usare termini specifici del linguaggio matematico;
- consolidare le operazioni di addizione e sottrazione;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

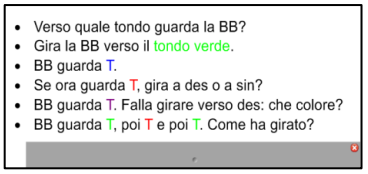
Gli alunni sono seduti ai banchi. Si presenta una nuova attività centrata sulla griglia dei numero 10×10; l'approccio avviene con la presentazione alla LIM della BeeBot (B-B) (F 31)*: descrizione dell'oggetto, significato del nome, i pulsanti e gli spostamenti relativi* [31].



F 31



F 32

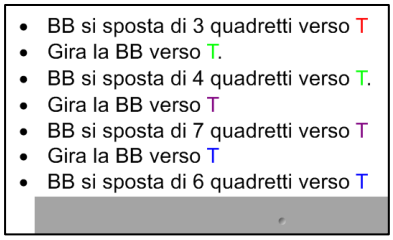


F 33

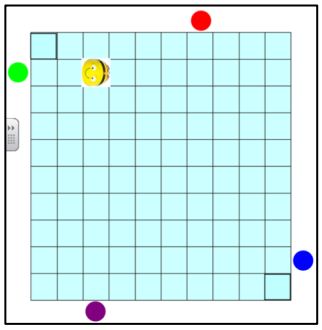
[VR 90-99]
309. *Si presenta una griglia vuota 10×10* (F 32) *e gli alunni imparano a spostare la B-B.*
310. *Si presentano una alla volta delle consegne* (F 33)*, gli alunni a turno fanno compiere alla B-B i movimenti relativi e man mano li spiegano.*
311. *Si presenta una nuova serie di consegne attraverso le quali B-B compie un percorso sulla griglia* (F 34).
312. Paolo *(legge a voce alta la quarta consegna):* Gira Bee-Bot verso il tondo viola (F 35).
313. IR: Gira verso destra o verso sinistra?
314. Paolo: Verso sinistra. *La risposta è corretta e Paolo col dito gira B-B a sinistra, poi legge la quinta consegna*: Bee-Bot si sposta di sette quadretti verso il tondo viola. *Paolo sposta la B-B sulla griglia e conta man mano a voce alta i quadretti corrispondenti ai passi.*
315. *Molti altri alunni vanno alla LIM a muovere B-B e a spiegare quello che fanno.*

[VR 90-99 Fine]

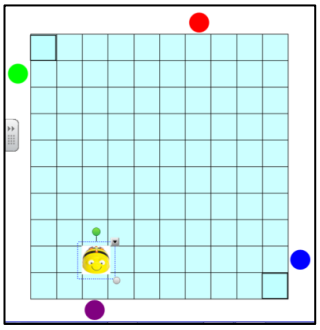
[31] *Sulla LIM c'è una griglia 10×10 vuota e i bambini sono invitati a muovere la Bee-Bot rispetto a punti di riferimento che sono dei tondi colorati* (F 32)*; emergono incertezze riguardo alle proprie destra e sinistra e alla destra e sinistra della Bee-Bot o di un compagno. Si fanno parecchi esercizi al riguardo facendo muovere i bambini nello spazio della classe e poi la Bee-Bot sulla LIM.*



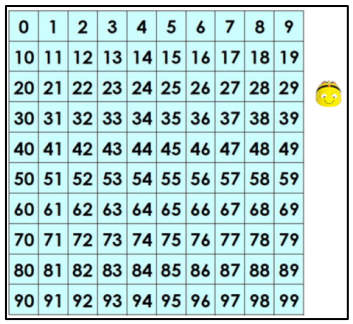
F 34



F 35



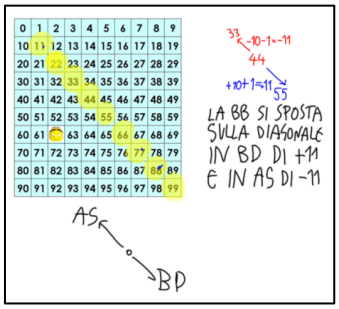
F 36



F 37



F 38



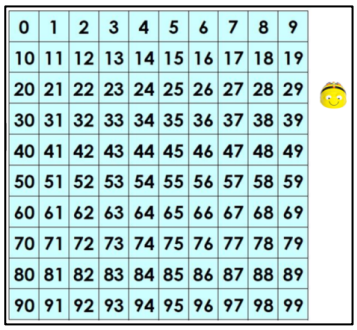
F 39

[VR 100-101]

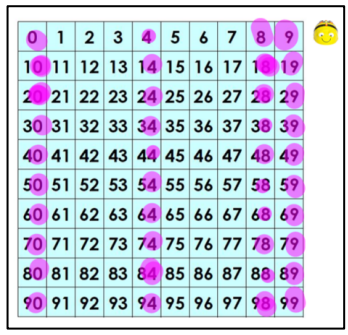
316. *Viene presentata la griglia dei numeri 0-99; accanto ad essa è posizionata una B-B* (F 37). *Gli alunni sono invitati a fare delle considerazioni e a trovare delle regolarità.*
317. *Nicola R pensa che il 100 dovrebbe stare in basso a sinistra, ma molti non sono d'accordo.*
318. IR: Quanti numeri... oppure quanti quadretti ci sono in questa griglia?
319. *Qualcuno risponde 99 e qualcun altro 100. Si verifica che sono 100.*
320. *IR chiede se qualcuno vede delle regolarità fra i numeri.*
321. Laura: Volevo dire per esempio che quando si arriva a 90… no, cominciamo prima, quando si arriva a 20 e dopo si arriva a 22 i numeri sono uguali anche perché qui… cioè nel senso che il 2… cioè i numeri che sono dopo le decine… le due unità che sono dopo le decine, no, le decine che sono il numero 20 io ho contato che nel 22 ci sono le stesse decine e le stesse unità.
322. IR: Cioè la cifra delle decine è uguale alla cifra delle unità. Laura, colora la casella 22 di verde.
323. I: Ci sono altre caselle in cui la cifra delle decine è uguale alla cifra delle unità?
324. *Laura dice di sì e colora la casella 33 e poi prosegue colorando tutte le caselle in cui la cifra delle decine è uguale alla cifra delle unità* (F 38).
325. *IR mette la B-B su una delle caselle colorate, la 44.*
326. I: Se deve andare sulla casella 33 di quanto si deve spostare?
327. *IR disegna una freccia tra 44 e 33 e chiede il suo valore.*
328. *Qualcuno dice che deve tornare indietro e quindi si sceglie di mettere il segno meno.*
329. IR: Quanto di meno?
330. *La prima risposta è 10, poi 9.*
331. Veronica D.: Una decina e una unità.
332. IR: E cioè?
333. *Tutti dicono 11.*
334. IR: Facciamo così: se io vado indietro di una decina cosa scrivo sulla freccia?
335. Laura: Meno 10.
336. IR: E poi però va indietro ancora di una unità e cioè?
337. Molti: Uno!
338. IR: E quindi meno 10 meno 1 quant'è?
339. Molti: Meno 11!
340. I: E se invece deve andare avanti? Da 44 a 55?

341. Molti: Più una decina e una unità.
342. IR: Per Brioshi come scriviamo 'più una decina e una unità'?
343. Laura: Più 10 più 1 uguale 11.
344. *IR fa notare che anche prima di 11 bisogna scrivere il segno più per differenziarlo da meno 11.*
345. Marco V: 11 per 1.
346. IR: Quello che hai suggerito è molto interessante, ma è presto per questa soluzione e la tireremo fuori più avanti. Aiutaci a ricordarla, eh!
347. *I chiede ad altri bambini il valore della freccia da un numero colorato all'altro.*
348. IR: In un quadrato come si chiama la linea che va da un vertice all'altro?
349. Molti: La diagonale.
350. IR chiede di trovare la regola con cui la B-B si sposta lungo la diagonale.
351. Marco V.: La B-B si sposta in avanti a destra di più 11 e indietro a sinistra di meno 11.
352. *IR scrive la 'regola' alla LIM; si conviene di esprimersi con Alto-Basso, Destra-Sinistra.* (F 39).

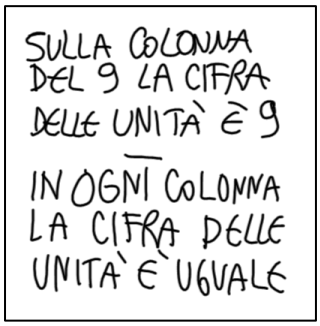
[VR 100-101 Fine][32]



F 40



F 41



F 42

[VR 102-103]

353. *Viene presentata una griglia 10×10 'pulita'* (F 40) *e si chiede di trovare altre regolarità.*
354. Riccardo M.: In tutte queste c'è sempre 9. Sulla colonna del 9 c'è sempre dietro il 9.
355. I: No 'dietro', parla bene.
356. Riccardo M.: Ho notato che sulla colonna del 9 la cifra delle unità è sempre 9.
357. *IR consiglia di non usare il 'sempre' quando una cosa si ripete, non è necessario.*
358. *Si alzano molte mani.*
359. Giorgia: Sulla colonna dell'8 la cifra delle unità è 8.
360. *IR fa colorare le regolarità man mano che vengono individuate* (F 41) *e invita a completare la frase: in ogni colonna…*
361. I: Chi è che completa la frase?
362. Alberto: In ogni colonna la cifra delle unità è sempre… è un numero…
363. Marco V.: È uguale.
364. IR: Come sono le cifre delle unità in tutti i numeri che stanno sotto il 6?
365. Nicola F.: La cifre delle unità che stanno sotto il 6 sono sempre col 6.
366. IR: Di' meglio.
367. Riccardo M.: Nella colonna del 6 le cifre che stanno nell'unità sono uguali a 6 (F 42).

[32] *Gli aspetti importanti in questo episodio sono due: sul piano matematico, l'individuazione di regolarità; sul piano linguistico, l'accuratezza lessicale nell'argomentare le varie scoperte. Spesso gli insegnanti privilegiano il primo aspetto e sottovalutano l'importanza del secondo che non è semplice, soprattutto per gli 'apripista argomentativi' (com'è il caso di Laura, 322). La domanda dell'insegnante (327) apre la strada verso i 'numeri con segno' e molti alunni indicano con spontaneità, pensando alla sottrazione, il segno 'meno' (329-340); mostrano inoltre di usare con sicurezza i concetti di decina e di unità. La proposta di Marco V (346) è imprevedibile e molto interessante ma è considerata troppo 'alta' per la maggior parte della classe e* viene messa in frigorifero.

[VR 102-103 Fine][33]

[33] *Gli alunni si divertono molto ad individuare regolarità; si continuano a 'pulire' le argomentazioni (ad es: 355-357, 368-370) e si cura l'approccio ad un embrione di generalizzazione (357, 370) favorendone la condivisione* (F 42).

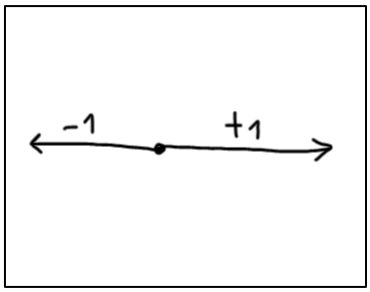
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- consolidare il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale:
- leggere e scrivere in linguaggio naturale e in linguaggio matematico numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione;
- esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro;
- rappresentare relazioni e dati con diagrammi;
- usare termini specifici del linguaggio matematico;
- consolidare le operazioni di addizione e sottrazione;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

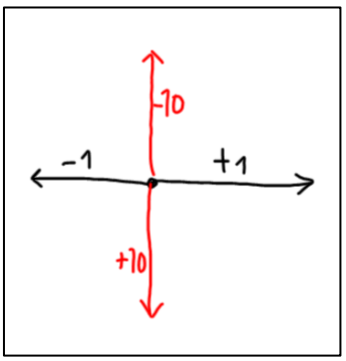
Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni. Si prosegue l'attività sulla griglia dei numero 10×10.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

F 43



F 44



F 45

[VR 104-112]

368. IR: Il compito per voi adesso è questo: dovete immaginare che la B-B si metta in una qualsiasi delle caselle della griglia, potrebbe qui, qui, qui… (*indica sulla LIM*). Voi farete finta che questo punto (*disegna un punto sulla lavagna vuota*) sia un punto qualsiasi sulla griglia, allora… *(indica le diverse direzioni in cui BB può andare).* Anzi! Facciamo che B-B vada a trovare una sua amica, un'altra B-B…
369. Laura: Puoi clonarla!
370. IR clona la B-B e mette le due api in punti diversi sulla griglia (F 43).
371. IR: Immaginiamo che la B-B vada a trovare la sua amica che sta nella casella vicina. La domanda è: la B-B per spostarsi da questa casella (*55*) a questa (*indica 56*), quanti passi deve fare? Quanto vale il passo della B-B?
372. Marco V.: Uno.
373. IR: Attenzione, perché se l'amica che la nostra B-B va a trovare sta invece in questa casella (*indica la 54*), quanto varrebbe il passo? Allora bisogna riconoscere che va da 55 a 56… quanto vale ora il passo?
374. Alcuni: Una unità.
375. IR: Sì, ma anche per andare al 54 vale una unità.
376. Marco V:. Ah! +1!
377. IR: E se va dall'altra parte?
378. Coro: -1!
379. IR *(disegna alla lavagna dove c'era il punto una freccia che va destra e una che va a sinistra*): Se va

da questa parte +1, se va da questa -1 (F 44). Dovete indicare sulla freccia quanto vale il passo da questa posizione a questa posizione e fate la stessa cosa sotto, da questa posizione (*mette la B-B sul 64*) a questa posizione… (*indica la casella sottostante*) quanto vale il passo della B-B?

380. Veronica B.: Allora io ho saputo che se vai un basso è +1…
381. IR: Perché +1?
382. Veronica B: Perché…
383. IR: In che casella si trova adesso?
384. Veronica B: 64.
385. IR: E se va in basso in che casella si trova?
386. Veronica B: 74.
387. IR: E secondo te si è mossa di +1?
388. Veronica B: Sì.
389. *I disegna alla lavagna una freccia che va da 64 a 74 e chiede a Veronica di spiegare cosa dice la freccia.*
390. *Veronica è confusa.*
391. Alexandra*(viene alla lavagna)*: La freccia dice +10, perché dal 6 per arrivare al 7 ha bisogno di una decina, invece per arrivare a 4 non servono unità. Quindi è +10.
392. *I chiede ad Alexandradi ripetere di nuovo perché dei compagni non l'hanno ascoltata.*
393. Ale×andra: La freccia dice +10, perché da 6 per arrivare a 7 decine bisogna avere ancora una decina, quindi +10, poi invece da 4 per arrivare a 4 non servono unità, quindi è +10. *Scrive +10 sopra la freccia*.
394. IR: Mi rivolgo ad Alexandrae anche agli altri: Alexandradice "Per andare dal 4 al 4 non servono unità" siete d'accordo con questa frase?
395. Coro: Sì.
396. IR: Io non sono d'accordo. Per andare da 6 a 7 hai detto… ?
397. Ale×andra: … che bisogna aggiungere una decina.
398. IR: E per andare da 4 a 4?
399. Laura: Ah! 0 unità!
400. Ale×andra: La freccia dice +10, perché da 6 decine per arrivare a 7 decine devo aggiungere ancora una decina, invece per arrivare da 4 unità a 4 unità devo aggiungere 0 unità.
401. I: Infatti il 10 cosa vuol dire? *76*)
402. .Ale×andra: Più una decina e zero unità. (F 45)
403. IR: Adesso fate lo stesso lavoro con queste due nuove frecce (*disegna la diagonale da 76 a 87 e poi da 87 a 76*).
404. Marco D.P.: Da 7 decine a 8 decine aggiungo una decina, da 6 unità a 7 unità aggiungo una unità. Da 8 decine a 7 decine è più… meno una decina e da 7 unità a 6 unità è più… meno una unità.

[VR 104 112 Fine][34]

[VR 113]

405. IR chiede ad Alberto come comunicare a Brioshi la strategia che ha usato per andare da 23 a 32.
406. Alberto: Si fa +10-1.
407. IR: E quindi è come aggiungere…
408. Alberto: È come aggiungere 9.

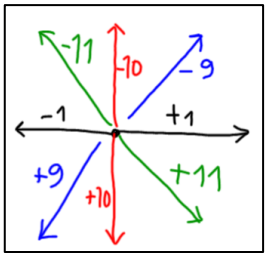
[34] *Si esplorano i movimenti della B-B sulla griglia per individuare le lunghezze dei 'passi' che può fare una B-B nelle otto caselle circostanti quella nella quale si trova. Da 376 si ritorna sull'importanza dell'indicazione del segno prima del numero per rendere evidente il verso dello spostamento (tema avviato nell'incontro precedente, v. F 39 e Commento 32). Ale×andra (394) argomenta in modo molto chiaro e IR le fa riformulare la spiegazione invitando i compagni a prestare maggiore attenzione. IR (397) conduce la riflessione sulla frase gergale di Ale×andra: "Per andare dal 4 al 4 non servono unità"; spesso gli insegnanti accettano questi modi 'sporchi' di esprimersi perché sottovalutano il rischio (molto forte) che essi opacizzino il significato matematico interno ad un'argomentazione; qualcosa del genere avviene quando accettano che gli alunni dicano che in una divisione come 24:3 non c'è resto, o che un segmento parte da A e arriva a B. Gli interventi successivi (398-406) permettono di chiarire il concetto e pongono in evidenza le competenze acquisite chiaramente da molti alunni in merito ad unità e decine.*

409. IR: Vi suggerisco anche questa strategia per fare il calcolo mentale: +7 per arrivare a 30 e +2 per arrivare a 32.
410. La classe: È il metodo di Nicola F.!

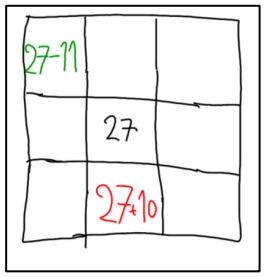
[VR 113 Fine] [35]

[VR 114-129]

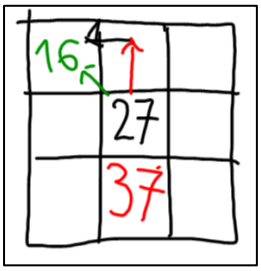
411. IR: (*indica le frecce orizzontali,* F 45) Qui avete scritto +1 e -1, cambia qualcosa se la B-B si trova in caselle diverse?
412. Coro: Sì.
413. I: Chi spiega perché cambia?
414. IR: Mettiamo B-B nel 44: da 44 a 45 quanto vale?
415. Coro: +1!
416. IR: E da 44 a 43?
417. Coro: -1!
418. IR: Da 44 a 54?
419. Coro: +10.
420. IR: E da 44 a 34?
421. Coro: -10!
422. IR: Da 44 a 55?
423. Coro (*un po' meno numeroso*): +11.
424. IR: E da 44 a 33?
425. Coro: -11.
426. *IR fa le stesse domande mettendo la B-B su un'altra casella. Si completa il grafo* (F 46). Poi *disegna una casella con il 27 e chiede di mettere i numeri che stanno nelle caselle confinanti.*
427. Gianluca: 30.
428. I: Perché?
429. *Gianluca non sa rispondere.*
430. *I chiede ai compagni se qualcuno spiega a Gianluca se la sua risposta è corretta o no.*
431. Veronica B.: Gianluca: 27 non può arrivare al 30, perché là sotto (*indica la casella sottostante il 27*) dovrebbe essere il 37, non 30, perché il passo è +10. *Lo scrive nella casella sotto il 27.*
432. I: Scrivete come ha fatto Veronica a trovare 37.
433. IR: Come potreste spiegare a Brioshi perché qui c'è scritto 37?
434. Nicola F.: Scrivi 27+10.
435. *IR chiede a Nicola F di scrivere cosa c'è nella casella in diagonale in alto a sinistra.*
436. *Nicola F. scrive 27-11* (F 47).
437. IR: Come fai a trovare la forma canonica di questo numero?
438. Nicola F.: Io ho provato a contare…
439. Marco V.: Sarebbe 27+12-1.
440. Nicola F.: La mia strategia è: prima tolgo una decina a 27 che ottengo 17 e poi tolgo una unità a 17 ed è uguale a 16.
441. IR: Ho un bel problema per quelli che hanno seguito finora: dire -11 è uguale a cosa? *IR disegna una freccia rossa verso l'alto e da lì una verso sinistra* (F 48).



F 46

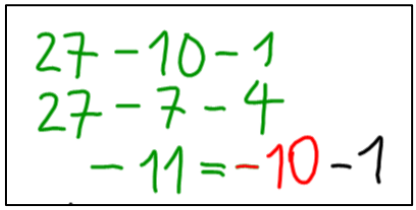


F 47

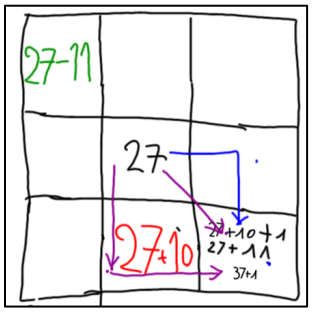


F 48

[35] *In precedenza avevamo fatto una lezione su questo metodo "scoperto" da Nicola F, che l'alunno applicherà nuovamente in 448.*



F 49



F 50

442. Nicola F.: Meno una decina e una unità.
443. IR: … e quindi a Brioshi scriveremo -11.
444. Nicola F.: -10-1.
445. *Nicola F dice che lui calcola 27 meno 7 così arriva a 20 e poi toglie 4 e arriva a 16* (F 49).
446. *IR chiede che numero c'è nella casella in basso a destra rispetto al 27.*
447. Riccardo M.: 38.
448. :I: Martina, ha ragione Riccardo?
449. Martina: Sì, perché 27+11=38. *Lo scrive nella casella; poi guarda la casella che sta a sinistra dove c'è scritto 27+10 ed è pensierosa; scrive 37+1.*
450. I: Ma nella casella a sinistra non è scritto 38. 27+10, di che numero è la forma non canonica?
451. Martina:37.
452. I: Scrivi 37 in forma non canonica.
453. *Martina è confusa e viene aiutata, quindi scrive 27+10+1.*
454. I: 10+1 è la forma non canonica di quale numero?
455. Martina: Di +11.
456. I: Infatti, come si sposta la B-B in diagonale?
457. *Martina sembra confusa da tutti i numeri scritti nella casella. Poi riesce a scoprire che 27+10+1 è uguale a 27+11 e lo scrive alla lavagna, poi con qualche incertezza scrive che è uguale anche a 37+1* (F 50).
458. IR: Chi viene a segnare la strada 27+11?
459. *Riccardo M. viene alla lavagna e traccia la freccia che va da 27 in basso a destra.*
460. IR: E adesso chi sa dirmi che strada è questa? *Segna una freccia blu verso destra e poi verso il basso.*
461. Marco D.P.: 27+10…
462. IR: Attenzione! Da 27 a 28 che passo fa?
463. Marco D.P: 27+1.
464. I: E per andare verso il basso? (*IR fa fare più volte gli spostamenti verso destra e verso il basso*) … e quindi?
465. Marco D.P.: 27+1+10.

[VR 114-129 Fine][36]

[36] *IR (413 e successivamente 428) porta l'attenzione della classe verso la verifica della costanza delle 'regole' e verso il loro completamento negli otto versi. Per favorire la comprensione si esalta l'argomentazione; ottima quella di Veronica B. (434). IR (436) apre la strada verso le* rappresentazioni non canoniche *dei numeri presenti nelle caselle circostanti quella sulla quale si trova la B-B; questo aspetto è fondamentale per indurre la produzione e l'interpretazione di scritture* relazionali *costruite in funzione di un numero dato (in questo caso 27) evidenziando i 'passi', cioè gli operatori. Gli alunni nel complesso (437-443) reagiscono piuttosto bene. In 444 si apre la strada verso la composizione di operatori e anche in questo caso gli alunni (445-462) rispondono positivamente. IR (463) propone il percorso alternativo ed equivalente al precedente '+10+1' e Marco DP (468) è uno di quelli che individuano '+1+10'.*

Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- consolidare il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale:
- leggere e scrivere in linguaggio naturale e in linguaggio matematico numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione;
- esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro;
- rappresentare relazioni e dati con diagrammi;
- usare termini specifici del linguaggio matematico;
- consolidare le operazioni di addizione e sottrazione;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni. Si prosegue l'attività sulla griglia dei numero 10×10.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

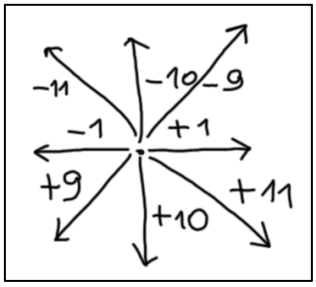
F 51

[VR 130-131]

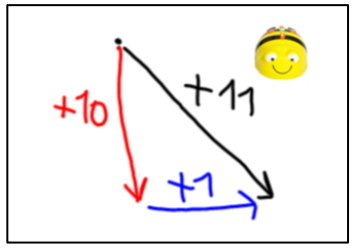
466. IR: Questa è la griglia che conoscete (F 51), vi ricordate che avevo preso la B-B e poi l'avevamo messa su una casella e avevamo visto quali erano gli spostamenti sulla griglia, passando da un casella ad un'altra. Ayoub, quanto misura il passo della B-B da 26 a 27?
467. Ayoub: Fa uno. Fa un passo.
468. IR: Sì, ma attenzione che anche da 26 a 25 fa un passo… da 26 a 25 quanto misura un passo?
469. Matteo: Meno uno.
470. *IR disegna alla lavagna un punto con una freccia a destra e una a sinistra e Ayoub dice +1 e -1.*
471. IR: Eleonora, se adesso la B-B si sposta verso il basso, quanto misura il passo?
472. Eleonora: +10.
473. IR: E se si sposta verso l'alto?
474. Eleonora: -10.
475. IR: Hai capito Ayoub? *IR disegna le due frecce verticali e Ayoub dice +10 e –10.*
476. IR: Celeste, e se la B-B si sposta nella casella 36?
477. Celeste: +11.
478. IR: Dove sta la casella 36 rispetto alla casella 25? Possiamo dire che la B-B si sposta… ?
479. Riccardo M.: In diagonale.
480. IR: Soltanto in diagonale?
481. Alice: In diagonale a destra?
482. IR: Sì, però…

483. Alice: In basso.
484. IR: Quanto vale la freccia in basso a destra?
485. Marco V.: In basso a destra vale 11… no, un momento, vale +11!
486. IR: E se va invece in alto a sinistra?
487. Coro: -11.
488. IR: Allora –11 è…
489. Coro: In alto a sinistra.
490. IR: E se va in basso a sinistra?
491. Nicola F.: Se va in basso, in diagonale a sinistra, se va in basso a sinistra è +9.
492. IR disegna la freccia in alto a destra e chiede quant' è il passo.
493. Alcuni: -9. (F 52)

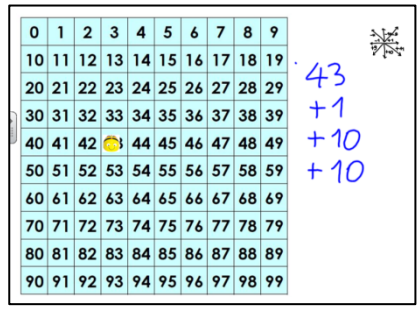
[VR 130-131 Fine][37]



F 52



F 53



F 54

[VR 132-135]

494. IR allarga le braccia nelle diverse posizioni e i bambini devono indicare la direzione e il valore del passo della B-B, ci sono ancora incertezze sul verso del braccio soprattutto lungo le direzioni delle diagonali.
495. IR: Vi do un piccolo aiuto. (*disegna un punto alla lavagna*) Immaginate che B-B vada in basso a destra, come devo fare la freccia?
496. Alcuni: In giù, +10.
497. *IR disegna la freccia in basso con il suo valore.* Va così, e poi verso destra quanto vale?
498. Veronica D.: +1.
499. IR: Allora se dite in basso a destra in diagonale è +11, ma se dite in basso a destra… (*mostra la freccia*) in basso vuol dire… (*mostra la freccia*)
500. Alcuni: +10.
501. IR: A destra vuol dire…
502. Alcuni: +1.
503. IR: e +10 +1 quant'è?
504. Coro: 11!
505. IR: quindi vedete che vi trovate +11 (F 53).

[VR 132-135 Fine][38]

[VR 136-137]

506. *IR posiziona la B-B sulla casella 43 e chiede di segnare con le frecce sulla griglia il percorso +1+10+10; rimpicciolisce il grafo delle otto direzioni e scrive i numeri in verticale accanto alla griglia.* (F 54)

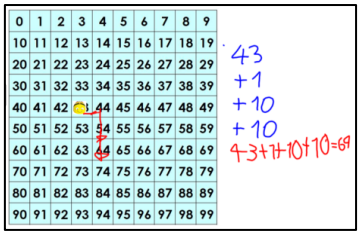
---

[37] *Questo primo episodio mostra la ricapitolazione dell'attività svolta. La memorizzazione dei 'passi' è buona; è necessario ribadire la necessità di differenziare i versi degli spostamenti uguali attraverso l'uso dei segni '+' e '-'.*

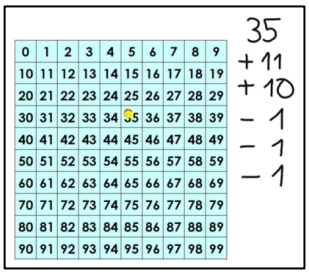
[38] *Una prima attività (498) avente l'obiettivo di favorire la costruzione dei una mappa mentale degli otto spostamenti mette in evidenza la difficoltà di memorizzare i quattro spostamenti lungo le diagonali; IR ne approfitta (499-509) per portare la classe a riflettere sul fatto che uno spostamento lungo una diagonale equivale alla composizione di due spostamenti successivi in verticale e in orizzontale (o viceversa).*

507. Laura: Fa un passo a destra ed è +1 e poi in basso +10 e poi ancora +10 va ancora in basso.
508. IR: In che numero è arrivata?
509. Laura: 64.
510. IR: Adesso quello che io ho scritto in verticale… scrivi 43… il primo passo di quanto è stato?
511. Laura: +1.
512. IR: Allora scrivi +1 e poi vai avanti.
513. *Laura scrive segna con delle frecce rosse gli spostamenti della B-B sulla griglia, scrive man mano 43+1+10+10=64 e infine controlla facendo i calcoli a mente.* (F 55)
514. *IR scrive i comandi in verticale (35+11+10-1-1-1)* (F 56) *e chiede ad Alexandradi segnare il percorso sulla griglia e di spiegare quello che fa.*
515. Alexandra: Da 35+11 devo fare la freccia che va da 35 a 46, cioè in basso a destra, poi +10 vado da 46 a 56, cioè in basso, poi -1 vado da 56 a 55, cioè faccio un passo a sinistra, poi di nuovo -1 e vado a sinistra di nuovo, poi di nuovo se è -1 devo andare un'altra volta verso sinistra. E vado a 53.
516. IR: Adesso fai la mappa e scrivi tutto il percorso.
517. *Alexandra scrive 55+11+10-1-1-1=53.*
518. IR *le chiede di verificare. Alexandrafa i calcoli a mente a voce alta e conferma il 53.*
519. IR: Domanda difficile! Qualcuno di voi sa scrivere in un modo un po' diverso una parte di quello che è scritto?
520. Alexandra: 35+11+10-3=53. (F 57)
521. IR: Che cambio ha fatto?
522. Nicola R.: Ha cambiato -1-1-1 con 3.
523. IR: Alexandra dice che lei lo saprebbe fare anche in un'altra maniera. Voi sapreste scrivere in una maniera diversa invece che -1-1-1-3?
524. *Gli alunni non sanno rispondere.*
525. *Alexandra scrive 55+11+10-3×1=53* (F 57).
526. *Laura propone un'altra variante e detta: 55+11+10-1×3=53* (F 57).
527. *Qualcuno chiede qual è il tesoro che si trova alla fine del percorso e IR disegna un forziere chiuso.* (F 57).

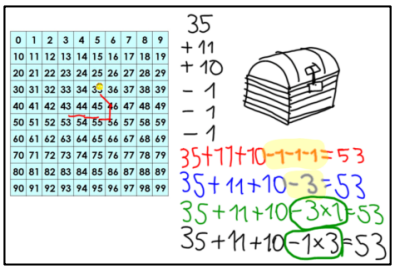
[VR 136-137 Fine][39]



F 55



F 56



F 57

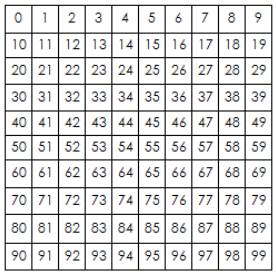
[VR 138-142]

---

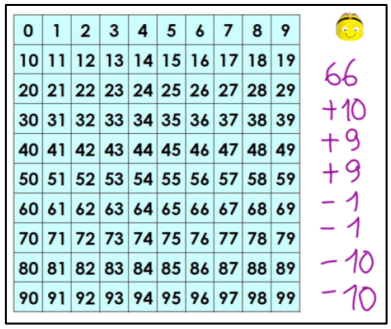
[39] *Si inizia un'attività più strutturata; IR:*
(i) propone in forma di elenco, scrivendoli uno sotto l'altro, una successione di spostamenti a partire da un numero dato su cui posiziona la B-B (510);
(ii) li fa interpretare e ed evidenziare sulla griglia (511-516);
(iii) chiede una rappresentazione in linguaggio matematico di tutto lo spostamento di B-B (517);
(iv) propone un secondo percorso (518) e fa ripetere i passaggi (i)–(iii) chiedendo di verbalizzare l'attività (519) e di scrivere il percorso in linguaggio matematico (520-522);
(v) guida gli alunni a sostituire rappresentazioni additive con rappresentazioni moltiplicative (523-530).
Un gruppo consistente di alunni risponde molto bene, anche al di là delle aspettative dell'insegnante e di IR. Ale×andra (529) propone 'addirittura' un '3×1' e Laura (530) un '1×3'; spesso agli alunni viene spontaneo evidenziare il numero degli spostamenti da 2 in poi (es: 10×2, 10×3, 10×4, ecc) ma non viene spontaneo rappresentare in forma moltiplicativa <u>un solo</u> spostamento (es: 10×1). Quasi tutta la classe comunque mostra di comprendere il senso delle due proposte.

528. *IR dà a ogni bambino un foglio con sei griglie vuote (*F 58*) che viene incollato nel quaderno.*
529. *IR scrive alla lavagna gli spostamenti di un primo percorso* (F 59) *e i bambini tracciano le frecce sulla prima griglia* [40].
530. *Anna B. evidenzia il percorso sulla griglia e lo scrive in linguaggio matematico (66+10+9+9-1-1-10-10).* (F 60)
531. *Laura lo riscrive in un modo diverso: 66+10×1.*
532. Laura: Ho scritto 10×1 perché è come rappresentare 10, poi ho scritto +9×2, nel percorso normale c'era scritto 9+9, però 9×2 è come scrivere 9+9. *Laura continua e scrive-1-1, ma Alice interviene dicendole che può scrivere -2×1, oppure -1×2. Poi laura continua e scrive -10×2=72.* (F 60)

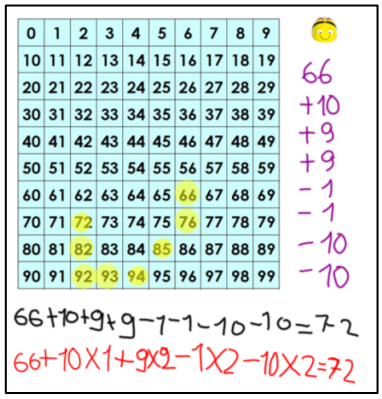
[VR 138-142 Fine][41]



F 58



F 59

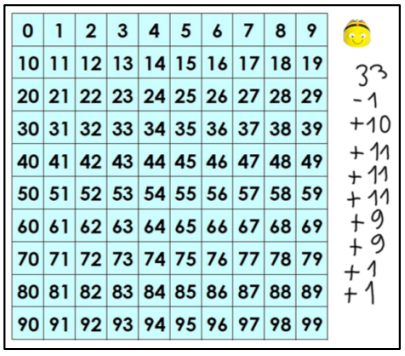


F 60

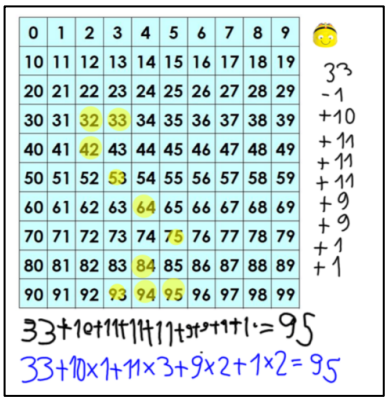
[VR 143]

533. *IR propone un altro percorso* (F 61).
534. Gli alunni lavorano individualmente sulle loro griglie.
535. *Matteo evidenzia in giallo il percorso sulla griglia e poi lo scrive: 33+10+11+11+11+9+9+1+1=95* (F 62).
536. *Veronica B. detta a IR la sua variante: 33+10+11×3+9×2+1×2=95.* (F 62).

[VR 143 Fine]



F 61



F 62

[40] *In questa fase iniziale, per rappresentare il percorso sulla griglia nel quaderno, gli alunni hanno trovato più chiaro sostituire le frecce con la colorazione delle caselle segnate dalle frecce.*

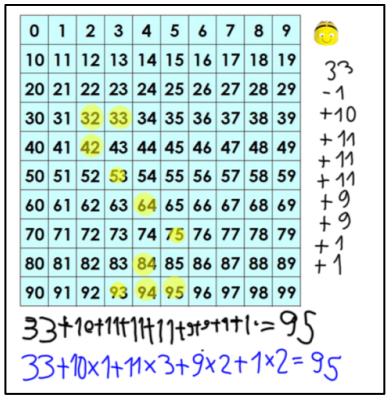
[41] *Si passa all'attività individuale sul quaderno; la fase è abbastanza lunga e l'insegnante e IR passano per i banchi dedicando la loro attenzione a singoli alunni. Le rappresentazioni finali evidenziano la sicurezza acquisita da alcuni nel rappresentare i percorsi in linguaggio matematico passando da rappresentazioni additive ad altre moltiplicative 534-536). Si cominciano a consolidare competenze importanti.*

14 gennaio 2016 8

Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- consolidare il concetto di *rappresentazione* di un numero naturale:
- leggere e scrivere in linguaggio naturale e in linguaggio matematico numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione;
- esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro;
- rappresentare relazioni e dati con diagrammi;
- usare termini specifici del linguaggio matematico;
- consolidare le operazioni di addizione e sottrazione;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni.



F 63

[VR 144]

537. *IR chiede di ricordare quanto fatto la lezione precedente* (F 63).
538. Celeste: L'altra volta ci avevi scritto dei numeri alla lavagna… dei numeri… (*non sa continuare*)
539. Giorgia: L'altra volta abbiamo fatto dei percorsi, ma non dei percorsi a caso, noi dovevamo partire dal numero 33 e dovevamo fare -1+10+11+11+11+9+9+1+1, e così l'altra volta avevamo fatto dei percorsi che tu ci scrivevi dove partire e poi ci scrivevi anche +1-1…
540. IR: E cosa sono questi tondi gialli che ha fatto qualcuno di voi? (*indica il percorso*)
541. Giorgia: Quei tondi gialli sono tutti i numeri che abbiamo percorso per fare… che abbiamo seguito per fare il percorso.
542. IR: Celeste, mi sapresti spiegare questi numeri in giallo, per esempio questo giallo qui a cosa corrisponde? (*indica con la mano sinistra il percorso sulla griglia evidenziato in giallo e con la destra l'elenco di numeri a destra della griglia*).
543. Celeste: (*viene alla LIM*) A -1 e arrivo a 32, +10 arrivo a 42, +11 arrivo a…
544. IR: Lascia stare a quanto arrivi.
545. Celeste: (*segue con il dito il percorso in giallo*) +11… +11… +11… +9… +9… +1… +1.
546. IR: E queste cose qui cos'erano? *Mostra la prima scrittura in nero sotto la griglia.*
547. Celeste: Erano…
548. Nicola R: Quella scritta nera è lo stesso percorso di quella in colonna (*indica la colonna di numeri a destra della griglia*). Tutti quei numeri sono gli stessi numeri di quelli in colonna.

549. IR: Cosa rappresenta?
550. Nicola R: Rappresenta i numeri per fare il percorso.
551. IR: Rappresenta il percorso in che linguaggio? (*di fronte alla perplessità di Nicola*) musicale, grafico, matematico?
552. Nicola R: (*sorride*) Matematico.
553. IR: Che differenza c'è tra questa parte scritta in nero e questa parte sin blu? (*indica le due frasi sotto la griglia*).
554. Nicola F.: Intanto la parte scritta in nero è la scritta originale, e la parte scritta in blu è la versione non completa della parte scritta in nero, quindi non è proprio… 33+10 è quella parte scritta originale e la seconda parte scritta in blu è 10 per 1!
555. IR: Adesso vediamo se vi ricordate due parole che abbiamo visto l'altr'anno: in questa rappresentazione qui che operazioni ci sono?
556. Laura: L'addizione.
557. IR: E quindi, se vi ricordate, quella è una rappresentazione… se c'è soltanto l'addizione si chiama rappresentazione… additiva. Queste invece (*segna le moltiplicazioni*) sono rappresentazioni…
558. Nicola F.: Moltiplicate!
559. Alice: Moltiplicative.
560. IR: C'è un vantaggio nell'usare la rappresentazione moltiplicativa al posto della rappresentazione additiva?
561. Laura: C'è un vantaggio, perché la moltiplicazione ti… se devi scrivere per esempio1+1+1 puoi scrivere 3×1.
562. IR: Vi faccio un esempio per aiutarvi: voi pensate e ditemi che differenza c'è: (*scrive alla LIM*) 11+11+11+11+11+11… come la possiamo rappresentare in un altro modo in forma moltiplicativa?
563. Alice:11 per 6… è un modo, perché se no… perché…
564. I: Cosa vuol dire 'per 6'?
565. Alice: …
566. Celeste: Per sei volte.
567. IR: E perché per sei e non per sette o per tre?
568. Celeste: Perché è 11 scritto per sei volte.
569. IR: (*scrive '11 è stato ripetuto per 6 volte'*) (F 64) Allora per ricordare una parola che abbiamo già visto possiamo dire che la rappresentazione moltiplicativa è più… della rappresentazione additiva.
570. Nicola F.: Più corta.
571. IR: C'è un'altra parola.
572. IR: La rappresentazione moltiplicativa è più economica della rappresentazione additiva (*lo scrive alla LIM*) (F 64). Per esempio: un'auto che costa 12.000 euro è più economica o meno di un'auto che costa 60.000 euro?
573. Coro: È più economica!
574. Nicola F: Economica vuol dire che costa di meno.

[VR 144 Fine[42]]

[42] *Metto in evidenza gli aspetti di questo episodio che mi sembrano più significativi. In termini generali, si evidenzia l'importanza dell'*argomentazione*, da favorire costantemente come abitudine didattica, viste anche le diffuse difficoltà degli alunni in ambito linguistico.*

(546-549) IR (546) pone a Celeste una spiegazione sul significato del percorso e quindi sul valore degli spostamenti della B-B; l'alunna invece (547) si concentra sulle caselle e IR (548) la invita ad esplicitare il processo, cosa che Celeste fa (549).

(550-552) Celeste e Nicola R pongono a confronto la rappresentazione in verticale e quella in orizzontale degli spostamenti; questo confronto verrà sviluppato poco dopo in [VR 145-146] *e in* [VR 147-151] *da altri due alunni che discutono sui loro protocolli dando luogo a spunti di grande interesse sul significato delle rappresentazioni in linguaggio matematico che verranno sviluppati in un successivo commento.*

(557-572) Attraverso il confronto fra una rappresentazione additiva e una mista additivo-moltiplicativa si favorisce la riflessione su diverse connotazioni *(possiamo anche chiamarle* parafrasi*) dello stesso numero e sull'uso di termini specifici (additivo, moltiplicativo) che più in là negli anni verranno ampliati a concetti come* relazione *e* struttura*, negoziando tali ampliamenti assieme agli alunni (v.* Condivisione del quadro teorico con gli studenti*).*



F 64

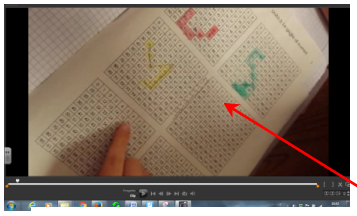
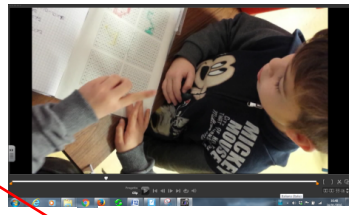
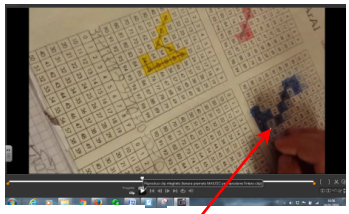
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30		32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

F 65

[VR 145-146]

575. *IR:* Guardate quello che faccio e vediamo se qualcuno mi sa dire che cosa secondo lui dovrete fare sul vostro quaderno (*disegna un percorso sulla LIM che con dei punti gialli inizia in 31 e termina in 74*) (F 65).
576. Andrea: Devi fare sul quaderno le cose… i numeri…
577. Nicola R.: Sul quaderno bisogna scrivere il percorso con in numeri.
578. *Alice domanda se bisogna scrivere in verticale o in orizzontale.*
579. Martina: Per me in verticale, perché…
580. Giorgia: Per me in verticale, perché occupano meno spazio.
581. IR: Brioshi capisce meglio se mettiamo i numeri uno sotto l'altro o uno accanto all'altro?
582. *La classe è divisa tra le due soluzioni così IR dice di fare come ognuno vuole. Gli alunni si mettono al lavoro.*

[VR 145-146 Fine[43]]

L'attività individuale viene seguita separatamente da I e da IR. Alcuni alunni terminano prima degli altri e vengono invitati a confrontare i loro protocolli. Una coppia viene filmata [VR 147-151].

[VR 147-151] (video in you tube)

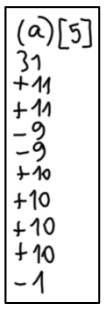
583. Nicola F.: Io direi che in verticale va bene per me (*ha scritto i valori degli spostamenti uno sotto l'altro a destra della griglia con il percorso giallo*), perché tutto questo percorso è per la maggior parte in verticale (F 66).
584. Riccardo M.: Sì, ma +11 va in obliquo.
585. Nicola F: Sì, ma è sempre in verticale, ma in obliquo (*muove le mani per indicare le direzioni degli spostamenti*) (F 67). Sopra a destra, ma è una parte sempre verticale.
586. Riccardo M: Sì, ma +11 vai di qua e -9 vai di là. Tu hai fatto in verticale, ma hai fatto uguale a me (*ha scritto gli spostamenti uno di seguito all'altro*).
587. Nicola F: Io direi che è più giusto in verticale, perché la figura è più in verticale.
588. IR: Quanti hanno fatto in verticale?
589. *Alzano le mani in cinque.*

(573-578) Si sviluppa l'esplorazione del termine economico e del suo significato in relazione a rappresentazione additiva e moltiplicativa.

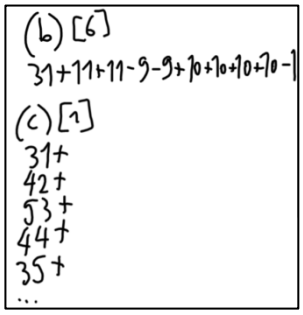
[43] *Si profila nuovamente la questione della rappresentazione del percorso in orizzontale o in verticale (V. prossimo commento).*

590. IR: Quanti hanno fatto in orizzontale?
591. *Alzano la mano in sei.*
592. *IR trascrive alla lavagna le diverse tipologie di percorsi da (a) a (f) indicando per ognuna di esse il numero degli autori* (F 69), (F 70), (F 71).

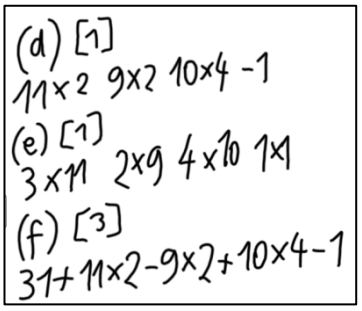
[VR 147-151 Fine[44]]



F 69



F 70



F 71

44 *L'aspetto più interessante di questo episodio, messo bene in evidenza nel video anche attraverso i movimenti delle mani di Nicola F (591), è rappresentato dal fatto che l'alunno è condizionato da quella che abbiamo chiamato 'semantica della situazione', l'andamento 'verticale' dei tratti del percorso, che lo porta a ritenere più pertinente il posizionamento degli spostamenti in colonna. Entrambi gli alunni, comunque, esprimono buone capacità di argomentare e di relazionarsi con le motivazioni del compagno. Nel prossimo incontro si discuterà sulle F 69-71.*

Sedico (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*Ins. di classe+ Giancarlo Navarra*

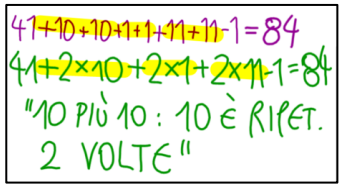
21 gennaio 2016 9

Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- leggere e scrivere in linguaggio sia naturale che matematico numeri naturali in notazione decimale, espressi sia in forma canonica che non canonica, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione;
- riconoscere e costruire equivalenze fra rappresentazioni differenti di uno stesso numero;
- riconoscere l'*analogia* di situazioni che presentano una struttura additiva e/o moltiplicativa;
- giustificare la procedura usata.

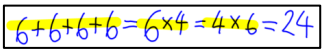
Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

F 72



F 73



F 74

[VR 152-160]

593. IR: Celeste, adesso ti indico un percorso della B-B e poi tu me lo detti in linguaggio matematico.
594. Celeste: +1… no, più 10 più 10 più 1 più 1… non mi ricordo gli altri spostamenti nel percorso della B-B. (F 72)
595. IR: Non ti ricordi nel senso che non sai quanto vale tra qua e qua (*indica il tratto fra 63 e 85*)? Fai il calcolo.
596. I: Devi andare da 63 a 74, quante decine e quante unità in più?
597. Celeste: Una decina e una unità.
598. I: Quindi quanto in più?
599. Celeste: 11.
600. I: Manca qualcosa?
601. *IR sposta la linea del percorso sulla griglia facendola partire da altri numeri.*
602. Eleonora: Manca il 41, perché sennò la B-B potrebbe partire anche da 4 per esempio, o da 95 (*IR sposta in più posizioni il percorso viola sulla griglia*).
603. IR: È interessante quello che hai detto, ma sei sicura che l'ultima cosa che hai detto vada bene?
604. Eleonora: No, non va bene, perché non può andare più in giù.
605. IR: Allora Celeste cosa manca?
606. Celeste: Manca il 41 all'inizio del percorso.
607. *IR invita Celeste a scrivere il percorso in forma di frase. Alice detta e IR scrive 41+10+10+1+1+11+11-1. Poi chiede se qualcun altro ha una frase da proporre un po' diversa.*
608. *Alice detta 41+2×10+2×1+2×11-1.*
609. IR: Da questa frase che ha detto Celeste si può facilmente capire in quale casella arriva BB o…
610. Veronica B.: Manca il numero 84 che è il numero dove arriva la BB.
611. *Si aggiunge al termine delle due frasi =84. IR chiede che differenza ci sia fra di esse.*
612. Veronica D.: È scritto 2×10, perché 10 è ripetuto 2 volte.
613. Riccardo M.: È scritto poi 2×2, perché 2×1 vuol dire due volte uno.

614. Celeste: È scritto poi 2×11, perché vuol dire 11 ripetuto 2 volte.
615. *IR, man mano che procede la discussione, evidenzia in giallo le parti aventi lo stesso significato* (F 73).
616. I: Matteo, in quale altro modo puoi dire 6+6+6+6?
617. Matteo: 4×6.
618. IR: tra 6+6+6+6 e 4×6 cosa mettiamo?
619. *Dopo alcune incertezze i bambini dicono di mettere l'uguale.*
620. I: E quale altro numero possiamo mettere dopo?
621. Riccardo M.: 24! (F 74).
622. IR: E cosa sono tutte queste forme?
623. Nicola R: Queste forme sono tutti i numeri che si può fare con 6+6+6+6…
624. Eleonora: Queste forme non canoniche…
625. IR: Devi dire quali sono.
626. Eleonora: Questi numeri formano sempre una stessa cifra, no, una stessa somma.
627. I: Attenzione, bisogna parlare bene e cioè con le parole giuste.
628. *Alcuni bambini non hanno chiara la differenza tra numeri e cifre e IR spiega il loro significato anche facendo riferimento alle 25 lettere dell'alfabeto e alle infinite parole che con esse si possono comporre.*

[VR 152-160-165 Fine[45]]

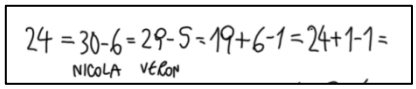
[VR 161-165]

629. IR: Cos'è dunque una cifra?
630. Nicola F.: La cifra è un qualcosa per costruire i numeri, è un simbolo per costruire le lettere, cioè no, i numeri.
631. IR: Quante sono le cifre?
632. *I bambini sono insicuri tra 9 e 10. La discussione chiarisce facilmente questo aspetto. Poi si ritorna all'ultima frase (*F 74*).*
633. Marco V: 6×4 è una forma non canonica di 24.
634. IR: Quante forme di numeri vedi?
635. MarcoV: Quattro: 6+6+6+6 è una forma non canonica di 24, poi 6×4 è una forma non canonica di 24, 4×6 è una forma non canonica di 24 e 24 è la forma canonica di 24.
636. I: Ditemi un'altra forma non canonica di 24, una che volete voi.
637. Riccardo M.: 20+4.
638. Celeste: 24+0.
639. Veronica D: 23+1.
640. I: Adesso ditemi una forma non canonica di 24 formata da tre numeri.
641. Anna M.: 20+1+3.
642. Veronica B.: 19+4+1.
643. I: Dite una forma non canonica di 24 formata da 4 numeri.
644. Nicola F.: 1+9+10+4.
645. Marco V. 24+0+0+0.
646. I: Una forma non canonica di 24 con la sottrazione.
647. Anna M.: 25-1.
648. Nicola R: 30-6.
649. Veronica B: 29-5.
650. IR: Con una somma e una sottrazione.

---

[45] *Aspetti interessanti dell'episodio:*
(604-606): alcuni alunni si rendono conto che bisogna indicare la casella di partenza perché la sequenza dei 'passi' che compie B-B può indicare più di un percorso; bisogna inoltre fare attenzione alla distanza della casella di partenza dal bordo, come nota Eleonora (608);
(611-612): emergono rappresentazioni additive (da parte di molti) e moltiplicative (da parte di pochi); comunque sia, esse aprono lo spazio per successive discussioni sul confronto tra le rappresentazioni e sul loro significato, e su forme canoniche e non canoniche (616-632). La discussione prosegue nell'episodio successivo [VR 161-165].

651. Marco V:19+6-1. (F 75)
[VR 161-165 Fine[46]]



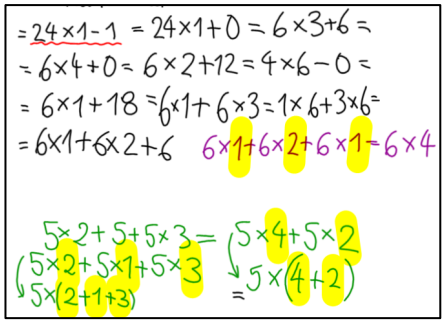
F 75

[VR 166-171]
652. IR:dite una forma non canonica di 24 che contenga prima una moltiplicazione e poi un'addizione.
653. Nicola F.: 24×1+0.
654. Marco V.: 6×3+6.
655. *Nicola R dice 6×8 ma poi non riesce ad andare avanti e dopo aver visto che 6×8 è maggiore di 24 capisce che la seconda operazione deve essere una sottrazione e non un'addizione come richiesto.*
656. Elisa: 6×2=12…
657. IR: Quanto manca a 12 per arrivare a 24?
658. Eleonora: 12.
659. Nicola F.:6×1+18.
660. IR: Siete capaci di trasformare la frase di Nicola in una forma non canonica in cui ci siano due moltiplicazioni?
661. Alberto: 6×1+6×3.
662. IR: Come possiamo scrivere la stessa cosa?
663. Celeste: 1×6+3×6.
664. Marco V.: 6×1+6×2+6
665. IR: Tu hai fatto due moltiplicazioni e un'addizione, comunque fai la verifica. Attento che faccio una cosa: come posso scrivere il 6 finale?
666. Veronica D.: 6×1. *Detta: 6×1+6×2+6×1.*
667. IR: Quanti 6 ci sono?
668. Veronica D.: 4!
669. *IR evidenzia i secondi fattori delle moltiplicazioni e chiede come di può scrivere la frase.*
670. Veronica D.: 6×4.
671. IR: Adesso vediamo chi è capace di capire quale numero è più grande e scrive 5×2+5+5×3 e 5×4+5×2. Confrontateli e diteci come vi pare che siano.
672. I: Senza fare il calcolo si può capire quale è maggiore…o se sono uguali…
673. Nicola R: Per me il maggiore è quello a destra, perché è 5×4 e dopo 5×2, per me è quella.
674. IR: Perché?
675. Nicola R: Perché 4 più 2 fa 6.
676. IR: E qui potremmo scrivere…
677. Nicola Riposi: 5×6.
678. IR: E a sinistra cosa possiamo scrivere? Invece che 5 da solo cosa posso scrivere?
679. Marco V.: 5×1!
680. *IR scrive: 5×2+5×1+5×3 e chiede quanti 5 ci sono.*
681. Nicola F:: Io dico 6 perché ho visto che 2+1 è uguale a 3 e 3+3 che è uguale a 6.
682. IR: Allora come scrivi la frase?
683. Nicola F: 5×6.
684. IR: Come mi dici di scrivere per Brioshi? Guarda come abbiamo fatto prima.
685. Marco V.: 5×(2+1+3), perché 6 viene fuori da 2+1+3.
686. IR: Quindi come sono i due numeri?
687. Marco V.: Uguali! (F 76)
[VR 166-171 Fine[47]]

---

[46] *Recuperate le conoscenze relative a cifra e numero (633-636) I e IR sfidano gli alunni ad esprimere un numero in più modi esplicitando poi l'uguaglianza delle rappresentazioni. L'attività prosegue nell'episodio successivo* [VR 166-171].

[47] *Momenti interessanti perché promuovono il confronto e la riflessione sulla pluralità di rappresentazioni non canoniche di uno stesso numero:*



F 76

[48]

(664-668):gli alunni applicano spontaneamente una proprietà (667-668); I e IR avrebbero potuto chiedere quale;
(669-674): si perfezionano le rappresentazioni (6×1 al posto di 6) e si riflette sulla scrittura così ottenuta;
(675-693) IR propone il confronto tra rappresentazioni non canoniche chiedendo di non eseguire calcoli; è un'importante attività che comporta la riflessione sulla forma del numero (situazioni simili si trovano nelle prove di verifica/costruzione della competenza A4. Esprimere in linguaggio naturale il confronto tra numeri scritti in forma canonica e non canonica, cogliendo le equivalenze senza calcoli scritti e argomentando le scelte. *L'attività prosegue sino alla proposta di Marco V (689) che sostituisce 5×6 con 5×(2+1+3), introducendo quasi la scoperta naïf delle premesse per l'esplorazione della proprietà distributiva.*

[48] *Con questo incontro si interrompe l'attività con la griglia 10x10 e la Bee-Bot virtuale. Dal prossimo la competenza riguarderà questo tema:* affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare.

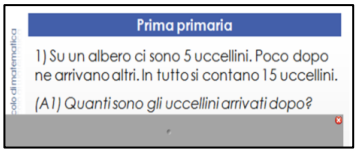
Sedico (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*Ins. di classe+ Giancarlo Navarra*

28 gennaio 2016 10

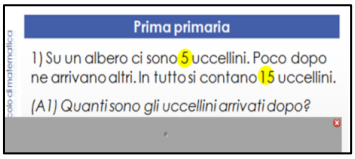
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con incognite;
- conoscere le tabelline;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

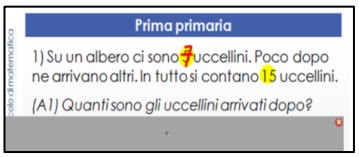
Gli alunni sono seduti ai banchi con i loro quaderni.
Su invito dell'insegnante, in questo incontro iniziano le attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare. *Sulla LIM si apre il testo del problema*[49].



F 77



F 78



F 79

[VR 172-180]
688. *IR introduce brevemente la nuova attività.*
689. Anna B. *(legge il testo)* (F 77): Su un albero ci sono 5 uccellini. Poco dopo ne arrivano altri. Adesso si contano in tutto 15 uccellini. *Poi legge la domanda:* Quanti sono gli uccellini arrivati dopo?
690. IR: Che pensieri fai, come ti organizzi, che ragionamento fai per capire quanti sono gli uccellini arrivati dopo?
691. *Anna non sa rispondere. Conoscendo l'alunna si preferisce non insistere.*

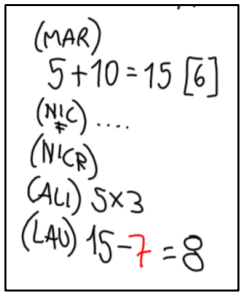
[49] *Si riportano le indicazioni generali inserite nella* Guida per l'insegnante *che accompagna le situazioni problematiche relative alla competenza C1:*

1. *Le prove che seguono fanno riferimento alla tipologia, dominante nei libri di testo, dei problemi verbali standard. La competenza si riferisce alla capacità di individuare la differenza fra risolvere e rappresentare una situazione problematica; le consegne (A) fanno riferimento alla prospettiva aritmetica e gli alunni vengono invitati a rendere espliciti il risultato e la/le operazione/i utilizzata/e per ottenerlo, le (B) introducono la prospettiva algebrica.*
2. *Il docente, a seconda delle competenze sue e/o della classe e dei suoi obiettivi, può utilizzare i quesiti sia per introdurre/rinforzare concetti in corso d'opera che per verificare il livello di acquisizione di competenze già costruite.*
3. *Non deve meravigliare l'uso della lettera anche nelle prime classi della scuola primaria. La didattica della matematica nella prospettiva dell'early algebra prevede un approccio graduale alla lettera – il cui significato va sempre esplicitato e condiviso - e la riflessione sui significati del segno '='.*
4. *Va sempre curata con la massima attenzione l'argomentazione; le probabili rappresentazioni diverse proposte degli alunni vanno esplorate collettivamente e confrontate tra loro individuando le parafrasi.*
5. *Le consegne B aprono la strada a molte riflessioni; è opportuno che gli alunni definiscano prima in linguaggio naturale gli oggetti o i processi, e poi li traducano in linguaggio algebrico. Nella prima prova per la prima primaria daremo un esempio di quanto stiamo dicendo, fornendo considerazioni dettagliate valide nella sostanza per tutte le prove successive, indipendentemente dalla maggiore o minore complessità delle situazioni proposte.*
6. *Chiarimenti e approfondimenti si trovano nell'Unità 6.*

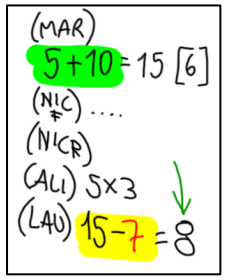
692. Martina: Secondo me gli uccellini che arrivano sono 10.
693. IR: La cosa che ci interessa non è il numero, ma come fai a trovare questo 10.
694. Martina: Perché 5+10 arrivo a 15, quindi ho capito che sono arrivati 10 uccellini.
695. IR: Quanti ragionerebbero come Martina? (*6 alzano la mano)*.
696. Nicola F.: Io penso come Martina, però ho fatto non 5+10, ho fatto lo scambio, al posto del 5 c'era il 10, così era ancora più facile.
697. Nicola R.: Io ho fatto che era ancora più facile, ho fatto 5 e poi 5×2 che era 15.
698. IR. 5×2=15?!? *Nicola R sorride e si corregge*. Quali sono i numeri che conoscete della storia?
699. Andrea: I numeri sono 5, 10 e 15.
700. IR: Il 10 c'è?
701. Molti: No!
702. IR evidenzia nel testo i numeri e si vede che non ci sono altri numeri che il 5 e il 15 (F 78).
703. Alice: Io ho fatto 5×3, perché 5×3 è uguale a 15.
704. I: Se sostituisco il 5 con 7 come è adesso la storia? Ci sono 7 uccellini, poco dopo ne arrivano altri e adesso in tutto vedo 15 uccellini. (F 79).
705. Laura: Io anche in quello che c'era il 5 e anche in questo non ho fatto 5+10 come le altre, ho fatto 15 e sono andata indietro. *Le proposte degli alunni vengono man mano trascritte sulla LIM.* (F 80)
706. IR: Dilla per Brioshi.
707. Laura: 15-7=…
708. Eleonora: 15-7=8.
709. I: Chi dice che cosa è il numero 15?
710. Alberto: 15 è il numero di uccellini che rimangono.
711. I: Che rimangono?!?
712. Alberto: No… è il numero di uccellini che alla fine si contano.
713. I: Dove?
714. Alberto: Sull'albero.
715. I: Cos'è 7?
716. Riccardo: 7 è il numero degli uccellini che ci sono prima… sull'albero.
717. Marco V.: 7 è il numero degli uccellini che erano arrivati sull'albero prima e 8 è il numero degli uccellini che sono arrivati dopo.
718. Alexandra *(viene invitata a raccontare di nuovo la storia):* Su un albero ci sono 7 uccellini e poi ne arrivano altri e in tutto sull'albero ci sono 15 uccellini. *IR evidenzia in verde 5+10* (F 81).
719. IR: Adesso come fai a trovare quelli che arrivano?
720. Alexandra: Da 15 che sono tutti nell'albero tolgo 7 che ci sono prima e poi vedo che in tutto sono 8 che rimangono *IR evidenzia in giallo 15-7* (F 81).

[VR 172-180 Fine[50]]

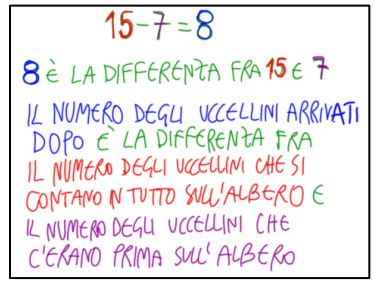
[50] *Gli alunni non hanno ancora dimestichezza con la soluzione di problemi e il primo impatto evidenzia numerose inevitabili difficoltà. Si è preferito iniziare con un problema concepito per la prima; la prima consegna chiede di trovare il numero degli uccelli arrivati dopo e le prime risposte, favorite dai numeri bassi e quindi da calcoli semplici, vanno nella direzione del risultato (Martina, 696). IR invita a spiegare il processo mentale che ha permesso di ottenere quel prodotto e la stessa Martina poco dopo (698) dà la spiegazione classica: ha cercato quanto manca a 5 per arrivare a 15; Nicola (700) segue la strategia di Martina ma ricorrendo allo stratagemma, noto dall'altr'anno, di invertire i numeri aggiungendo il numero più piccolo al numero più grande e semplificando così il calcolo. Questi approcci porterebbero a dire che conviene che i numeri non siano troppo piccoli.*
L'insegnante (708), vedendo che i numeri del testo, l'uno multiplo dell'altro, inducono errori nell'individuazione dei calcoli (701-707), modifica il 5 in 7. Poiché il cambiamento non porta a cambi significativi, ma gli alunni continuano a lavorare in un'ottica procedurale (709-712), I e IR chiedono di interpretare e di esplicitare il significato dei numeri presenti nel testo (713-721) e poi di raccontare la storia (722-724).



F 80



F 81

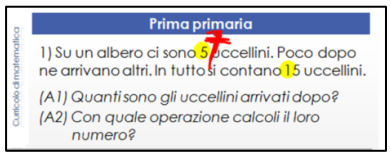


F 82

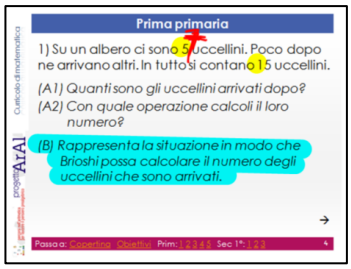
[VR 181-189]

721. IR: Che cosa è questo numero? *Indica il numero 8*. (F 82)
722. Laura: È il risultato.
723. IR: È il risultato sì, ma diciamolo in una maniera più bella.
724. I: È il risultato di che cosa? *Laura non risponde*.
725. Giorgia: 8 è il risultato degli uccellini che rimangono sull'albero.
726. I: Mmm… è il risultato di cosa?
727. Giorgia: Di una operazione… di una sottrazione.
728. I: Come si chiama il risultato di una sottrazione.
729. Alberto: Si chiama differenza.
730. IR: Allora Alberto, cosa è 8?
731. Alberto: 8 è la differenza fra 15 e 7 (*IR scrive la frase di Alberto alla LIM evidenziando in rosso 15, in viola 7 e in blu 8*) (F 82).
732. IR: Di' la stessa frase mettendo al posto di 8, 15 e 7 quello che questi numeri indicano nella storia.
733. Alberto: 8 nella storia è il numero degli uccellini che rimangono.
734. Marco V.: Che rimangono?!?
735. Alice: Nella storia 8 è il numero degli uccellini arrivati dopo *(IR scrive queste parole in blu, indica la corrispondenza tra questa frase e l'8 blu e poi continua ad alta voce seguito dagli alunni e scrive in verde: 'è la differenza fra'*.
736. IR: Cos'è 15?
737. Alberto: 15 è il numero degli uccellini…
738. Marco V.: 15 è il numero degli uccellini che si contano in tutto sull'albero dopo (*IR scrive in rosso poi indica 'e' nella frase precedente e lo riscrive sempre in verde)* (F 82).
739. IR: E infine F? *(Scrive assieme agli alunni le parole in viola)* (F 82).
740. *IR fa scorrere verso il basso la tendina sulla LIM.*
741. Gianluca *legge la domanda successiva*: Con quale operazione calcoli il loro numero? (F 83).
742. IR: Il "loro" si riferisce a chi?
743. Gianluca: Agli uccelli.
744. IR: Quali? Gianluca, quelli che sono arrivati prima?… dopo? *Gianluca sussurra "Dopo"* Gli uccellini che sono arrivati dopo. Con quale operazione calcoli il loro numero?
745. Riccardo M.: L'operazione che calcolo il loro numero è 15-7=8.
746. IR: Secondo te l'operazione è tutto: 15-7=8?
747. Riccardo M.: No, è 15-7.
748. IR: Martina ne ha proposta un'altra.
749. Riccardo: 5+10.
750. IR: Come si chiama l'operazione con cui abbiamo trovato il loro numero?
751. Nicola F.: Il numero degli uccelli arrivati l'ho trovato con un'addizione e una sottrazione.
752. Andrea: Il numero degli uccellini venuti dopo li ho trovati con una sottrazione e una addizione.
753. Giorgia (*legge la consegna successiva)*: Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa calcolare il numero degli uccellini che sono arrivati (F 84).
754. *Gli alunni sono invitati a rispondere individualmente alla consegna.*

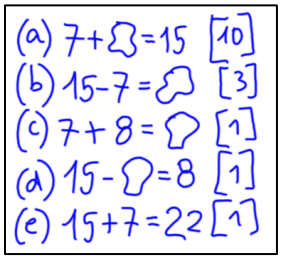
[VR 181-189 Fine[51]]



F 83



F 84



F 85

Mentre gli alunni lavorano I e IR girano per i banchi. I invita ad andare a vedere cos'à scritto Alberto. Vedendo il suo lavoro effettua due interviste.

[VR 192]

755. *IR chiede a Alberto come mai gli sia venuto in mente di fare tutte quelle rappresentazioni.*
756. Alberto: Mi è venuto in mente perché facendone una dopo ho pensato: ma si può capovolgere? E dopo le ho capovolte e dopo sono andato a fare quelle col meno.

[VR 193]

757. IR: Quale di queste manderesti a Brioshi perché rappresenta meglio la situazione?
758. Alberto: Io sceglierei questa (*indica* ■*=15-7*).
759. IR: Perché?
760. Alberto: Perché Brioshi vede subito quello che deve trovare e trova la differenza tra questi due.
761. IR: Così tu lo aiuti nel fare il calcolo, ma se io ti chiedessi quale di queste scritture rappresenta meglio la storia, quale sceglieresti?
762. Alberto: 7+■=15, perché prima ci sono i 7 uccellini sull'albero, dopo arrivano gli altri 8 che Brioshi deve trovare e 15 dopo ne rimangono.
763. IR: Quello che hai detto è importante, perché la prima permette a Brioshi di risolvere, mentre la seconda dice le cose come sono e si arrangia poi lui a trovare la soluzione. Bravo! *Batte cinque.*

[VR 192, 193 Fine]

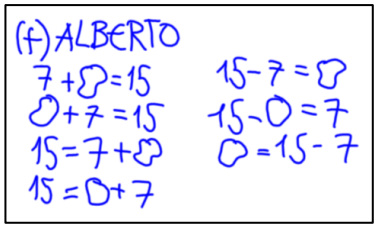
[VR 190-191]

764. *IR scrive alla lavagna le rappresentazioni degli alunni* (F 85)*; alla fine fa venire alla lavagna Alberto a scrivere i diversi modi con cui ha rappresentato la situazione per Brioshi.* (F 86)
765. Alberto (*mentre detta le sue frasi)*: 7-15 non si può fare.
766. *I chiede di mandare a Brioshi un disegno della situazione. Gli alunni si mettono a disegnare.*
767. *I con alcuni alunni costruisce una rappresentazione di tipo insiemistico della situazione.* (F 87)

[VR 190-191 Fine]

---

[51] *Prosegue l'episodio precedente: gli alunni (725-731) dovrebbero spiegare* cosa sono *i numeri del problema ma continuano a parlare di 'operazioni' e 'risultato'. La domanda posta da IR (732) fa emergere cosa è 8 e quindi compare il termine differenza (733-735). IR inizia a trascrivere alla LIM le frasi dette dagli alunni per favorire la soddisfazione di quelli che le propongono e la condivisione da parte di tutti; per far comprendere meglio la relazione tra la frase in linguaggio matematico e le frasi dette dagli alunni colora in modi di versi le parti corrispondenti (735-752). L'episodio si conclude quando IR (757) scopre la consegna che chiede la rappresentazione per Brioshi. Le scritture ottenute sono numerose* (F 85) *e vengono poste in discussione. Nel frattempo IR, girando per i banchi trova un protocollo molto interessante (759-760) e le scritture contenute vengono riportate anch'esse alla LIM* (F 86)*: l'alunno, anziché limitarsi ad una sola scrittura, ha prodotto una pluralità di rappresentazioni e mostra nel corso di una lunga argomentazione (videoregistrata) (761-767) di saper attribuire dei significati molto chiari (pur opinabili) alle sue scritture, in relazione all'obiettivo di far risolvere il problema a Brioshi (762) e di rappresentarlo (766).*



F 86



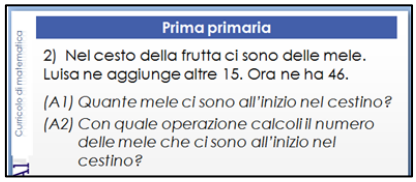
F 87

4 febbraio 2016 11

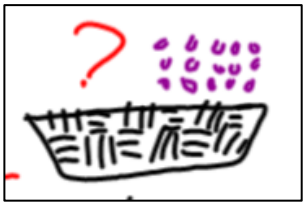
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche contenenti un'incognita nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

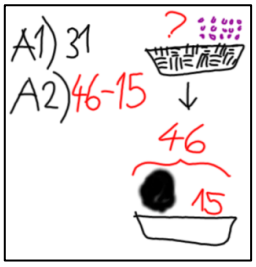
Secondo incontro sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare. *Sulla LIM si apre il testo del problema.*



F 88



F 89



F 90

[VR 192]

768. *IR fa vedere il testo del problema alla LIM, Andrea lo legge e IR gli chiede di raccontare la situazione* (F 88).
769. Gaia: Luisa ha raccolto 15 mele, poi ne ha raccolte…
770. Veronica B.: Nel cestino della frutta ci sono delle mele, Luisa ne aggiunge altre 15 e ora ne ha 46.
771. IR: Quante mele ci sono nel cestino all'inizio?
772. *Anna B. risponde 15 e IR la invita a rileggere il testo e vede che all'inizio ci sono "delle" mele.*
773. IR: Quindi nel cestino ci sono delle mele che non sappiamo quante siano.
774. Anna B.: Poi Luisa ne aggiunge 15 e ora ne ha 46.
775. IR: Invece che 'aggiunge' che altra parola potremmo usare?
776. Veronica D.: Somma.
777. I: Somma se parliamo…
778. Eleonora: … dei numeri.
779. *IR fa vedere la domanda sulla LIM e Anna la legge. Alice legge anche la seconda domanda.*
780. IR: Alla prima domanda io credo che si potrebbero dare due risposte.
781. Riccardo M: Il numero di mele che c'erano prima è 31.
782. I: Adesso qualcuno racconti di nuovo la storia con il numero che ha trovato Riccardo.
783. Nicola R.: All'inizio c'erano 31 mele e dopo ne ha aggiunto altre 15 e in tutto sono 46.
784. *IR scrive A1) 31.*
785. *IR chiede ai bambini come si potrebbe scrivere per Brioshi il numero di mele che c'era all'inizio e che non si conosce e Marco V. suggerisce il punto di domanda.*

786. *IR scrive '?' sopra il disegno di un cestino e disegna 15 puntini; poi chiede di spiegare cosa vuol dire '?'* (F 89).
787. *IR descrivendo la situazione a*ssieme agli alunni realizza un altro disegno sotto il precedente (F 90).
788. Veronica B.: Vuol dire che il punto di domanda più 15 puntini fa 46.
789. *I invita Veronica a scrivere quanto ha detto alla lavagna.*
790. *Veronica scrive 46=?+15.*
791. *I invita IR a sostituire il punto di domanda con la macchia, perché è il simbolo con cui i bambini sono abituati a rappresentare il numero sconosciuto. Si modifica di conseguenza la frase proposta da Veronica.*
792. I: 46 sai da cosa è formato?
793. Alice: Da 15 più macchia.
794. *IR scrive su suggerimento dei bambini: il numero delle mele che c'era all'inizio lo trovo facendo il numero delle mele in tutto meno il numero delle mele che ha aggiunto* (F 91). *Poi chiede di migliorare il testo*.
795. Laura: Il numero delle mele che c'erano prima nel cestini lo trovo…
796. IR: Che cos'è quello che viene fatto?
797. *Qualcuno dice che è una sottrazione e IR invita a sostituire il "facendo" con un altro termine.*
798. Eleonora: Sottraendo.
799. *IR invita Eleonora a modificare la frase con il termine trovato.*
800. Eleonora: Il numero delle mele che c'erano all'inizio lo trovo sottraendo il numero delle mele in tutto nel numero…[52]
801. Alexandra: Sottraendo il numero di mele che lei aveva aggiunto…
802. Marco V.: Sottraendo il numero che aveva aggiunto al numero delle mele in totale.[53]
803. Alice*: detta a IR la traduzione del testo*. Macchia=46-15 (F 93).
804. IR: Adesso guardate come scrivo questa frase: il numero di mele che c'erano all'inizio é… che cos'è questa? *E indica il segno meno*.
805. Laura: La differenza!... è la differenza tra 46 e 15. *IR la invita a riferirsi agli oggetti preenti nel testo del problema.* È la differenza tra il numero totale delle mele e il numero delle mele che ha raccolto dopo (F 94).
806. I: Per Brioshi cosa mandiamo, perché trovi lui il numero di mele che c'erano all'inizio?
807. Marco V.: Io manderei macchia è uguale a 46 meno 15 (F 93).
808. IR: Quale delle frasi che avete scritto rappresenta la situazione?
809. *IR scrive alla lavagna le proposte fatte dai bambini: 15+macchia=46, macchia+15=46* (F 95).
810. I: Quale delle due racconta la storia?
811. Alexandra: La storia dice che all'inizio c'erano delle mele, poi Luisa ne aggiunge 15 e alla fine nel cestino ci sono 46 mele. Rappresenta la storia la seconda.
812. *IR scrive: la (b) racconta la storia.*
813. IR: Cos'è questa? *Indica macchia+15.*
814. Vari: Macchia più 15 è la somma tra il numero di mele che aveva all'inizio e il numero di mele che ha aggiunto (F 95).

[VR 192 Fine[54]]

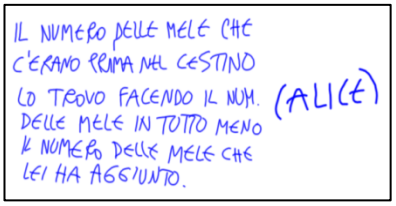
---

[52] *Non sa come continuare anche perché bisogna cambiare il posto dei termini del problema oppure sostituire le preposizioni: al numero… il numero… La capacità di riconoscere l'aspetto messo in luce dall'insegnante costituisce una competenza molto importante che va costruita con continuità.*

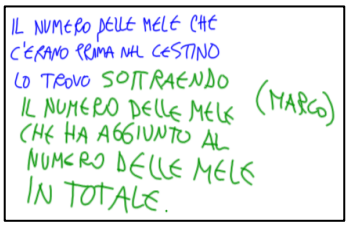
[53] *Mi accorgo trascrivendo la registrazione che la frase da modificare ha una difficoltà in più, poiché si dice di sottrarre il numero che si è aggiunto, questa parola potrebbe aver interferito nella comprensione del significato della situazione per i bambini che non hanno ancora una lettura fluida e si concentrano sulle singole parole più che sul senso generale.*

[54] *L'episodio mostra come I e IR abbiano lavorato principalmente su queste competenze:*

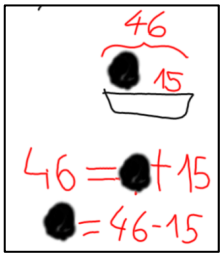
- *(linguaggio naturale): interpretare il testo, parafrasarlo, usare termini appropriati ('somma', 'differenza');*
- *Costruire frasi che descrivano una situazione o spieghino un concetto in modo chiaro ed esauriente;*
- *tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio matematico;*
- *interpretare rappresentazioni in linguaggio matematico anche costruite dai compagni;*



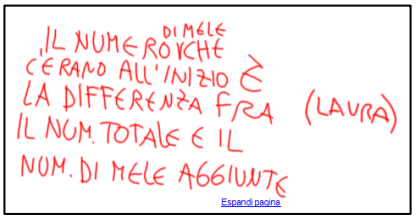
F 91



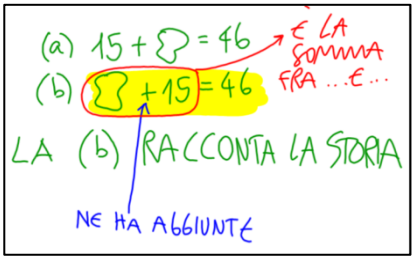
F 92



F 93



F 94



F 95

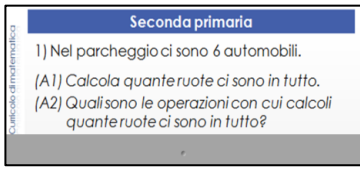
- *gestire il significato della macchia come numero sconosciuto.*

11 febbraio 2016 12

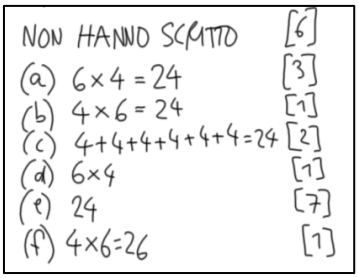
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche contenenti un'incognita nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

Terzi incontro sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare. *Sulla LIM si apre il testo del problema.*



F 96



F 97

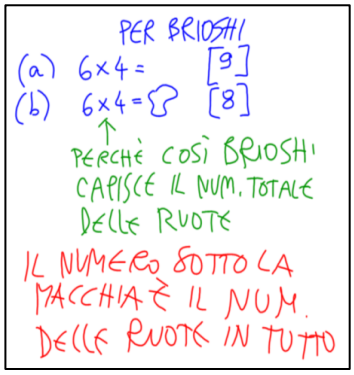


F 98

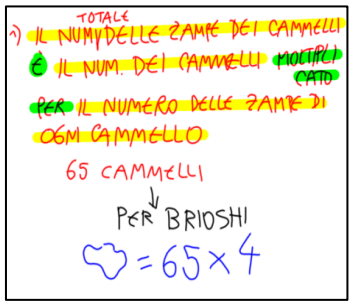
[VR 193-204]

815. *IR fa vedere il testo del problema alla LIM* (F 96)*., Giorgia legge il testo. Matteo ed Elisa raccontano la situazione. Poi IR chiede che ognuno risponda per conto suo nel quaderno.*
816. *IR scrive alla lavagna quello che i bambini hanno scritto nel quaderno* (F 97).
817. *I chiede ai bambini di scrivere cosa è il numero 6 della prima frase matematica.*
818. Andrea: 6 è il numero delle ruote.
819. Matteo: 6 è il numero delle automobili.
820. Marco V.: 6 è il numero delle automobili nel parcheggio.
821. *I chiede ai bambini di scrivere cosa è il numero 4.*
822. Ayoub: 6 è il numero delle ruote che ci sono…
823. Eleonora: 4 è il numero delle ruote che ci sono in ogni auto.
824. Marco V.: 4 è il numero delle ruote che monta ogni automobile (F 98).
825. *IR invita i bambini a leggere la frase matematica con i significati dei numeri che sono stati scritti.*
826. Elisa: Il numero delle automobili che ci sono nel parcheggio…
827. I: Il segno '×' *(lo indica)* come lo traduciamo?
828. Martina: Moltiplicando.
829. I*R scrive 'Il numero delle automobili che ci sono nel parcheggio moltiplicando'.*
830. *Gli alunni ridono.*
831. Martina continua: … il numero delle ruote…
832. *IR scrive anche questo e chiede se è una frase corretta dire: "il numero delle auto moltiplicando il numero delle ruote".*
833. Laura: Il numero delle auto moltiplicato per il numero delle ruote…
834. Elisa: … uguale (*IR fa dei gesti come se mancasse qualcosa*).
835. Eleonora: … è uguale.
836. Anna M: … è uguale al numero delle ruote…
837. Alexandra: È uguale al numero delle ruote in tutto.
838. *IR chiede perché è meglio scrivere 6×4 invece che 24.*
839. Eleonora: Perché si spiega meglio.
840. Alexandra: Perché se dici 24 potrebbero essere 24 case invece che ruote.

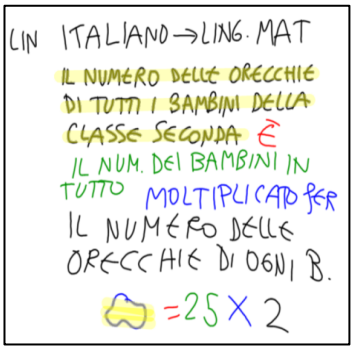
841. Marco V.: Ma anche 6×4 potrebbero essere case.
842. IR propone di inviare il messaggio per Brioshi in modo che possa trovare il numero totale delle ruote.
843. *Gli alunni lavorano individualmente. Le frasi vengono riportate alla LIM, poi commentate. Infine si costruisce collettivamente la frase che dice cos'è l'incognita*. (F 99).
844. I: Se sono 5 automobili quante ruote sono?
845. Laura: 18!
846. Marco V.: 5×6.
847. I: *Laura ha detto 18 e ha sbagliato, se avesse detto in forma non canonica avrebbe sbagliato?*
848. Alexandra: In forma non canonica ci sono 5×4 auto.
849. Marco V.: E non sbagli, perché non dici il risultato.
850. IR: Ma non solo Marco V. Non sbagli ma diventi capace di fare cose molto più complicate, guarda un po', se io ti dico che nel parcheggio dell'expo di Milano si sono 1450 automobili, quante ruote ci sono?
851. Marco V.: 1540×4 ruote.
852. IR: Così lui ha trovato un numero molto grande in forma non canonica.
853. *IR racconta che in una carovana nel deserto ci sono 65 cammelli chiede agli alunni di costruire la rappresentazione in linguaggio naturale e poi matematico il numero totale delle zampe. Scrive alla LIM la frase man mano che viene modificata e migliorata.* (F 100)
854. *I propone di rappresentare il numero totale delle orecchie dei bambini della classe. Si procede in modo analogo al precedente. Si evidenziano con gli stessi colori le parti corrispondenti delle due frasi.* (F 101)
855. [VR 193 204 Fine[55]]



F 99



F 100



F 101

[55] *Credo che l'episodio mostri in modo chiaro l'attenzione dedicata alla costruzione e all'affinamento di competenze importanti sul piano dei linguaggi:*

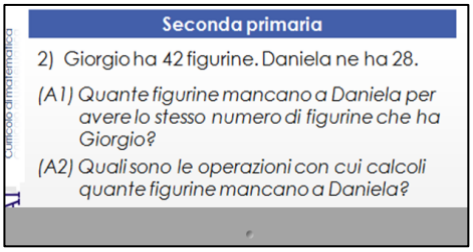
- *saper interpretare il testo attribuendo il corretto significato ad ognuno degli enti matematici che vi compaiono, noti e sconosciuti;*
- *costruire frasi che descrivano una situazione o spieghino un concetto in modo chiaro ed esauriente, superando così la tendenza molto diffusa di rispondere con una o due parole perché 'si sa' che all'insegnante sono sufficienti (l'insegnante dovrebbe condividere con la classe un contratto didattico basato sulla centralità dell'argomentazione);*
- *usare consapevolmente i termini 'numero di' e non attribuire il numero con riferimenti generici del tipo 'le automobili', 'le ruote'.*
- *Saper tradurre in linguaggio matematico frasi espresse in linguaggio naturale riconoscendo i termini corripondenti;*
- *interpretare rappresentazioni in linguaggio matematico anche costruite dai compagni;*
- *gestire il significato della macchia come numero sconosciuto.*

18 febbraio 2016 13

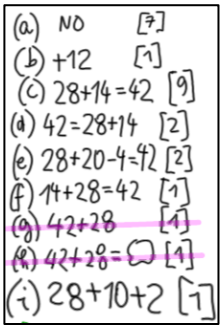
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche con incognite nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

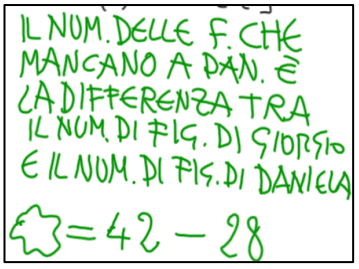
Quarto incontro sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare. *Sulla LIM si apre il testo del problema.* (F 102)



F 102



F 103



F 104

[VR 205-210]

856. *IR fa vedere il testo del problema alla LIM, e chiede che ognuno risponda per conto suo nel quaderno.*
857. *Successivamente IR scrive sulla LIM quello che i bambini hanno scritto nei loro quaderni* (F 103) *quindi apre la discussione.*
858. Alice: Io non sono d'accordo con 42+28 *(g),* perché non c'è scritto che bisognava fare la somma fra 42 e 28.
859. IR: Come avrebbe dovuto essere la domanda, perché andasse bene 42+28?
860. Laura: Il problema avrebbe dovuto chiedere quante figurine… no… le figurine che ha Daniela e che ha Giorgio sommano…
861. I: Matteo, tu hai scritto 42+28: cos hai trovato?... Cosa è 42?
862. Matteo: È il numero delle figurine di Giorgio e 28 sono… è il numero delle figurine che ha Daniela.
863. *Matteo non sa dire che cosa è 42+28 e IR cerca di farglielo capire mostrandogli anche altri esempi con oggetti che trova in classe: mette in mano a Veronica 3 pennarelli e ad Anna 2 pennarelli e chiede a Matteo quanti pennarelli mancano ad Anna per avere lo stesso numero di pennarelli di Veronica. Matteo risponde 2+1.*
864. Veronica B. spiega come ha fatto a trovare +12 *(b).* Ho fatto 29, 30, 31, … fino a 42 (*mostrandolo si accorge di aver contato male*).
865. Riccardo M.: Io trovo 14 facendo 42-28. (*la frase non compare fra le scritture alla LIM*) 42 sono le figurine di Giorgio… e 28 è il numero di figurine di Daniela.
866. I: E cosa trovo?
867. Riccardo M.: Il numero di figurine che mancano a Daniela.
868. I: Facendo la sottrazione cosa trovi?
869. Riccardo M.: La differenza.
870. *IR invita Riccardo M. a dettare la frase completa e man mano la scrive alla LIM.*
871. *Insieme si arriva alla traduzione in linguaggio matematico della frase dettata da Riccardo* (F 104).
872. *IR chiede quali sono i numeri che si conoscono e quali sono i numeri che non si conoscono.*
873. Giorgia: I numeri che conosciamo sono 42 che è il numero di figurine che ha Giorgio e 28 che è il numero delle figurine che ha in tutto Daniela.

874. Eleonora: Il terzo numero che non conosciamo è il numero di figurine che mancano a Daniela.
875. Nicola F.: 28 è il numero di figurine che ha Daniela e macchia è il numero di figurine che mancherebbero da 28 a 42 e 42 sono le figurine di Giorgio.
876. *IR mostra la terza domanda* (F 105); *i bambini scrivono le traduzioni per Brioshi, IR le copia alla LIM* (F 106) *e I apre la discussione.*
877. Veronica D.: La somma fra il numero di figurine di Daniela e il numero di figurine che…
878. Riccardo M. (*suggerisce per far continuare Veronica*): … che mancano a Daniela...
879. Veronica D.: … è uguale al numero di figurine di Giorgio.
880. *IR scrive la frase alla lavagna man mano che Veronica D e Riccardo D la formulano* (F 107).
881. *Dopo una lunga discussione sui termini somma, differenza e prodotto IR invita un alunno a scrivere alla LIM 4+2 minore di 5×3 e chiede di leggerla. Molti tentativi di risposta vanno a vuoto.*
882. Marco V.: La somma tra 4 e 2 è minore del… prodotto di… fra 5 e 3.
883. *Assieme alla classe IR riassume alla LIM il confronto tra scritture procedurali e relazionali e le relative traduzioni in linguaggio matematico* (F 108).

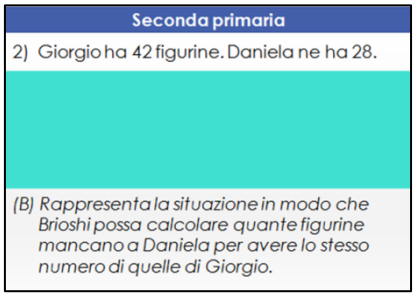
[VR 205-219[56]]

L'incontro termina e gli alunni tornano nella loro classe. Dopo qualche minuto IR li raggiunge mentre stanno lavorando assieme all'insegnante sulle traduzioni dal linguaggio matematico al naturale. Rimane a collaborare per una decina di minuti. Si ritiene interessante inserire questo breve episodio, comunque parzialmente collegato ai temi affrontati in precedenza.

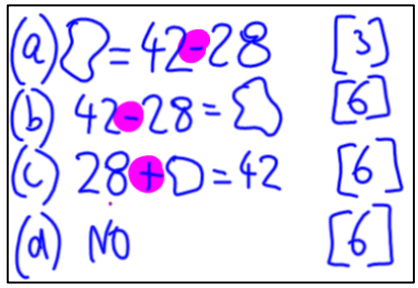
[VR 220-222] (F 109).

884. Laura: La differenza tra 9 e 2 è maggiore alla… della addizione… della somma fra 2 e 3.
885. Alberto: Il prodotto fra 10 e 4 è minore de… prodotto di… fra 7 e 2.
886. *IR scrive 9×3 e più a destra 7+4 e chiede di dire cosa sono e che segno si mette in mezzo.*
887. Anna B.: 9×3 è il prodotto tra 9 e 3, 7+4 è la somma tra 7 e 4.
888. Riccardo M.: Il segno che dobbiamo mettere in mezzo è maggiore.
889. IR: Leggiamo.
890. Riccardo M.: Il prodotto tra 9 e 3 è maggiore della somma tra 7 e 4, perché 9×3 è uguale a 27 e 7+4 è 11 e ho visto che 27 è maggiore di 11.
891. IR: Potresti dire che 9×3 è la forma non canonica di 27 e 7+4 è…
892. Riccardo M.: … la forma non canonica di 11.
893. IR scrive: La differenza tra 15 e 7 è minore del prodotto tra 6 e 6 *e i bambini la traducono nel quaderno in linguaggio matematico.*
894. Alexandra detta la sua traduzione: 15-7<6×6.

[VR 220-222 Fine[57]]



F 105

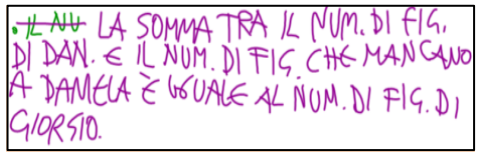


F 106

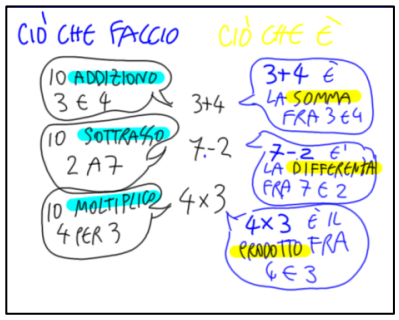
[56] *L'episodio mette in evidenza, nella prospettiva dell'affinamento del* balbettio algebrico, *il lavoro di I e IR per sviluppare queste competenze degli alunni:*

- *esprimere in linguaggio matematico una situazione problematica sia dal punto di vista* del risolvere che del rappresentare per Brioshi *introducendo quindi il simbolo dell'incognita;*
- *interpretare e commentare anche le frasi prodotte dai compagni;*
- tradurre *dal linguaggio naturale al matematico e viceversa;*
- argomentare *in modo compiuto usando i termini appropriati.*

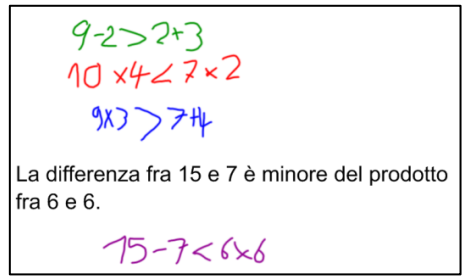
[57] *Si ribadisce l'importanza di promuovere delle traduzioni fra linguaggi naturale e matematico e viceversa che mettano in luce gli aspetti relazionali delle scritture.*



F 107



F 108



F 109

Commenti di Giancarlo Navarra
Commenti di Nicolina Malara

25 febbraio 2016 14

Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- Esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi e tradurre da un linguaggio all'altro;
- Riconoscere, oltre alla 'macchia', la lettera come simbolo al posto di un numero che non si conosce e saper operare su di esso come se fosse un 'normale' numero naturale;
- Risolvere semplici problemi con incognite;
- affrontare situazioni problematiche con incognite nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- giustificare la procedura usata.

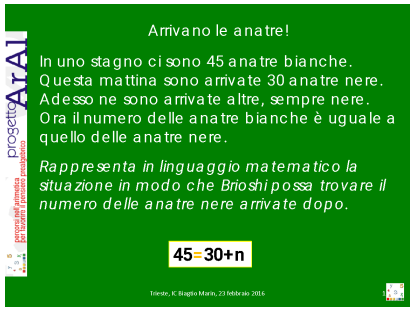
Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

Sulla LIM si apre il testo del problema[58]. (F 110)

---

[58] *In questo incontro si è deciso di introdurre una situazione, già sperimentata in due terze primarie di Trieste, relativa al progetto* Approccio alle equazioni attraverso l'allestimento di 'Scene dinamiche' *la cui organizzazione presenta questa struttura:*

Illustro brevemente le ragioni del progetto.
Accade molto spesso in questa classe (sin dalla prima) e in altre classi aderenti al progetto ArAl che, una volta elaborata la rappresentazione (in forma di equazione) di una situazione problematica gli alunni, non possedendo naturalmente le conoscenze necessarie in ambito algebrico, individuino il numero 'misterioso' attraverso intuizioni, tentativi, ipotesi guidati dall'insegnante: essi esplorano con gradualità quelle che chiamiamo equazioni per gioco.
Da quest'anno scolastico stiamo sperimentando in numerose classi (inizialmente tramite dei minivideo) strategie e attività progettate per favorire il passaggio graduale dalle equazioni per gioco alla comprensione di come si comporterebbe Brioshi per individuare, da un'equazione iniziale, il valore del numero misterioso.
Interrotta per il momento la produzione dei minivideo, le nuove strategie che stiamo sperimentando (ispirate d'altro canto proprio ad essi) si basano attualmente su delle 'Scene dinamiche', presentate attraverso delle slide Powerpoint, che poggiano sull'analogia tra l'equivalenza tra i membri dell'equazione e l'equiestensione tra strisce quadrettate di diverse lunghezze alcune delle quali sono sconosciute.
Le slide mostrano l'animazione di rappresentazioni grafiche in successione che, analizzate e discusse dalla classe, fanno capire come nascono e si sviluppano le strategie per individuare il valore dell'incognita e supportano gli alunni nell'elaborare le relative rappresentazioni in linguaggio matematico.
La situazione che presentiamo in questa trascrizione si compone di queste fasi:
- *(a) viene proposta la situazione problematica (in forma di problema verbale);*
- *(b) gli alunni elaborano individualmente delle rappresentazioni per Brioshi contenenti un'incognita;*
- *(c) la classe sceglie la rappresentazione da inviare;*
- *(d) si presenta la Scena dinamica relativa;*
- *(e) gli alunni la interpretano e, mettendosi nei panni di Brioshi, traducono fase per fase, i vari passaggi in linguaggio matematico. Le attività in una prima fase sono collettive.*



F 110

[VR 223-227]

895. *IR fa vedere il testo del problema "Arrivano le anatre". I bambini lo leggono.*
896. Elisa *(spiega con le sue parole la situazione):* In uno stagno c'erano 45 anatre bianche, dopo ne sono arrivate altre nere, ora il numero delle anatre nere è uguale al numero delle anatre bianche.
897. Giorgia *(viene invitata a spiegare):* In uno stagno ci sono 45 anatre bianche, al mattino ne arrivano altre 30 nere e dopo ne arrivano altre sempre nere, adesso il numero delle anatre bianche è uguale al numero delle anatre nere.
898. IR *(ad Anna)*: Si sa quante sono le anatre nere che sono arrivate dopo?
899. Anna: 30.
900. IR: Questa mattina sono arrivate 30 anatre, ma dopo ne sono arrivate altre sempre nere, allora la domanda è: tu sai quante anatre nere sono arrivate dopo? Il problema ti dice che dopo ne sono arrivate… [59]
901. Anna: Altre.
902. IR: Questa parola, 'altre', ti dice quante sono o non ti dice quante sono? [60]
903. Anna non risponde.
904. Martina: Mi dice che non sappiamo quante sono, perché dovrebbero dire il numero, ma visto che è un problema noi dobbiamo trovare il numero.
905. I: Secondo voi adesso cosa dovete fare?[61]
906. Marco V.: Secondo me adesso dobbiamo trovare il numero delle anatre nere che sono arrivate dopo.
907. Riccardo M.: Io so qual è il numero.
908. I: No, secondo voi cosa dovete fare?[62]
909. IR: Provate a pensare ai problemi che avete visto in queste settimane.
910. Eleonora: La macchia…
911. I: La consegna di solito qual era?
912. Riccardo: Come si fa a trovare il numero delle anatre che sono arrivate.
913. I: Quasi…
914. Giorgia: Dobbiamo tradurre per Brioshi il testo:
915. IR: E che parola dice di solito la maestra?

---

[59] *Forse occorreva dire 'sappiamo quante ne sono arrivate dopo le 30 arrivate al mattino". L'uso del 'tu' può caricare di responsabilità la bambina e bloccarla.*

[60] *Come sopra, meglio 'ci dice o non ci dice'… Concordo con l'osservazione, più che per evitare il rischio di bloccare l'alunna (cosa per altro sempre possibile), per sottolineare il fatto che lo scambio avviene non tanto fra lei e l'insegnante, ma all'interno di una comunità che vi assiste in modo (si auspica) attivo. "Ci dice o non ci dice?" è allo stesso tempo un invito rivolto a lei a condividere le sue idee e agli altri a partecipare ascoltando e riflettendo sulle loro risposte alla domanda posta da IR.*

[61] *Ancora ambiguità nell'espressione dell'insegnante, il contesto spinge l'interpretazione verso l'azione non la rappresentazione.*

[62] *Quanto dice l'insegnante non va bene. Il 'No' andava giustificato. Per esempio l'insegnante poteva dire 'No, un momento: cosa chiede il problema?' oppure 'No, Il problema chiede di rappresentare la situazione, magari se esprimi come sei arrivato a determinare quanto è il numero delle anatre nere arrivate dopo questo ci può servire per rappresentare la situazione. Il 'cosa dovete fare voi?' è ambiguo, dal contesto appare troppo operativo ed indirizza i bambini verso il calcolo.*

916. Riccardo M.: Rappresentare!
917. I: Rappresentare che cosa?
918. Veronica B.: Rappresentare la scena.
919. Nicola F.: Adesso dobbiamo rappresentare la scena per Brioshi.
920. I: Cos'è 'macchia'?[63]
921. Giorgia: Macchia è il numero che noi non sappiamo delle anatre nere che sono arrivate dopo.
922. I: E per trovarlo tu fai la somma tra…[64]
923. Giorgia: … tra 45 che è il numero delle anatre bianche che sono nello stagno… (*non sa continuare*)
924. I: Ripeti cosa devi trovare.[65]
925. Giorgia: Macchia è il numero delle anatre nere che sono arrivate dopo…
926. I: … nere, ci sono anatre bianche da trovare?
927. Giorgia: No, solo nere.
928. I: Tu dici che queste nere sono uguali a…
929. Giorgia: … 45 di bianche più 30 di nere.
930. IR: Tu mi stai dicendo che il numero delle banane è uguale al numero delle pere più il numero delle banane.
931. I: È possibile che le nere siano la somma tra bianche e nere? Qual è il numero delle anatre bianche?
932. Nicola R.: 45.
933. I: E il numero delle anatre nere?
934. Nicola R.: 45.
935. I: M non è questo che noi non sappiamo! Cos'è che non sappiamo?[66]
936. Nicola R.: Il numero delle anatre che sono venute dopo.
937. *I chiede a Martina quante anatre nere c'erano la mattina e poi quante sono arrivate il pomeriggio.*
938. *Martina è insicura e I chiede se c'è scritto nel testo quante sono adesso le anatre nere; Martina non risponde*[67].
939. I: Veronica, quante sono le anatre bianche alla sera?
940. Veronica D. (*risponde subito*): 45.
941. I: Alice, racconta cosa succede alle anatre nere.
942. Alice: Le anatre nere prima erano 30 e dopo sono arrivate altre e alla fine sono in tutto 45.
943. *IR chiede ad Eleonora di scrivere in linguaggio matematico la storia man mano che la racconta.*
944. Eleonora: Prima c'erano 45 anatre bianche e dopo sono venute 30 anatre nere (*scrive 45=, ma IR le suggerisce di aspettare a mettere l'uguale quando lo dirà la storia*), e infine arrivano altre anatre nere (45 30 macchia).
945. I: Nello stagno cosa si vede alla sera?
946. Eleonora: Si vedono 45 anatre bianche e 30 anatre nere.[68]
947. IR: Sapete rappresentare in quello che ha scritto Eleonora il numero delle anatre nere che ci sono alla sera? Devi aggiungere qualcosa in linguaggio matematico.
948. Eleonora: Il più, ma manca ancora qualcosa: l'uguale (45=30+macchia). Allora: in uno stagno ci sono 45 anatre bianche, dopo arrivano 30 anatre nere e infine arrivano altre anatre nere che in tutto formano il numero delle anatre bianche. (F 111)
949. *Marco V propone un'altra scrittura* (F 112).

---

[63] *Non 'Cos'è macchia?' ma 'Cosa indica la macchia?' La differenza è molto fine, maturerà man mano che si affinerà il balbettio algebrico.*

[64] *Ancora un intervento operativo, così non si portano gli allievi a passare sul piano meta. Qui si doveva dire 'macchia nasconde il segno che rappresenta il numero di anatre nere arrivate dopo le 30. Inventiamoci un segno per questa quantità e rappresentiamo le relazioni che sappiamo'.*

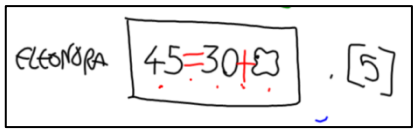
[65] *Ma il problema non era 'rappresentare'? Perché I si concentra sul 'trovare'?*

[66] *I avrebbe dovuto dire: OK, in totale sono 45, ma come è composto questo totale? Come lo possiamo rappresentare?*

[67] *Martina non riesce a comprendere che l'informazione "sono uguali al numero delle anatre bianche" è come dire che sono entrambe 45. Perché la rilettura del testo non viene fatta con Martina?*

[68] *I avrebbe dovuto rilanciare alla classe la verifica della risposta di Eleonora.*

[VR 223-227 Fine][69]



F 111



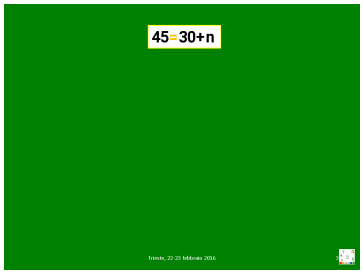
F 112

[VR 228-235]

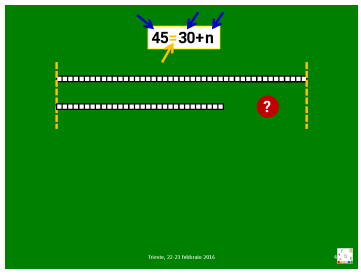
950. *IR chiede di leggere cos'è 30+✹=45.*
951. Laura: La somma tra 30 e un numero misterioso è uguale a 45.
952. I: Adesso raccontala con i protagonisti.
953. Laura: Il numero di anatre bianche è uguale alla somma del numero di anatre nere venute alla mattina e il numero misterioso di anatre nere venute dopo.
954. Marco V. (*ripete la lettura di Laura*): 45 è il numero…
955. IR: … usa il significato dei numeri e non i numeri…
956. Marco V.: Il numero delle anatre bianche che ci sono nello stagno è uguale al numero… alla somma fra il numero delle anatre nere arrivate alla mattina e il numero misterioso delle anatre arrivate dopo.
957. IR (*alla classe*): Qual è la differenza tra quello che ha scritto lui (F112) e quello che ha scritto Eleonora (F 111)?
958. Marco V.: Da quello che ho scritto io sembra che da 45 anatre bianche ne tolga 30 nere e è uguale al numero delle anatre nere arrivate dopo.
959. IR: Quello che finora abbiamo chiamato numero misterioso e che abbiamo indicato con una macchia in matematica si può fare una cosa più da grandi e usare una lettera dell'alfabeto, indifferente quale, in questo caso con la lettera 'n' cosa indico secondo voi? (45=30+n).
960. Laura: Le anatre nere.
961. Eleonora: Il numero misterioso.
962. Giorgia: 'n' è la lettera per far vedere il numero delle anatre nere.
963. I: Quali anatre nere?
964. Giorgia: Arrivate dopo.
965. IR: Quindi voi potete d'ora in poi al posto del numero che non conoscete usare una lettera.
966. Giorgia: Una lettere qualsiasi?
967. IR: Si può mettere una qualsiasi lettera, ma per favorire i bambini di solito si preferisce mettere l'iniziale della cosa di cui si parla, perché la fa ricordare. Immaginiamo di mandare questo messaggio a Brioshi che sa un po' più di matematica di voi e risolverebbe la cosa in un certo modo. Per capire in quale modo lui risolverebbe vi mostro una piccola animazione, voi dovete immaginare che le striscioline che vedrete siano delle striscioline di carta del quaderno. Adesso vi mostrerò l'inizio di questa animazione e poi vi chiederò che cosa ne pensate.
968. 45=30+n, questo è il messaggio che mandiamo a Brioshi (F 113), quella cosa che vedrete ve la mostro per spiegarvi, perché lui fa in quel modo.

---

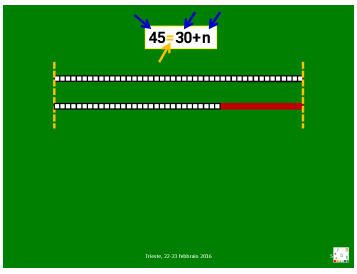
[69] *L'insegnante di classe decide di concentrarsi, prima di affrontare gli aspetti matematici, sulla verifica del livello di comprensione del testo e invita alcuni alunni a riformularlo. Le fasi della discussione si possono così schematizzare:*
(904-908): si verifica la comprensione della parola chiave 'altre' (908: "che non sappiamo quante sono");
(909-913): emerge la tendenza a trovare il risultato;
(915-923): I e IR spostano l'attenzione verso la rappresentazione del problema in linguaggio matematico;
(924-941): gli alunni introducono la macchia e si chiarisce a cosa corrisponda; è una parte molto delicata perché riemergono le difficoltà nell'interpretazione del testo e i numeri della storia si confondono tra loro. Molti perdono il controllo sul significato del testo quando non si tratta solo di una narrazione, ma di una narrazione funzionale all'individuazione delle relazioni fra i dati, cioè quando la storia si problematizza. *Credo che Martina vada al nocciolo della questione: (908)"…* dovrebbero dire il numero, ma visto che è un problema noi dobbiamo trovare il numero"*;*
(942-946): ci si concentra su un altro nodo del problema: l'equivalenza fra il numero delle anatre bianche e il numero di quelle nere (v. Commento 59 dell'insegnante);
(947-952): si traducono in linguaggio matematico le relazioni individuate.



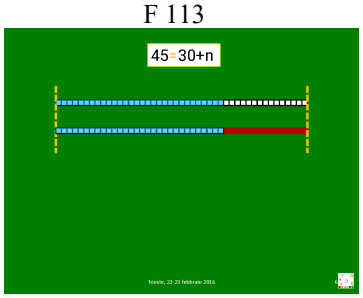
F 113



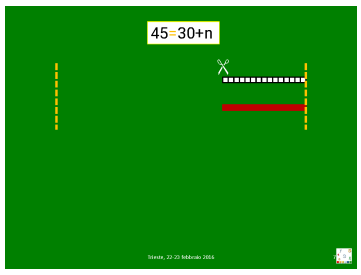
F 114



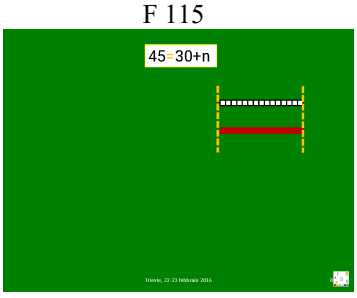
F 115



F 116



F 117



F 118

969. *Compaiono nell'ordine: (1) una striscia di carta bianca quadrettata; (2) due linee gialla tratteggiate parallele fra loro e perpendicolari alla striscia; (3) una striscia quadrettata più piccola poco sotto la precedente; (4) a destra di questa un punto di domanda* (F 114).
970. IR: Che relazione c'è tra sopra e sotto?
971. Alexandra: Allora, la prima strisciolina più lunga sono le anatre bianche e ha 45 quadratini, poi 30 è rappresentato da 30 quadratini e la n è rappresentata con il punto di domanda, perché non si sa che numero c'è.
972. Gaia: 45 rappresenta il numero delle anatre bianche, la striscia più corta rappresenta le anatre nere, 30, e il punto di domanda rappresenta la n.
973. I: Cos'è la n?
974. Alexandra: È il numero misterioso di anatre nere che arrivano dopo.
975. *IR fa vedere una striscia rossa che si aggiunge alla striscia sotto sostituendo il punto di domanda e chiede che cosa è accaduto* (F 115).
976. Veronica B.: Dove prima c'era il punto di domanda, cioè era il numero misterioso, adesso c'è una strisciolina rossa.
977. I: E prima della strisciolina rossa?
978. Veronica D.: Che l'uguale l'ha rappresentato con delle strisce.
979. I: Quante e in che posizione?
980. Veronica D.: Due, verticale.
981. Marco V.: Allora, le due strisce tratteggiate ai lati significano che i due numeri adesso sono uguali, invece la strisciolina rossa rappresenta il numero delle anatre che sono arrivate dopo, però adesso se noi…
982. IR: Non andare avanti, aspetta che ti mostro il seguito. *Chiede a Marco V. perché Brioshi ha potuto cambiare il punto di domanda con la strisciolina rossa.*
983. Marco V.: Perché dal disegno se tu guardi sulla striscia sopra lunga vedi che dall'inizio alla fine della strisciolina rossa sono 15 quadretti.
984. IR: No, tu non vedi niente, se qui invece che essere 15 c'era un numero molto grande tu non ce la facevi a contare, che cos'è che ha permesso di cambiare il punto di domanda con una strisciolina rossa?
985. Nicola R.: Forse quella strisciolina è il numero…
986. IR: Ma cos'è che l'ha aiutato a capire che quella strisciolina è il numero nell'animazione?
987. Marco D.P.: Ti fa capire l'uguale.
988. IR: Che cosa nel disegno?
989. Riccardo M.: Le linnee tratteggiate, che prima ancora dell'uguale hanno messo una freccia che è l'uguale, è rappresentato dalle… *e fa il segno con le mani delle due righe verticali.*
990. IR: Se io non avessi messo le due linee gialle io non avrei saputo che questa striscia rossa termina

proprio qui. Questa zona qui l'abbiamo chiamata la Scena. Adesso vediamo cosa va avanti a fare Brioshi: ha messo in azzurro le due striscioline, che cosa vuol dire Brioshi? (F 116).

991. Nicola F:: Perché quelle là come abbiamo fatto in classe abbiamo fatto: Andrea era alto 100 centimetri e Alice era alta 120 centimetri e toglievamo 100 centimetri e abbiamo visto quanto ne rimane, cioè 20 centimetri, cioè i 100 centimetri sono la parte che hanno di uguale.
992. I: Per trovare la differenza la parte uguale la tolgo da tutte due le parti: da Andrea tolgo 100 e rimane 0 e da Alice tolgo 100 e rimane 20.
993. Marco V.: Volevo dire che adesso che Brioshi ha tolto la parte uguale…
994. IR: No, no, Brioshi non ha tolto niente. Piano, piano: abbi pazienza. [70]
995. *IR fa vedere l'animazione successiva e domanda cosa è successo* (F 117).
996. Alexandra: Abbiamo tolto la parte uguale dai due numeri, uno è 45 e abbiamo tolto la parte uguale 30, abbiamo tagliato le due parti uguali ed è rimasto…
997. IR: Aspetta un attimo, come Marco. Prima c'erano delle forbici, secondo voi lì Brioshi come ha rappresentato in linguaggio matematico le forbici?
998. Riccardo M.: Con il meno.
999. IR: Cosa vuol dire con il meno? Se io ho una striscia lunga 45 centimetri e la taglio cosa ottengo?
1000. Alice: La differenza.
1001. IR: Come rappresento in linguaggio matematico la striscia?
1002. Marco V.: Con il numero.
1003. IR: Adesso una volta che ho tagliato come rappresento in linguaggio matematico questa situazione?
1004. Dopo vari tentativi alcuni dicono 30+15.
1005. Marco V.: Ci siamo arrivati!
1006. IR: Il 45 è rappresentato…
1007. Alcuni: … in forma non canonica!
1008. IR: Adesso accontento chi ha previsto prima e tolgo la parte uguale e cosa succede? Cosa vuol dire la traduzione in linguaggio matematico di questa cosa qua?
1009. Laura: 15 è uguale a macchia.
1010. Marco V.. Alla striscia rossa.
1011. IR: 15 è uguale n.

[VR 228-235 Fine[71]]

---

[70] *Qui IR avrebbe dovuto aggiungere: 'Ha solo evidenziato le parti uguali'.*

[71] *L'episodio consiste di tre parti:*
(954-960) Si differenziano due punti di vista per tradurre in linguaggio naturale la rappresentazione 30+■=45: nel primo caso gli alunni esprimono le relazioni fra gli enti matematici (es, 955: Laura: La somma tra 30 e un numero misterioso è uguale a 45)*; nel secondo esprimono le stesse relazioni contestualizzando il significato dei numeri (es:, 957: Laura:* Il numero di anatre bianche è uguale alla somma del numero di anatre nere venute alla mattina e il numero misterioso di anatre nere venute dopo").
(961-968) Quando IR chiede (961) la differenza tra le due frasi scritte alla LIM (45=30+■ e 45-30=■ sembra che l'autore, Marco V (962), quasi si scusi per aver scritto qualcosa che non riflette la storia che avrebbe dovuto descrivere. Marco interpreta la sua frase in termini procedurali: ho fatto una sottrazione e ho trovato un risultato; oltre tutto perde di vista il fatto che 45 è il numero totale sia delle anatre bianche che di quelle nere, e quindi 'non gli torna' il fatto di togliere 30 anatre nere da 45 anatre bianche. Poi l'incontro ha seguito il suo corso, ma sarebbe stato importante far rilevare alla classe che una definizione relazionale di 45-30=■ (ad esempio: "La differenza fra il numero totale delle anatre nere (uguale a quello delle bianche) e di quello delle nere arrivate questa mattina è uguale al numero delle anatre nere arrivate dopo"). Sarà importante tornare sull'argomento e far emergere scritture equivalenti, ancora diverse, della stessa situazione problematica interpretandole poi da un punto di vista relazionale, anche se si discostano dalla narrazione della storia così come si è svolta temporalmente, per es: 45-■=30: "La differenza fra il numero totale delle anatre nere e quello delle anatre nere arrivate dopo è uguale al numero delle anatre nere arrivate la mattina".
(969-1015) Viene presentata la Scena animata e gli alunni la interpretano. L'attività fila via liscia sino alla sua conclusione e gli alunni interpretano correttamente figure e animazioni; in due casi (985, 997) Marco V vorrebbe anticipare ciò che accadrà e IR lo frena mettendo in frigorifero le sue intenzioni e tirandole fuori verso la fine (1012). Un momento davvero molto importante dell'episodio: il fatto di togliere

72

la stessa quantità da entrambe le parti viene agganciato da Nicola F (995) a precedenti esperienze compiute assieme all'insegnante (rappresentazione in forma matematica del confronto tra le altezze di Andrea e di Alice). L'alunno ha riconosciuto l'analogia strutturale con conoscenze costruite in un ambiente molto diverso.

[72] *Credo che la discussione avrebbe preso una piega più diretta e più semplice se sin dall'inizio si fosse chiarito con i bambini il tipo di consegna e si fosse anticipato l'introduzione della lettera come segno per indicare la quantità di anatre arrivate dopo le prime 30. La lettera è stata già introdotta in precedenti occasioni in modo sfumato ma si è visto che la macchia si è radicata perché per alunni giovani è molto più espressiva. È emersa la 'm' per 'macchia', e qualcuno ha osservato che va bene anche per 'mistero'. Stiamo approfittando di queste attività sui problemi proprio per far maturare l'approccio alla lettera.*
Vedo l'animazione come un compito in più: il riconoscimento della rappresentazione della situazione mediante le striscioline. Mi sono chiesta se queste rappresentazioni non potevano essere fatte nel contesto dell'esplorazione del problema, come supporto per l'oggettivazione delle relazioni tra quantità. L'attività che abbiamo svolto in questo incontro e che proseguiremo per qualche settimana ha un taglio sperimentale; cerchiamo proprio di capire potenzialità e limiti di questa strategia che comunque, come accade per qualunque metafora usata in didattica della matematica, verrà proposta solo per il tempo necessario a veicolare i concetti di base. Quando ci si renderà conto che il suo ruolo di traghetto semantico *verso la rappresentazione della situazione problematica e la soluzione naïve della relativa equazione è terminato la accantoneremo. Preciso inoltre per il lettore che l'uso delle* Scene dinamiche *è ipotizzato soprattutto per la terza primaria; ora stiamo esplorando la loro proponibilità negli ultimi mesi della seconda.*

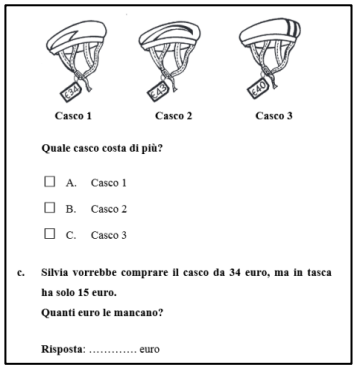
Commenti dell'IR Giancarlo Navarra
Commenti di Nicolina Malara

3 marzo 2016 15

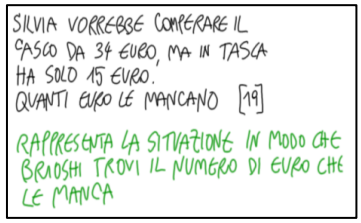
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con incognite;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

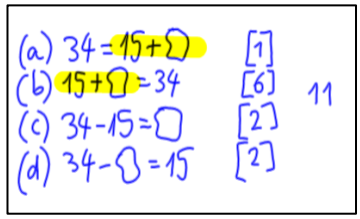
Sei alunni sono assenti (sono presenti 19).
Prosegue l'attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare. *Si inizia riprendendo una prova Invalsi 2010-11 che l'insegnante aveva proposto alcuni giorni prima alla classe* (F 119) *modificando l'ultima consegna e chiedendo di rappresentare la situazione per Brioshi. Le rappresentazioni degli alunni non erano ancora state discusse collettivamente e I e IR hanno deciso di farlo nella prima parte dell'incontro di oggi.*



F 119



F 120



F 121

[VR 236-247]

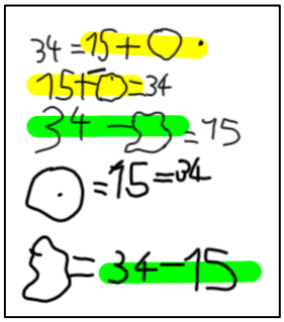
1012. IR: Quando la maestra mi ha mostrato le vostre prove di verifica abbiamo deciso che le avremmo corrette insieme con voi, allora oggi abbiamo intenzione di fare due cose, una è rivedere la verifica e ragionarci su e poi vi proponiamo un altro testo.
1013. *IR scrive il testo del problema alla LIM* (F 120) *e gli alunni rappresentano la situazione in linguaggio matematico. Poi IR undici rappresentazioni (8 non hanno scritto nulla)* (F 121).
1014. *L'insegnante chiede di spiegare il significato degli enti rappresentati nelle scritture.*
1015. Paolo: 34 è il costo del casco, 15 sono gli euro che ha Silvia in tasca e la macchia è[73] il numero misterioso degli euro che rimangono.[74]
1016. IR: La frase dice che il costo del casco... Alessandra leggi in modo che Paolo la capisca bene.
1017. Alexandra: Allora, il costo del casco è 34 euro e… *si ferma*.
1018. Laura: … è il numero di euro che …
1019. IR: No, cos'è questa che ho colorato in giallo?
1020. Alexandra: È la somma fra 15…

---

[73] *Si dovrebbe evitare che i bambini identifichino la macchia con il numero, la macchia indica il numero ma non è il numero.*

[74] *Qui sarebbe stato meglio chiedere al bambino di precisare cosa rappresentano 'gli euro che rimangono' in riferimento alla situazione.*

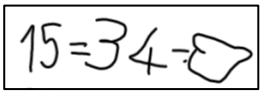
1021. IR: Sì, ma di' cosa sono i 15.
1022. Alexandra: È la somma tra il numero…
1023. IR: Non voglio confondervi: voi potete dire che 34 è uguale a 15 più un numero misterioso, oppure che 34 è la somma tra 15 e un numero misterioso, oppure che il costo del casco è la somma tra gli euro che ha in tasca Lucia e gli euro che le mancano[75]. Adesso leggete la frase e dite cosa sono i numeri nel problema.
1024. Riccardo M.: Il costo del casco è la somma tra i soldi i che ha Silvia e quelli che le mancano.
1025. IR: Voi potete spiegare questa cosa parlando di numeri, ma poi dicendo anche cosa sono questi numeri tipo "Il costo del casco è la somma tra gli euro che ha in tasca e gli euro che le mancano". Ok? Vediamo adesso la seconda frase e qualcuno che faccia la stessa lettura usando le parole del problema.
1026. Alice: La somma tra il numero degli euro che ha Silvia e il numero degli euro che le mancano è uguale al numero degli euro del casco [76] (*scrive lentamente mentre parla*) (F 122).



F 122



F 123



F 124

1027. IR: Queste due frasi rappresentano la situazione? *Per aiutare a vedere la situazione disegna un casco con il cartellino del prezzo che suscita l'entusiasmo dei bambini e poi disegna Eleonora nella parte di Lucia con i quindici euro in mano e una nuvoletta in cui sta pensando* (F 123).
1028. Eleonora: Il numero degli euro che costa il casco è uguale al numero… ai soldi che ha in tasca e al numero… ai soldi che le mancano.
1029. IR: Invece che 'il numero di euro più'… come puoi dire?
1030. Laura: La somma.
1031. IR: Ditelo tutti forte!
1032. La classe: **LA SOMMA!**
1033. Riccardo M: La somma tra 15 e la macchia è 34… La somma tra gli euro che ha Silvia e quelli che le mancano è uguale al costo del casco. *Poi scrive alla LIM 15+■=34* (F 122).
1034. IR: C'è un altro modo per legare assieme i numeri che abbiamo?
1035. Marco V.: Il costo del casco (*scrive 34*), è uguale alla differenza (*scrive 34-*)… la differenza tra il numero… il costo del casco e…
1036. I: Marco, hai tre cose: il costo del casco, i soldi che ha Silvia e i soldi che le mancano.
1037. Marco V: La differenza tra il costo del casco e il numero degli euro che le mancano (*scrive 34-macchia*) è uguale al numero degli euro di Silvia (*scrive 34-■=15*). (F 122)
1038. Alice: (*scrive ■*) Il numero dei soldi che mancano a Lucia è uguale al numero degli euro del casco (*scrive ■*)*=34*), meno il numero degli euro di Silvia (*scrive ■*)*=34-15*) (F 122)

---

[75] *Forse qui IR doveva indurre nei bambini il completamento della frase 34=15+ … come il costo del casco è pari alla somma della quantità dei soldi di Silvia e … , più che dar loro la lettura completa. Forse sì, ma in quel momento il mio scopo era diverso. Sulla base di osservazioni che avevamo formulato in più occasioni, volevo proporre agli alunni delle indicazioni di metodo quando verbalizzavano, invitandoli a decidere se fare riferimento alla frase matematica e quindi solo ai numeri (in questo caso: "*34 è uguale a 15 più un numero misterioso", *oppure "*34 è la somma tra 15 e un numero misterioso"*) oppure esplicitando i riferimenti alla situazione problematica (*"il costo del casco è la somma tra gli euro che ha in tasca Lucia e gli euro che le mancano"*).*

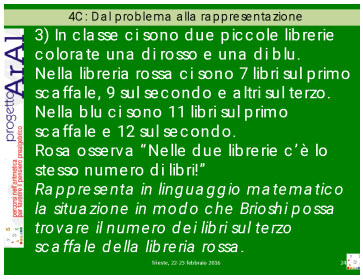
[76] *Sarebbe stato opportuno un richiamo: diciamo meglio al numero degli euro per comprare il casco*

1039. *IR evidenzia di giallo le addizioni e di verde le sottrazioni e chiede come si chiamano.*
1040. Alice: La differenza tra 34 e 15.
1041. IR: Oppure la differenza…
1042. Alice: … tra il costo del casco e gli euro di Silvia.
1043. IR: e questo? *(indica 34-■))*
1044. Alice: La differenza tra il costo del casco e i soldi che le mancano.
1045. IR: … e questo? *(indica 34+■))*
1046. Alexandra: La somma tra gli euro che ha Silvia in tasca e gli euro che le mancano.
1047. IR: Bene! Adesso vediamo chi è capace di completare questa frase (scrive 15=).
1048. Martina: 15, che è il numero di euro che ha in tasca Silvia, è uguale al numero di euro che costa il casco… meno il numero dei soldi che mancano (*completa la frase mentre parla*) (F 124).

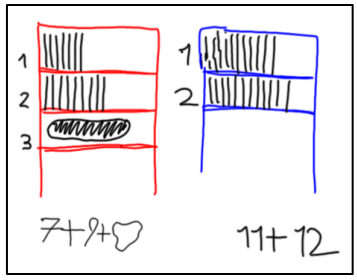
[VR 236-247 Fine[77]]

[VR 248-250]

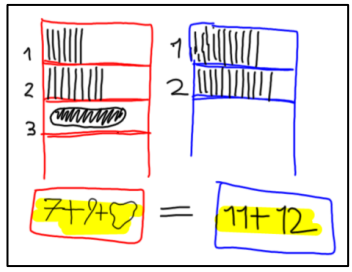
1049. *IR propone il nuovo problema.* (F 125) *Molti non sanno come rappresentarlo.*
1050. *Nicola F propone 7+9=■.*
1051. IR *(a Nicola F)*: Cosa rappresenta la macchia?
1052. Nicola F.: Così trovano il numero di libri.
1053. IR: Ma io vorrei capire cos'è la macchia per te. *Nicola F non sa rispondere*. Tu hai scritto che il numero sconosciuto (*indica la macchia*) è la somma tra i libri del primo scaffale *(indica il 7)* e i libri del secondo scaffale *(indica il 9),* ma è questo che dice il problema? S*i rivolge poi alla classe dicendo che possono aiutarsi a risolvere un problema anche facendo un disegno della situazione*. Adesso lo facciamo assieme. Quante librerie ci sono?
1054. Classe: Due.
1055. IR: La prima di che colore è?
1056. Classe: Rossa. *IR inizia il disegno* (F 126)



F 125



F 126



F 127

1057. IR: (*mentre disegna*) E la libreria rossa quanti scaffali ha?
1058. Classe: Tre.
1059. *IR disegna la libreria e poi chiede quanti libri ci sono sul primo scaffale.*
1060. Classe: Sette. *IR disegna e chiede quanti libri sono sul secondo scaffale.*
1061. Classe: Nove. *IR disegna e chiede quanti nel terzo.*
1062. Classe: Non si sa.
1063. IR: Cosa mettiamo allora nel terzo?
1064. Classe: Una macchia.
1065. IR: Poi c'è una libreria blu e quanti scaffali ci sono? (*inizia a disegnarla; continua a chiedere l'aiuto della classe per disegnare la seconda libreria*).
1066. Classe: Due.
1067. IR: Quanti libri ci sono nel primo scaffale ?

[77] *L'episodio non ha bisogno di molti commenti perché mostra chiaramente la direzione in cui si muovono I e IR: (a) rappresentare in più modi in linguaggio matematico le relazioni fra gli enti di un problema allontanando così la tendenza degli alunni al solo risolvere e (b) verbalizzare costantemente le scritture (interpretando quelle già scritte o spiegandole mentre le si scrive). È confermata la potenza di una rappresentazione iconica realistica, anche improvvisata, della situazione problematica.*

1068. Classe: Undici.
1069. *IR disegna i libri e chiede quanti nel secondo.*
1070. Classe: Dodici.
1071. IR: Ora immaginate come rappresentereste il numero totale dei libri della libreria rossa.
1072. Ayoub: Ho scritto 7+9+macchia.
1073. *Marco V. scrive alla LIM sotto la libreria rossa quello che ha detto Ayoub, che poi continua.*
1074. Ayoub: 11+12… *e Marco V. scrive alla lavagna.* (F 126)
1075. IR (*alla classe*): Che cos'è questo? (*indica 7+9+macchia*).
1076. Veronica D.: È il numero di libri che ci sono sugli scaffali della libreria rossa.
1077. IR: E questo che cos'è ? (*indica 11+12*)
1078. Alice: È il numero di libri che c'è nella libreria blu.
1079. IR: E Rosa cosa ha osservato?
1080. Alexandra: Rosa ha capito che il numero di libri nelle due librerie è uguale.
1081. IR: Dillo in un'altra maniera.
1082. Alexandra: Il numero di libri che ci sono nella libreria rossa… è uguale… al numero di libri che ci sono nella libreria blu.
1083. *Marco V. scrive il segno di uguale tra le due frasi.* (F 127)
1084. *IR disegna attorno alla frase a sinistra un rettangolo rosso.* (F 127) Perché ho messo questa frase qua in un rettangolo rosso?
1085. Elisa: Perché sono i numeri che ci sono nella libreria rossa.
1086. IR (*fa altrettanto a destra*): E perché metto questo nel rettangolo blu?
1087. Elisa: Perché sono i libri nella libreria blu.
1088. IR: Cos'è 7?
1089. Alberto: 7 è il numero di libri del primo scaffale della libreria rossa.
1090. IR: Che cos'è 9?
1091. Anna M.: Il numero di libri del secondo scaffale della libreria rossa.
1092. IR: Che cos'è macchia?
1093. Anna B: Macchia è il numero di libri che c'è sullo scaffale.
1094. IR: Quale scaffale?
1095. Anna B.: Nel terzo scaffale…
1096. Laura: … della libreria rossa.
1097. IR: Che cos'è 11?
1098. Paolo: È il numero di libri della libreria blu.
1099. IR: Non proprio di tutta la libreria blu.
1100. Paolo: 11 è il numero di libri che stanno nel primo scaffale della libreria blu… (*viene invitato a gesti a continuare*) … e 12 è il numero di libri del secondo scaffale della libreria blu.
1101. IR: Adesso la parte che evidenzio in giallo che cosa è? (F 127)
1102. Veronica D: È il numero di libri della libreria rossa.
1103. IR: E dal punto di vista matematico che cosa è?
1104. Alexandra: È la somma…
1105. IR: … questa è la somma tra… *Alexandra è incerta.*
1106. Marco V.: … è la somma tra il numero dei libri del primo scaffale, il numero dei libri del secondo scaffale e il numero dei libri del terzo scaffale.[78]
1107. IR: Che cos'è la parte evidenziata in giallo da Marco sulla destra? (F 127)
1108. Gaia: È la somma fra 11 e 12. È la somma fra il numero dei libri del primo scaffale e il numero dei libri del secondo scaffale.
1109. I: Di quale libreria?
1110. Gaia: Della libreria blu.

[VR 248-250 Fine][79]

78

79 *Anche questo episodio è centrato sulla rappresentazione di una situazione problematica. La rappresentazione iconica delle due librerie fatta con l'aiuto della classe aiuta a porre in relazione gli enti del problema, noti o sconosciuti, consentendo di riconoscere in esse i due membri dell'equazione. La costante verbalizzazione favorisce il controllo, la negoziazione e la condivisione dei significati.*

L'intenzione ora è di proporre, nel prossimo incontro al rientro dalle vacanze pasquali, la 'Scena' relativa al problema delle librerie (mi riferisco al progetto Approccio alle equazioni attraverso l'allestimento di 'Scene dinamiche' *illustrato nel Commento 58). Passeremo poi alla rappresentazione in linguaggio matematico delle fasi in cui è organizzata questa Scena e di quella relativa al problema delle anatre proposto nell'incontro 14.*

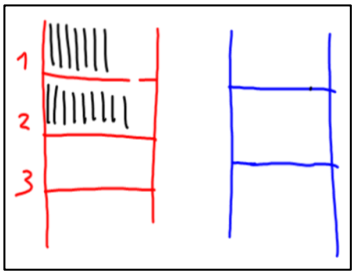
Commenti dell'IR Giancarlo Navarra
Commenti di Nicolina Malara

31 marzo 2016 16

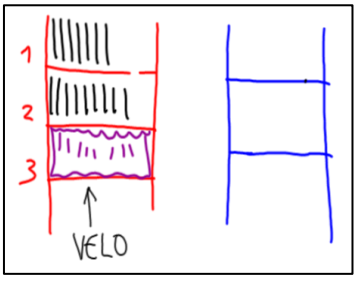
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- attraverso l'analisi di Scene Dinamiche (v Commento 58) affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con *incognite*;
- *giustificare* la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

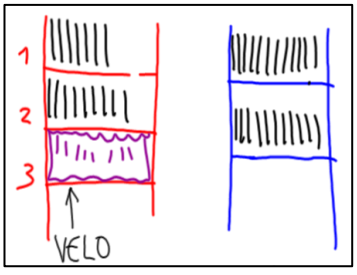
Tre alunni assenti.
Prosegue l'attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare. *Si riprende il problema sulle due biblioteche proposto nell'incontro precedente e si interpretano i passaggi della relativa Scena dinamica in modo da elaborarne la rappresentazione in linguaggio matematico.*



F 128



F 129



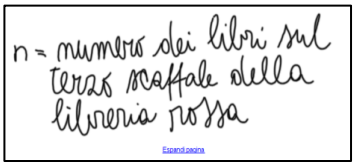
F 130

[VR 251-256]

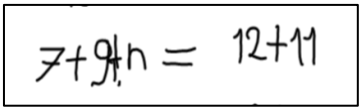
1111. *IR invita i bambini a ricordare il problema delle due librerie* (F 125).
1112. Elisa: C'era una libreria rossa e una blu.
1113. IR: E poi, a parte i numeri, com'è la storia? Cosa c'era sulla libreria?
1114. Elisa: Dei libri.
1115. IR: Ti ricordi Anna B. com'era la situazione, anche senza i numeri? Aspetta un attimo solo che disegno le due librerie. *Mentre inizia a disegnare attende che Anna risponda ma l'alunna non ricorda. Allora si rivolge a quelli che hanno alzato la mano.*
1116. Andrea: Ci sono due librerie una rossa e una blu e sopra ci sono dei libri…
1117. Nicola F.: C'erano dei libri da una parte e dall'altra.
1118. *IR disegna a sinistra la libreria rossa e i bambini gli dicono di fare tre scaffali e a destra disegna la libreria blu con due scaffali. Sul primo scaffale rosso chiede cosa c'è e su suggerimento degli alunni disegna dei libri, sul secondo altri libri e sul terzo gli dicono di disegnare la macchia.* (F 128)
1119. IR: Perché c'è la macchia?
1120. Elisa: Perché non sappiamo quanti libri ci sono.
1121. Laura: Un velo!
1122. IR: Esatto, un velo che copriva tutto quanto! *Disegna una tenda che copre i libri del terzo scaffale della libreria rossa*. C
1123. IR: Dall'altra parte cosa c'era?
1124. Alexandra: Dall'altra parte c'erano altri libri.
1125. *I bambini ricordano che sui primi due scaffali della libreria rossa i libri erano 7 e 9 e IR li disegna*

(F 130).

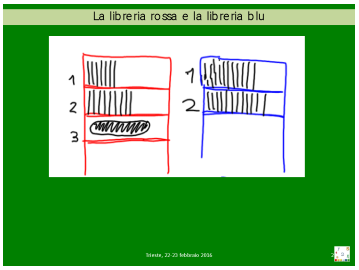
1126. IR: Cosa aveva osservato la maestra Rosa?
1127. Alexandra: La maestra Rosa aveva osservato che il numero dei libri era uguale.
1128. Martina: La maestra Rosa aveva osservato che il numero dei libri era dello stesso numero.
1129. Anna B.: Rosa ha osservato che i libri erano uguali.
1130. IR: Non sono il libri ad essere uguali, ma cosa? …
1131. Riccardo M.: Il numero dei libri sugli scaffali della libreria rossa è uguale…
1132. Martina: … alla libreria blu… al numero dei libri della libreria blu.
1133. *IR fa ripetere tutta la frase a Anna B.*
1134. IR: Adesso traducete nel quaderno quello che Anna insieme a Riccardo M. e a Martina hanno detto.
1135. Alberto (*inizia a dettare quello che ha scritto*): 7 più 9… *non sa continuare*.



F 131



F 132



F 133

1136. IR: Quanti scaffali ci sono sulla libreria rossa?
1137. Alberto: Tre.
1138. IR: Ci sono libri su tutti gli scaffali? Ci sono dei libri sotto il velo?
1139. Riccardo M.: Sì, allora 7+9+macchia.
1140. IR: Perché più macchia?
1141. Riccardo M.: Perché ci sono i libri ma sono coperti e allora più macchia.
1142. IR: Come rappresentiamo i libri che non si sa quanti sono?
1143. Nicola R.: Con la macchia.
1144. Laura: O con una lettera!
1145. IR: Allora voi avete due possibilità: se siete ancora piccolini usate la macchia o il velo, se volete comportarvi da bimbi un po' più grandi usate una lettera.
1146. Celeste: Possiamo mettere la v di velo.
1147. IR: Cosa vuol dire v?
1148. Celeste: Velo.
1149. IR: Puoi usare v di velo, ma v significa… tu non sommi 'libri più libri più velo'… tu sommi…
1150. Riccardo M.: Il numero, metto n.
1151. Eleonora: v indica il numero dei libri che ci sono sotto il velo.
1152. IR: Certo, allora potete usa re v, l, …
1153. Nicola F.: Quello che vogliamo!
1154. IR: Vi consiglio di usare una lettera che vi aiuti a ricordare, per esempio la lettera n vi aiuta a ricordare che è…
1155. Bambini: … un numero!
1156. IR: Volete che proviamo a usare una lettera? Quale lettera scegliamo?
1157. *Marco V. dice x.*
1158. IR: Diciamo che x è una lettera troppo da grandi, ma se tu parli con un fratello o una sorella più grandi vedrai che usano la x, però direi che per il momento…
1159. Marco V.: … usiamo le lettere normali.
1160. IR: Allora che lettera scegliamo?
1161. *La maggioranza sceglie la n.*
1162. Alexandra scrive: n=numero di libri che ci sono sul terzo scaffale della libreria rossa. (F 131).

[VR 251-256 Fine][80]

[VR 257-267]

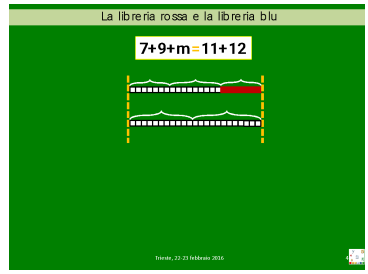
1163. IR: Allora cosa indica adesso la n?
1164. Marco D.P.: Indica il numero dei libri che stanno sul terzo scaffale della libreria rossa.
1165. *Alexandra scrive alla lavagna 7+9+n=12+11.* (F 132).
1166. IR: Adesso bisogna capire come si fa a trovare questo n. Vi mostrerò una piccola animazione che cerca di spiegarvi come farebbe Brioshi a trovare n. Vi ricordate? Questo era il disegno che marco V. aveva fatto l'altra volta. Cosa vuol dire questa cosa qui? *Indica la macchia nel disegno dalla lezione precedente* (F 133).
1167. *I bambini dicono che vuol dire macchia.*
1168. Eleonora: La macchia rappresenta il numero dei libri che mancano.
1169. IR: È il numero, sì. Prima che lettera avevate proposto?
1170. Bambini: La n.



F 134



F 135



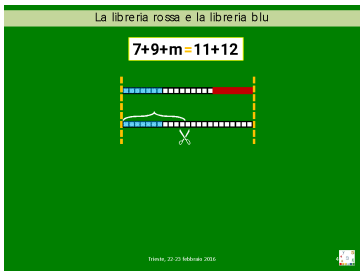
F 136

1171. IR: *descrive assieme agli alunni gli elementi che compongono la scrittura iniziale* (F 134) I libri sul primo scaffale… i libri sul secondo… e i libri sul terzo che non si sa quanti siano… è uguale… agli 11 libri sul primo scaffale della libreria blu… più i 12 libri sul secondo scaffale. Quindi qui (*indica la parte a sinistra dell'uguale*) dovete vedere i libri della libreria rossa e qui (*indica la parte a destra*) i libri della libreria blu. Adesso cerchiamo di capire che cosa vuol raccontarci Brioshi, perché adesso lui fa vedere delle striscioline, che rappresentano questa, eh (*indica l'equazione*), non è che siano una cosa diversa. *Parte l'animazione; compaiono una dopo l'altra gli elementi di* F 135; *poi il punto di domanda nel tondo rosso sparisce, compare una striscia rossa e appaiono delle parentesi graffe, una per ogni segmento* (F 136). Che cosa ha rappresentato Brioshi con queste striscioline? Vedo otto mani alzate. Marco V. vieni fuori e spiega cosa ha fatto Brioshi.
1172. Marco V.: Qua (*mostra la striscia sotto*) ha rappresentato i libri della libreria blu. Quest'altra strisciolina è il numero dei libri sugli scaffali della libreria rossa (*indica la striscia in alto*): 7 libri del primo scaffale, 9 libri del secondo scaffale e la strisciolina rossa rappresenta il numero di libri del terzo scaffale che non conosciamo.
1173. IR: Le strisce verticali gialle che cosa rappresentano?
1174. Marco V.: Secondo me rappresentano l'uguale.

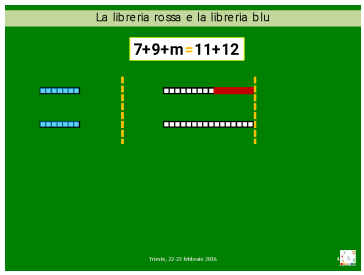
---

[80] *Si riassume l'attività del 10 marzo sul problema delle librerie. Si possono individuare questi momenti significativi:*
(1115-1121): si descrive la biblioteca rossa;
(1122-1126): si giunge alla macchia *per rappresentare il numero sconosciuto dei libri sul terzo scaffale della lbreria rossa. Laura (1125) propone la metafora del velo che nasconde i libri; poco dopo (1149) riproporrà la* lettera *che era stata già introdotta da IR (963);*
(1127-1129): si descrive la biblioteca blu;
(1130- 1137): emerge il concetto dell'uguaglianza fra i numeri dei libri delle due librerie (la 'maestra Rosa' deriva dal fatto che, casualmente, la protagonista del problema ha lo stesso nome di un'insegnante della classe);
(1138-1141): si avvia, attraverso un'attività collettiva, la rappresentazione *in linguaggio matematico della situazione problematica proposta;*
(1142-1166): si sviluppa un momento molto importante nello sviluppo del balbettio algebrico *attorno alla riflessione sui modi per rappresentare il numero sconosciuto.*

1175. *IR chiede a marco D.P. di dire che cosa vuol dire la prima graffa in alto.*
1176. Marco D.P.: Rappresenta il numero dei libri del primo scaffale della libreria rossa.
1177. IR. Quanti sono?
1178. Marco D.P.. Sono 9.
1179. IR: E qua? (*indica la seconda graffa*)
1180. Marco D.P.: Sono 7.
1181. IR: … e qui? (*indica la terza*)
1182. Marco D.P.: …
1183. IR: Non sai quanti sono, e allora?
1184. *I bambini dicono m.*
1185. IR (*a Marco D.P.*): Quanti sono i quadretti della striscia i basso?
1186. Marco D.P.: 11 e 12.
1187. IR. E sono i libri di cosa?
1188. Marco D.P.: Della libreria blu.
1189. IR: Quanti sono i libri della striscia rossa?
1190. Marco D.P.: I libri sono m.
1191. I: Adesso andiamo avanti e vediamo cosa fa Brioshi. *La scena prosegue* (F 137).



F 137



F 138



F 139

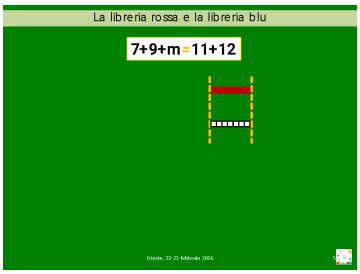
1192. Laura: Ha tolto il…
1193. IR: Non ha tolto, cosa ha fatto?
1194. Laura: (*viene alla LIM e indica le parti che nomina*) Ha evidenziato questo qui e questo qui in azzurro e ha tolto la linea che faceva vedere il numero.
1195. IR: Ha tolto cosa? Cosa ha indicato in azzurro?
1196. Laura: Ha indicato in azzurro sopra i libri del primo scaffale…
1197. IR: Adesso non pensiamo ai libri ma pensiamo ai numeri.
1198. Laura: Sopra ha indicato il 7 e sotto ha indicato in azzurro… ha tolto…
1199. IR: Non ha tolto![81]
1200. Laura: Ha evidenziato in azzurro un pezzo 7.
1201. IR: Laura ci dice che Brioshi ha evidenziato questo 7 in azzurro, ma anche questo è un 7 che ha evidenziato in azzurro e come diceva giustamente Laura questo 7 è una parte di che numero? (*voci: Dell'11!*) Dell'11, ma non serve contare, è qua! Allora intanto ha evidenziato 7 sopra e 7 sotto. E poi ha messo il simbolo delle forbici che vuol dire cosa?
1202. Laura: Che ha tolto…
1203. IR: No, che adesso taglia, son due cose diverse. *IR prende un foglio e taglia con la forbice una striscia senza toglierla; poi la stacca dal foglio.*
1204. Ayoub: Adesso con la forbice ha tagliato quei… quadratini di azzurro.

[81] *Non so se è opportuno insistere sulla precisazione linguistica del 'tagliare' invece di 'togliere'. Questa distinzione, destinata comunque a durare per un tempo limitato, deriva dal fatto che nei video, che costruivamo in una fase precedente alle Scene Dinamiche, prima si coloravano le parti uguali, poi si tagliavano con una forbice le relative strisce e infine si toglievano le parti uguali. In queste fasi iniziali consideriamo ancora funzionale questa distinzione, che favorisce il riconoscimento di due momenti successivi della soluzione dell'equazione: (in questo caso) il cambio di rappresentazione di 11 in 7+4 (il taglio della striscia in due parti, rappresentato dal simbolo di una piccola forbice, v. F 139) e la cancellazione dei numeri uguali (il togliere le strisce uguali colorate che traslano all'esterno della slide).*

1205. IR: E quanti erano?
1206. Ayoub: Sette.
1207. *IR fa andare avanti la scena. Le due strisce azzurre scorrono contemporaneamente verso sinistra ed escono dalla slide* (F 138). *Poi la linea tratteggiata verticale gialla sinistra si sposta verso destra sino alle strisce rimaste, ricompare la graffa, compaiono due strisce grigie e una forbice* (F 139).
1208. IR: E quindi allora lui ha tolto il 7 sopra e il 7 sotto e quanti sono rimasti i bianchi? L'azzurro è andato via e sono rimasti 4. E adesso cosa ha fatto?
1209. Nicola F.: Ha evidenziato di grigio altri 7.
1210. IR: Altri 7?
1211. Nicola F.: Delle strisce… non ho capito di quanti quadretti.
1212. IR: Se tu guardi qua forse lo capisci (*indica l'equazione e le due strisce grigie*).
1213. *Qualche bambino dice che sono 7 quadretti grigi e altri che sono 9 quadretti grigi.*
1214. *IR conta assieme ai bambini i numeri di quadratini delle diverse parti e domanda cosa ha fatto dopo Brioshi.*
1215. Veronica D.: Prima ha evidenziato di azzurro il numero 7 di sopra.
1216. IR: E sotto cosa ha fatto?
1217. Giorgia: Ha sempre evidenziato 7, però 7 non era, erano 11 e ha colorato un pezzo del numero 11.
1218. IR: Quindi come vede Brioshi il numero 11? Per poter prendere 7 quell'11 lo vede come cosa? Per poter togliere 7 come puoi rappresentare 11?
1219. Marco D.P.: 11-4[82].
1220. IR: Sì, però tu fai il calcolo… devi rappresentare 11 in modo che si capisca che è formato…[83]
1221. Laura: 7+4!
1222. IR: Esatto! Brioshi ha visto 11 come 7+4 e ha tolto il 7 Poi cosa ha fatto?
1223. Alice: Ha evidenziato il 9 sopra e anche sotto.
1224. IR: Ma per poter evidenziare il 9 come ha visto il 12?
1225. Marco V.: Come 9+3.
1226. IR: Il 12 l'ha visto come 9+3, qui (*indica la striscia grigia sopra*) c'è un 9 e qui (*indica quella sotto*) c'è un 9.
1227. *I bambini confermano che Brioshi ha tolto 9 da entrambe le parti.*
1228. IR: *Fa andare avanti la Scena: le due strisce grigie scorrono verso sinistra, escono dalla slide, la graffa e la forbice scompaiono* (F 140)*; la striscia di 4 quadratini si sposta verso destra e si unisce a quella di 3 quadratini* (F 141)*; la linea tratteggiata gialla sinistra si sposta nuovamente verso destra* (F 142). A questo punto cosa fa?





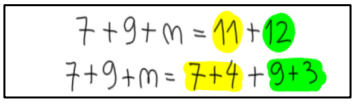


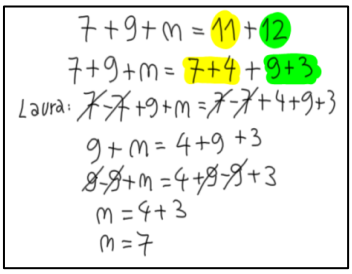
[82] *Bisognava controbattere che 11-4 è una rappresentazione di 7 non di 11. La precisazione sarebbe stata opportuna, ma in quel momento avevamo capito che Marco non rappresentava 7, ma calcolava 7, e IR è intervenuto in questo senso. C'è da dire anche che in quel momento non ci siamo accorti di questa ambiguità.*

[83] *È paradossale che si rifiuti la rappresentazione di 7 come 11-4, bisognava accettarla e poi scrivere 11 come (11-4)+4, se il bambino fa il conto non ha importanza. Non sono molto d'accordo; a parte il fatto che gli alunni non hanno esperienza con le parentesi, avremmo dovuto interrompere la discussione e addentrarci in aspetti formali troppo sottili per l'età. Abbiamo preferito puntualizzare un aspetto sul quale si è ragionato molto assieme alla classe - la differenza fra risolvere e rappresentare - su cui sapevamo che gli alunni sono in grado di seguirci. Aggiungo che, se verificheremo che in questi primi due anni gli alunni hanno acquisito buone competenze anche nell'ambito della riflessione sulla struttura dei numeri, dal prossimo anno potremo addentrarci anche in riflessioni più evolute dal punto di vista matematico.*

F 140 F 141 F 142

1229. *I bambini esclamano*: Ah! Aggiunge 3 a 4!
1230. Marco D.P.: Aggiungo 4 a 3 che è diventato 7.
1231. Marco V: Io so cosa significa!
1232. IR: Cosa significa?
1233. Marco V: Significa che Brioshi ha trovato il numero di libri sul terzo scaffale!
1234. IR: Bene! Com'era all'inizio la situazione?







F 143 F 144 F 145

1235. Bambini: 7+9+m.
1236. IR *scrive alla LIM quello che dicono*[84] *e continua =11+12.* Poi cosa ha fatto Brioshi?
1237. Nicola F.: Ha preso le strisce che una è di 7…
1238. IR: Sì, ma sei capace di rappresentarlo in linguaggio matematico?
1239. *Nicola racconta quello che ha fatto Brioshi fino a quando toglie le strisce azzurre.*
1240. IR: Come ha visto Brioshi il numero per poter togliere 7?
1241. Nicola F: Brioshi ha rappresentato 11 come 7+4.
1242. IR: Cioè l'ha rappresentato in… fo…
1243. Nicola F.: … in forma non canonica!
1244. *IR scrive sotto dettatura dei bambini 7+9+m=7+4.* Poi ha fatto la stessa cosa col 12… *i bambini dettano 9+3 e IR lo scrive evidenziando con colori diversi le rappresentazioni corrispondenti.* (F 143) Adesso cosa fa?
1245. Marco D.P.: Ha tolto 7 e l'altro 7.
1246. IR: Secondo voi come possiamo rappresentare per Brioshi che ha tolto i 7?
1247. Laura: Meno 7.
1248. IR: Mi sembra un'ottima idea, scriviamola, dove vuoi mettere il meno 7?
1249. *IR scrive sotto dettatura 7-7+9+m= poi Laura non sa continuare.*
1250. IR: Vi aiuto… Laura propone di togliere 7 da tutte due le parti, bisogna che il '-7' lo mettiamo da qualche parte qui dentro, dove lo mettiamo?
1251. *La discussione è vivace e ci sono molte proposte. Gli alunni scelgono il 7-7 da entrambe le parti.*
1252. Riccardo M.: Adesso togliamo il 7.
1253. IR: Perché puoi togliere il 7?
1254. Riccardo M:. Perché abbiamo scritto 7-7.
1255. IR: Ma perché puoi togliere 7-7? Perché 7-7…
1256. Bambini: … è zero!
1257. IR: Siccome 7-7 è uguale a zero posso toglierlo. I matematici fanno così e mette le barrette sui 7. Cosa rimane allora?
1258. *I bambini dettano 9+m=4+9+3.*
1259. IR: Poi cosa aveva fatto Brioshi?
1260. Bambini: Aveva tolto entrambi i nove.
1261. Riccardo M. detta 9-9+m=4+9-9+3. Poi toglie i 9, perché dice che 9-9 fa zero.
1262. IR: E cosa rimane?
1263. Riccardo M.: m=4+3. (F 144)
1264. IR: E cioè m è uguale… ?
1265. Bambini: È uguale a 7.

[84] *I bambini ricordano molto bene e ricostruiscono quello che hanno fatto.*

1266. IR: Allora che cos'è 7?
1267. Andrea: È il numero della libreria.
1268. IR. Cosa vuol dire m=7?!?
1269. Giorgia: Il numero dei libri sul terzo scaffale della libreria rossa è 7. *IR scrive la frase alla LIM ed evidenzia assieme agli alunni le parti corrispondenti nelle frasi in linguaggio naturale e in linguaggio matematico.* (F 145)

[VR 257-267 Fine][85]

.[86]

[85] *Prosegue l'attività precedente e (1170) gli alunni pervengono alla rappresentazione per Brioshi della situazione problematica proposta. Inizia la presentazione della Scena Dinamica. Contribuiscono attivamente 12 alunni su 25 (situazione consueta). Siamo in presenza di quella fase che abbiamo chiamato 'Allestimento della Scena', in cui si rappresenta l'equazione iniziale:*

$$7+9+n=11+12.$$

(1171-1196): Prima parte: le difficoltà per gli alunni consistono nell'individuazione delle corrispondenze fra i simboli dell'equazione e gli elementi della Scena:

- *i numeri diversi e le strisce di lunghezze corrispondenti;*
- *le addizioni fra i numeri e le strisce disposte come segmenti adiacenti;*
- *l'uguale e le due linee verticali gialle tratteggiate;*
- *l'incognita e il tondo rosso col punto interrogativo che, una volta posizionate le altre strisce, può essere sostituito da un segmento rosso;*

(1197-1274): Seconda parte: si rappresentano i movimenti dell'animazione; gli aspetti che gli alunni devono cogliere riguardano:

- *la scomposizione della striscia lunga 11 quadratini in due strisce lunghe rispettivamente 7 e 4:*

$$7+9+m=7+4+12;$$

- *una scomposizione analoga della striscia lunga 12 quadratini in due strisce lunghe rispettivamente 9 e 3:*

$$7+9+m=7+4+9+3;$$

- *togliere le due strisce lunghe 7 quadratini sia sopra che sotto e fare altrettanto con i due 9; le strategie per fare questo possono essere diverse; gli alunni di questa classe hanno trovato la seguente,* (F 144)*:*

$$\cancel{7}\ \cancel{7}+9+n=\cancel{7}\ \cancel{7}+4+9+3$$

$$\cancel{9}\ \cancel{9}+n=4+\cancel{9}\ \cancel{9}+3$$

- *accostare le strisce rimaste 4 e 3:*

$$n=4+3$$

- *trovare la lunghezza della striscia rossa:*

$$n=7.$$

[86] *La discussione è molto bella, mi pare che l'animazione funzioni. È bello vedere in seconda primaria tanta consapevolezza.*

Sedico (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*Ins. di classe+ Giancarlo Navarra*

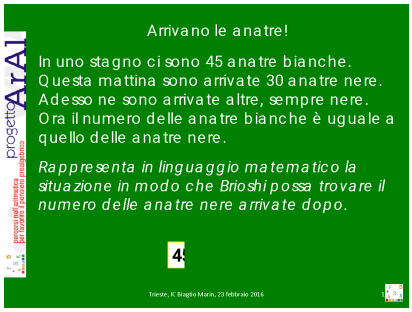
Commenti dell'IR Giancarlo Navarra
Commenti di Nicolina Malara

7 aprile 2016 17

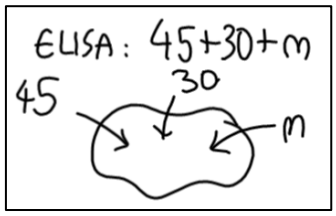
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con incognite;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

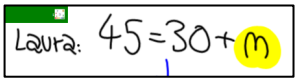
Prosegue l'attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare *e si continuano a sperimentare le Scene Dinamiche (v. Trascrizione 14, Commento 58).*



F 146



F 147

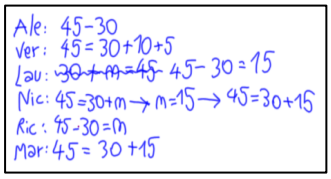


F 148

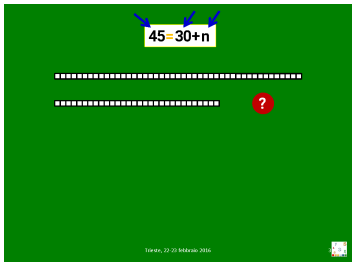
[VR 268-285]

1270. *IR invita i bambini a ricordare i due problemi ("quelli con lo sfondo verde") che abbiamo visto nelle ultime settimane.*
1271. Giorgia. I due problemi erano uno sulla libreria rossa e uno sulla libreria blu.
1272. IR: Ma no, questi sono un unico problema!
1273. Alice: Uno sulle librerie e uno sulle anatre bianche e nere.
1274. IR: Chi si ricorda grosso modo come era il problema delle anatre?
1275. Andrea: C'erano da trovare le anatre che arrivavano dopo. Bianche e nere.
1276. Alice: C'erano delle anatre bianche che sono arrivate la mattina, poi delle anatre nere che sono arrivate al pomeriggio e delle anatre bianche che sono arrivate la sera.
1277. IR: E sapevate tutti quanti i numeri?
1278. Veronica D.: Il numero delle anatre bianche era lo stesso numero delle anatre nere.
1279. IR *mostra il testo del problema* (F 146), v (F 110) del 25 febbraio): Sapreste dirmi come rappresentiamo, e lo fate adesso nel quaderno, questo problema per Brioshi? *Chiede ad Elisa di tradurre un po' alla volta il testo e man mano che si sviluppa il dialogo con l'alunna disegna la situazione: il lago e i numeri delle anatre* (F 147). All'inizio quante anatre ci sono?
1280. Elisa: 45.
1281. IR: Poi?
1282. Elisa: Dopo arrivano altre 30 anatre nere. Dopo ne arrivano altre.
1283. IR: Come rappresenti queste altre?
1284. Elisa: Con la macchia.
1285. IR: Abbiamo visto che si può usare un'altra cosa per rappresentare il numero che non si sa.
1286. Marco V.: Possiamo utilizzare al posto della macchia una lettera.
1287. IR: È più da grandi!
1288. Martina: n rappresenta il numero delle anatre che sono arrivate dopo.

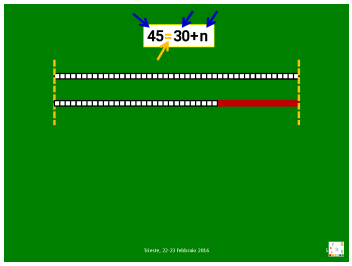
1289. *IR scrive quello che gli detta Elisa: 45+30+n.* (F 147)
1290. IR: Ora però il testo dice che il numero delle anatre nere è uguale al numero delle anatre bianche.
1291. Laura: 45=30+n. *IR scrive la frase alla LIM* (F 148)
1292. IR: Interpretate questa frase in italiano.
1293. Alice: Il numero delle anatre bianche è uguale al numero delle anatre nere arrivate la mattina più il numero delle anatre nere arrivate il pomeriggio.
1294. IR: Si può dire anche che il numero delle anatre bianche è uguale…
1295. Marco V.: … è uguale alla somma tra il numero delle anatre nere arrivate al pomeriggio e il numero delle anatre nere arrivate alla sera.
1296. I: (*fa riferimento alla scrittura proposta da Elisa,* F 147) Voglio chiedere: 45+30+n è il numero di cosa?
1297. Nicola F: È il numero di anatre in tutto che ci sono nello stagno.
1298. I: Però il problema non chiedeva quello.
1299. Nicola F.: Chiedeva se sono uguali il numero delle anatre bianche e il numero delle anatre nere.
1300. I: No, quello te lo diceva il problema che erano uguali e allora bisognava trovare che cosa?
1301. Nicola F.: Di rappresentare la situazione per Brioshi.
1302. I: E di trovare un qualcosa che non si sa.
1303. Nicola F.: Sì, di trovare il numero che fa diventare uguale il numero delle anatre nere al numero delle anatre bianche e cioè il numero delle anatre che arrivano dopo.
1304. IR: Ora vi mostrerò nuovamente il video che ci ha mandato Brioshi. Prima però vi faccio una domanda: come fareste a scrivergli come fate per trovare n da 45=30+n? Scrivetelo sul quaderno in linguaggio matematico. Raccontate a Brioshi in linguaggio matematico come fate a trovare n. Poi confronteremo le vostre risposte con quella di Brioshi.
1305. *Gli alunni lavorano individualmente per il tempo necessario. Poi IR scrive alla LIM le proposte.* (F 149)



F 149



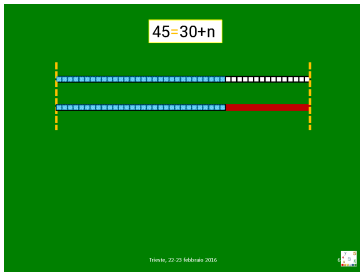
F 150



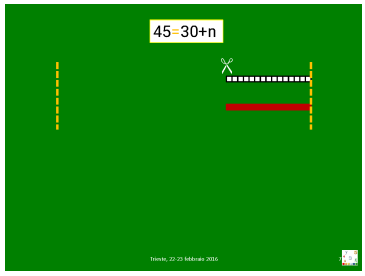
F 151

1306. IR: Alexandra *('Ale', autrice della prima proposta*), ci spieghi a parole la tua frase?
1307. Alexandra: 45 sono la anatre bianche che arrivano al mattino.
1308. IR: Va bene, ma per te 45-30 cosa rappresenta?
1309. Alexandra: 45-30 è il numero di anatre nello stagno.
1310. *Qualcuno dice no.*
1311. I: 45-30 è un numero in forma non canonica di cosa? *Alexandra non sa rispondere*.
1312. Marco V.: 45-30 è il numero delle anatre nere arrivate alla sera.
1313. I: … che noi fino ad ora abbiamo rappresentato con cosa?
1314. Marco V.: Con n.
1315. I: E quindi 45-30…
1316. Marco V.: È n.
1317. I: 45-30 è la forma non canonica di n. C'è una delle vostre proposte che ha detto questo?
1318. Riccardo M.: Sì, ce n'è uno. Io *('Ric')* ho aggiunto anche '=n'.
1319. IR: Come si potrebbe leggere questa frase qui? (*indica alla LIM la frase di Riccardo – 'Ric'*)
1320. Riccardo: Il numero di anatre che sono arrivate dopo è uguale alla differenza tra 45 e 30.
1321. IR *comincia a mostrare l'animazione (che gli alunni hanno già visto il 25 febbraio)*: Bene. Che cosa fa qui Brioshi? (F 150).
1322. Matteo. La prima striscia di carta rappresenta le anatre bianche. Il numero delle anatre bianche.
1323. IR: E cioè il numero…
1324. Matteo: 45. E quella sotto rappresenta il numero delle anatre nere, 30.

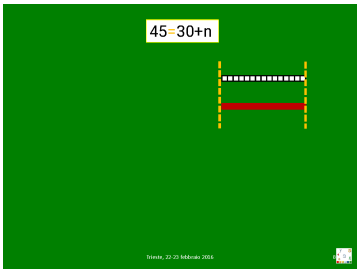
1325. IR: E questo tondo rosso con il punto di domanda?
1326. Matteo: Vuol dire la n.
1327. Martina: Per me è un altro modo per dire il numero che non si conosce.
1328. *IR mostra la mossa successiva di Brioshi e chiede a Matteo di spiegarla* (F 151), v (F 115) del 25 febbraio)..
1329. Matteo: Ha fatto delle strisce tratteggiate gialle…
1330. IR: Che rappresentano cosa?
1331. Matteo: Che rappresentano l'uguale.
1332. IR: Cioè vuol dire in pratica che questa striscia qui (*indica la striscia di 30 quadretti*) è uguale a cosa?
1333. Matteo: A 30 anatre nere.
1334. IR: Perché ha cambiato il punto di domanda con questa strisciolina rossa?
1335. Alice: L'ha cambiata, perché ha fatto vedere che 30+n = 45.
1336. IR: Cos'ha permesso a Brioshi di cambiare il punto di domanda con un strisciolina lunga così? Da cosa è stato aiutato?
1337. Laura: Dall'uguale?
1338. IR: Sì, ma in questo disegno cos'è che gli ha permesso di dire "Ah! La striscia rossa va da qua (*indica l'inizio della striscia rossa dopo la striscia lunga 30 quadretti*) a qua" (*indica la sua fine contro la linea gialla*).
1339. Laura: Il numero 45.
1340. IR: Tu dici questa striscia (*indica quella lunga 45*)… Nicola (*alza la mano*), secondo te?
1341. Nicola F: Il punto di domanda l'ha fatto diventare striscia perché così le strisce diventavano uguali.
1342. IR: Perché c'erano le linee gialle che dicevano questo (*indica la striscia sopra*) è uguale a questo (*indica le strisce sotto*) e allora a questo punto ha potuto mettere al posto del punto di domanda una strisciolina rossa.
1343. I: Secondo voi che cosa fa adesso Brioshi? Vediamo se c'è qualcuno che si mette nei panni di Brioshi.
1344. Marco V.: Evidenzia dei quadratini.
1345. I: Quali? Non cercare di ricordare, mettiti al posto di Brioshi.
1346. Marco V.: Toglierei la parte uguale da tutte due le parti.
1347. I: Che è quale?
1348. Marco V.: 30.
1349. IR: Questa cosa delle striscioline azzurre l'avete già vista in quale problema?
1350. Marco V.: In tutti e due. *IR prosegue con l'animazione e mostra le parti evidenziate in azzurro.* (F 152)



F 152 (= F116)



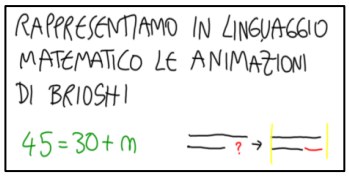
F 153 (= F 117)



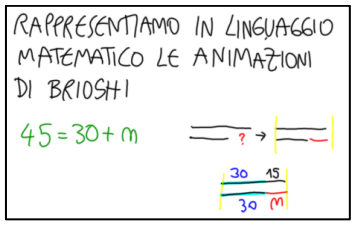
F 154 (= F 118)

1351. IR: E adesso cosa fa?
1352. Alice: Taglia quelli che ha evidenziato di azzurro e li toglie. *IR prosegue con l'animazione e fa vedere quello che ha anticipato Alice.* (F 153)
1353. IR: Dopodiché cosa fa?
1354. Alexandra: L'altra strisciolina gialla tratteggiata secondo me raggiunge l'altra parte. *IR prosegue con l'animazione* (F 154)
1355. IR: Cos'è che ci dice la strisciolina gialla messa così?
1356. Alexandra: Che quello è il risultato.
1357. IR: Non tanto che 'quello è il risultato', ma che questa strisciolina rossa…
1358. Bambini: … ha la stessa lunghezza di quella.

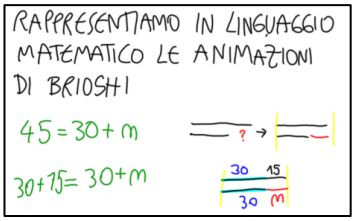
1359. IR: Adesso traduciamo quello che abbiamo visto in linguaggio matematico per Brioshi. Nicola da dove parti?
1360. Nicola F.: Ovvio che bisogna partire da 45=30+n.
1361. IR: A questo punto cosa ha fatto Brioshi? Provate a rappresentare in linguaggio matematico l'animazione dopo di Brioshi. *IR li aiuta disegnando le striscioline.* (F 155)



F 155

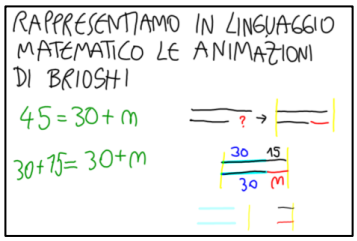


F 156

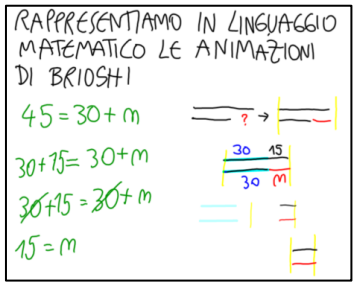


F 157

1362. Martina: Dopo ha evidenziato la parte uguale.
1363. IR: Disegnalo sulla LIM. *Martina evidenzia di azzurro le parti uguali* (F 156). Adesso traducetelo in linguaggio matematico.
1364. *La classe è molto impegnata e silenziosa, disegna e scrive.*
1365. IR *guarda nel quaderno di Riccardo M. e poi parla a voce alta rivolgendosi a tutti*: Prima di togliere Brioshi fa qualcosa… prima taglia e poi toglie, quel taglia cosa significa? Lui ha immaginato il numero in…
1366. Bambini: … in forma non canonica!
1367. IR: E cioè che forma non canonica ha immaginato Brioshi? Lui ha rappresentato il 45 come cosa?
1368. Nicola F.: 30+15.
1369. IR *scrive 30+15=30+n*. (F 157). Brioshi è furbo perché ha scomposto il 45 in 30+15!



F 158



F 159



F 160

1370. I: Come diceva Marco V. prima ha evidenziato le due parti uguali.
1371. IR. Cosa fa dopo Brioshi?
1372. Riccardo M.: Le toglie.
1373. *IR disegna le parti azzurre tolte e la parte e gialla e quella nera che rimangono e sono uguali* (F 158). Adesso voi cercate di rappresentare quello che ho disegnato. Vi posso aiutare dicendo che Laura la volta precedente aveva avuto un'idea formidabile e l'avevamo anche utilizzata.
1374. Marco V.: Prima dobbiamo scrivere 30+15 e poi farci una sbarra sopra al 30. Poi scriviamo =30+n e dobbiamo fare una sbarra anche sull'altro 30.
1375. IR: Cosa vuoi dire con quella sbarra Alexandra?
1376. Alexandra: La sbarra sul 30 vuol dire che lo togliamo.
1377. IR: Qualcuno di voi di ricorda la rappresentazione che aveva usato Laura? *Siccome nessuno se la ricorda IR decide di continuare con la rappresentazione proposta da Marco V.*
1378. Riccardo M.: Rimane 15=n. *IR riporta le scritture di Marco V. e Riccardo M* (F 159).
1379. *Si ricapitola l'ultima fase. IR evidenzia i disegni e le relative frasi matematiche* (F 160).

[VR 268-285 Fine][87]

[87] *Nella lezione si riprende la Scena relativa al problema delle anatre. L'obiettivo è quello di verificare l'efficacia della strategia delle Scene Dinamiche: (i) come mediatore fra un problema e la sua rappresentazione in linguaggio matematico (la fase che abbiamo chiamato 'Allestimento della Scena', in*

88.

cui si rappresenta l'equazione iniziale) e (ii) come facilitatore della successiva rappresentazione dei passaggi che consentono di individuare il valore dell'incognita. Il fatto che l'animazione del problema delle anatre sia già stata vista, anche se quasi un mese e mezzo prima (con le vacanze pasquali in mezzo) favorisce comunque in molti il recupero di qualcosa di familiare, anche se non ancora interiorizzato nei suoi significati. Contribuisce positivamente anche il fatto di aver esplorato la stessa strategia con il problema delle librerie. Abbiamo insomma la sensazione che le Scene Dinamiche possiedano una loro efficacia e possano favorire lo sviluppo del balbettio algebrico. L'argomentazione svolge, al solito, un ruolo decisivo.

Do ora una breve lettura analitica dei momenti più significativi dell'attività:

(1288-1294): matura il passaggio dalla metafora della macchia alla lettera accettata dagli alunni con semplicità.

(1297-1307): in questo, come in altri microepisodi, si cura l'interpretazione delle frasi in linguaggio matematico e la loro traduzione in linguaggio naturale. L'insegnante di classe (1301) fa questo anche con una scrittura iniziale che rappresenta in modo sbagliato il problema: "45+30+n è il numero di cosa?"; è importante che gli alunni imparino ad attribuire significati alle scritture matematiche, indipendentemente dal fatto che siano le proprie e che siano o meno corrette. Questi sono momenti importanti nello sviluppo del pensiero metacognitivo.

(1308) L'intervento di Nicola F sul significato della lettera in matematica fornisce un esempio davvero notevole della potenza di un contratto didattico che stimola la continua verbalizzazione; riconosco che l'importanza dell'intervento è emersa solo durante la sbobinatura e la riflessione sulla trascrizione (un merito importante della Metodologia delle Trascrizioni Pluricommentate)

(1309-1325): la discussione sulle frasi fa emergere quella più corretta, che verrà poi usata nelle fasi successive.

(1326-1363): continua una riflessione molto accurata per comprendere il senso dei movimenti dell'animazione e organizzare la loro traduzione in linguaggio matematico. Importanti il passaggio dal punto di domanda alla striscia rossa grazie alle linee verticali gialle (1341-1347) e il significato delle parti evidenziate in azzurro (1348-1357).

(1364-1384): la fase della traduzione procede in modo spedito, aiutata dal supporto grafico delle varie fasi.

88 *Questa discussione è veramente di alta qualità, qui si raccoglie a piene mani quello che si è costruito nelle lezioni precedenti. E' notevole la consapevolezza dei bambini nel coordinare i registri di rappresentazione verbale, grafico e simbolico. Si comincia anche a cogliere in atto l'efficacia delle rappresentazioni non canoniche.*

14 aprile 2016 18

Quando abbiamo inviato a Nicolina Malara il diario in modo che lei lo potesse commentare, leggendo le sue osservazioni ci siamo resi conto che era necessario migliorare la presentazione favorendo la comprensione della relazione fra il testo e le figure di supporto. Abbiamo concordato pertanto di inserire due premesse a questo diario.
Nella prima illustriamo sinteticamente il Progetto *'Approccio alle equazioni attraverso l'allestimento di 'scene dinamiche'.* Chi lo conoscesse già può saltarla.
Nella seconda presentiamo l'attività che abbiamo proposto alla classe in questo incontro. Riteniamo opportuno introdurla perché è sempre difficile individuare dei 'fermi immagine' che facciano capire una animazione e vorremmo in questo modo favorire il lettore e illustrare la strategia seguita.

1) Il progetto

Presenta questa struttura:



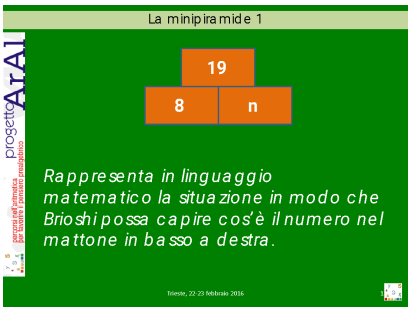
Ne illustriamo brevemente le ragioni.
Accade molto spesso in questa classe (sin dalla prima) e in altre classi aderenti al progetto ArAl che, una volta elaborata la rappresentazione (in forma di equazione) di una situazione problematica gli alunni, non possedendo naturalmente le conoscenze necessarie in ambito algebrico, individuino il numero 'misterioso' attraverso intuizioni, tentativi, ipotesi guidati dall'insegnante: essi esplorano con gradualità quelle che chiamiamo equazioni per gioco.
Da quest'anno scolastico stiamo sperimentando in numerose classi (inizialmente tramite dei minivideo) strategie e attività progettate per favorire il passaggio graduale dalle equazioni per gioco alla comprensione di come si comporterebbe Brioshi per individuare, da un'equazione iniziale, il valore del numero misterioso.
Interrotta per il momento la produzione dei minivideo, le nuove strategie che stiamo sperimentando (ispirate d'altro canto proprio ad essi) si basano attualmente su delle 'Scene dinamiche', presentate attraverso delle slide Powerpoint, che poggiano sull'analogia tra l'equivalenza tra i membri dell'equazione e l'equiestensione tra strisce quadrettate di diverse lunghezze alcune delle quali sono sconosciute.
Le slide mostrano l'animazione di rappresentazioni grafiche in successione che, analizzate e discusse dalla classe, fanno capire come nascono e si sviluppano le strategie per individuare il valore dell'incognita e supportano gli alunni nell'elaborare le relative rappresentazioni in linguaggio matematico.
La situazione che presentiamo in questa trascrizione si compone di queste fasi:

(a) viene proposta la situazione problematica (in forma di problema verbale);
(b) gli alunni elaborano individualmente delle rappresentazioni per Brioshi contenenti un'incognita;
(c) la classe sceglie la rappresentazione da inviare;
(d) si presenta la Scena dinamica relativa;
(e) gli alunni la interpretano e, mettendosi nei panni di Brioshi, traducono fase per fase, i vari passaggi in linguaggio matematico. Le attività in una prima fase sono collettive.

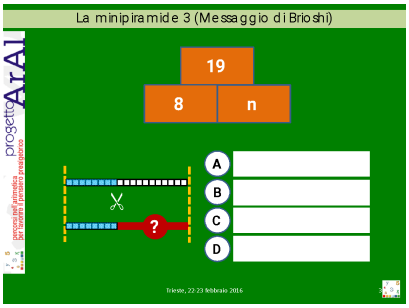
2) L'attività

La classe ha già incontrato le Scene dinamiche attraverso due situazioni problematiche: 'Arrivano le anatre' (diario 14, 25 febbraio e diario 17, 7 aprile) e 'Le due librerie' (diario 15, 3 marzo e diario 16, 31 marzo). In un primo momento, per questa lezione si è ipotizzato di proporre una nuova situazione problematica come momento di verifica delle competenze acquisite, lasciando agli alunni il compito di interpretare le varie fasi della Scena dinamica e di rappresentarle autonomamente in linguaggio matematico. La valutazione di questa ipotesi ha portato però l'insegnante di classe a non lasciare ancora agli alunni questo compito, ritenendolo troppo complesso per almeno metà classe. È stata quindi elaborata una strategia articolata nelle seguenti fasi:

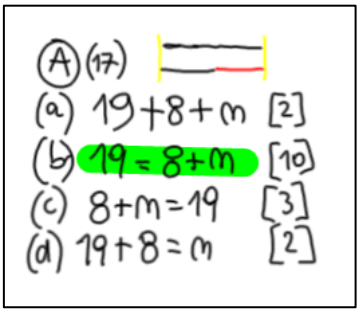
Fase 1. Si presenta nella prima slide un problema (in questo caso riguardante una minipiramide, ambiente che gli alunni hanno incontrato in prima) e si recuperano *conoscenze* (cos'è una minipiramide, quali attività erano state svolte), *competenze* (le relazioni fra i numeri nei mattoni), *definizioni* (cos'è il numero in alto rispetto ai due in basso).



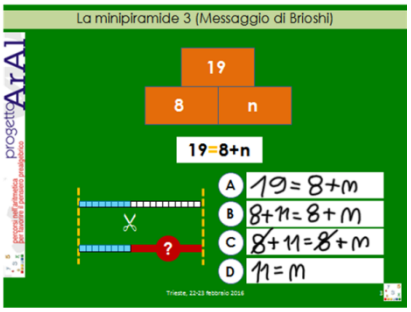
Fase 2. Si presenta nella seconda slide l'animazione della Scena invitando ad osservarla in silenzio. Man mano che l'animazione procede compaiono una di seguito all'altra quattro strisce bianche A, B, C, D; si spiega che in ognuna di esse, alla fine dell'attività, gli alunni scriveranno la rappresentazione in linguaggio matematico della relativa animazione che avranno individuato una volta ultimata la successiva Fase 3.



Fase 3. Si mostrano nuovamente, una alla volta, le fasi dell'animazione della Scena; per ognuna di esse gli alunni, individualmente, scrivono la loro rappresentazione. Come il solito, le rappresentazioni vengono poi riportate alla LIM e messe in discussione sino a giungere alla scelta della rappresentazione che si ritiene che esprima più correttamente la relativa Scena (qui a lato inseriamo come esempio le frasi trascritte alla LIM in relazione alla fase A dell'animazione).



Fase 4. Come è stato anticipato alla classe nella Fase 2, una volta completate le quattro fasi, si riportano nelle strisce bianche della seconda slide le rappresentazioni scelte dalla classe durante la Fase 3; il loro insieme evidenzia la sequenza dei passaggi, individuati dagli alunni, che portano a risolvere l'equazione iniziale 19=8+n e a trovare che il numero nel mattone in basso a destra è 11.



Commenti dell'IR Giancarlo Navarra
Commenti di Nicolina Malara

Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con incognite;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

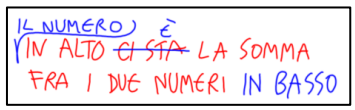
Prosegue l'attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare *e si continuano a sperimentare le Scene Dinamiche (v. Trascrizione 14, Commento 58).*

[VR 286-294]

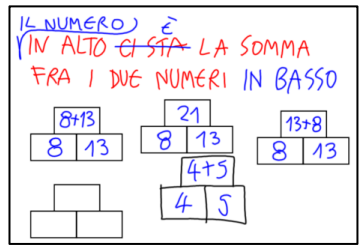
1384. *IR invita i bambini a ricordare i due problemi precedenti e poi comunica che ha deciso assieme alla maestra di proporre un problema sulle minipiramidi.* Vedremo ora un piccolo problema su una minipiramide, dopodiché vi mostreremo l'animazione di Brioshi e vedremo come lui ha rappresentato la situazione. Allora vediamo chi ricorda quello che abbiamo fatto l'altr'anno con la minipiramide.
1385. Alice: A destra si scrive un numero, a sinistra un altro e sopra si metteva il risultato.
1386. I: Invece di chiamarlo risultato come lo puoi chiamare?
1387. Veronica B.: Forma canonica.
1388. IR: Certo, e quella forma canonica cos'è rispetto ai due numeri in basso?
1389. Laura: La somma.
1390. Veronica B.: Sopra c'è la somma tra i due numeri che stanno in basso.
1391. IR: Chi migliora un pochino la frase che ha detto Veronica?
1392. Giorgia: Sopra sta la somma tra i due numeri in basso.
1393. IR: Questo assomiglia molto alla frase che ha detto Veronica B.; c'è una piccola modifica da fare che però è importante, Veronica cosa hai detto?
1394. Veronica B.: In alto ci sta la somma tra i due numeri in basso.
1395. *IR scrive alla lavagna quello che ha detto Veronica B.* (F 161).



F 161



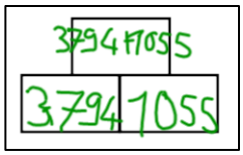
F 162



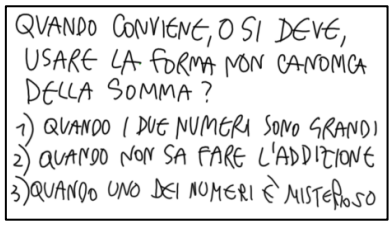
F 163

1396. Laura: In alto ci sta la forma canonica.
1397. IR: Anche questo non è sbagliato, ma c'è una parolina magica che è importantissima. Cosa c'è in alto? Se scrivo 4+5 che cosa ho scritto?
1398. Nicola F.: La forma non canonica.
1399. IR: Sì, ma è… ?
1400. Nicola F.: Un numero!
1401. IR: Di' tutta la frase.
1402. Laura: In alto c'è la somma…
1403. IR: 4+5 è la rappresentazione di che cosa?
1404. Bambini: Di un numero.
1405. Nicola F.: In alto c'è il numero che è la somma tra i due numeri.

1406. Laura: Il numero in alto è la somma tra i due numeri. *Si aggiorna la frase di Veronica B* (F 162).
1407. *Si fanno degli esempi di minipiramidi; i bambini esprimono il numero in alto in forma non canonica.*
1408. *I suggerisce di fare altri esempi e di scrivere i numeri anche in forma canonica, in modo da 'preservare' entrambe possibilità* (F 163).
1409. IR: Cosa posso scrivere sopra al posto di 8+13?
1410. Laura: 8+13 in forma canonica.
1411. IR: E cioè?
1412. Laura: 21.
1413. IR: Secondo voi quando conviene usare la forma non canonica?
1414. Laura: Conviene quando c'è un numero molto grande e tu non sai trovarlo, e uso la forma non canonica.
1415. IR: Sì… ma non capisco bene perché tu dica 'un numero' molto grande…
1416. Laura: Perché se devi dire un numero grandissimo…
1417. IR: Fai un esempio.
1418. *Laura scrive 300 e 1000, ma i bambini trovano subito la somma. IR la invita scrivere numeri più difficili.*
1419. *Laura scrive 300+1035, ma qualcuno dice subito la somma, allora scrive al posto di 330 il numero 3794. Sopra scrive la somma 3794+1035.* (F 164).



F 164



F 165



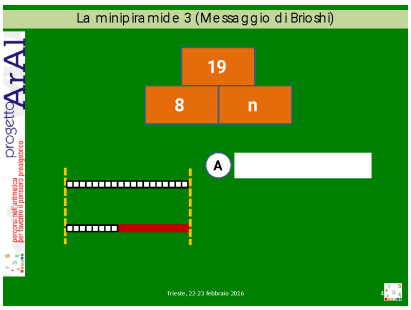
F 166

1420. *IR chiede ad Elisa cosa scriverebbe se ci fossero i numeri 5 e 4 ed Elisa risponde 9.*
1421. IR: E se i numeri sono 13 e 10?
1422. *Elisa ha difficoltà calcolare e dice 13+10, mettendo in pratica l'utilità della rappresentazione non canonica.*
1423. IR: C'è un altro caso, quando per esempio uno dei due numeri lo conoscete… ma se per esempio qui nell'altro mattone vi scrivo… (*mette nei mattoni in basso di una minipiramide n e 26*) cosa vuol dire questo?
1424. Bambini: Un numero che non conosciamo.
1425. IR: E allora sopra cosa scriviamo?
1426. Celeste *scrive e parla*: Numero misterioso più 26. È la somma tra il numero misterioso e 26.
1427. IR: Allora: quando conviene o si deve usare la forma non canonica della somma? (*Scrive alla LIM*).
1428. Laura: Quando ci sono due numeri grandi.
1429. Alberto: Quando non sa fare l'addizione.
1430. Celeste: Quando c'è il numero misterioso.
1431. *IR scrive alla LIM quello che gli alunni hanno detto.* [89] (F 165).
1432. IR: Ora vediamo il problema di Brioshi. *Mostra la prima slide e chiede di descrivere la minipiramide* (F 166).
1433. Alberto: Il disegno rappresenta una piramide fatta di mattoni.

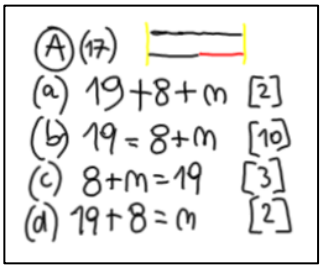
[89] *Qui manca forse l'aspetto più importante da concettualizzare: la particolare forma non canonica del numero in alto oggettiva e dà memoria della relazione che lega i due numeri in basso rispetto a lui. Abbiamo ritenuto che fosse sufficiente la definizione che dà Celeste di "somma fra il numero misterioso e 26" (1317).*

1434. I: Di quanti mattoni è fatta e come sono messi?
1435. Alberto: I mattoni sono tre e sono messi due vicini e uno sopra in mezzo. C'è il numero 8 nel mattone a sinistra e c'è il mattone a destra che ha un numero misterioso e nel mattone in mezzo sopra c'è il numero 19 che è la somma dei due numeri che stanno sotto.

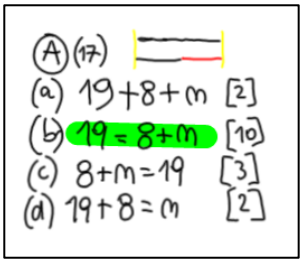
[VR 286-294 Fine][90]



F 167



F 168



F 169

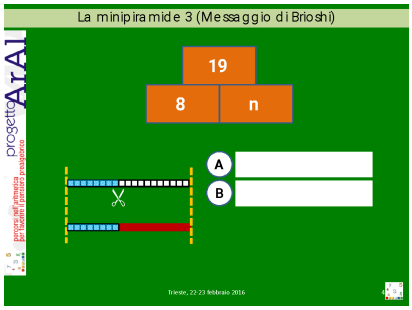
[VR 295-318]

1436. IR: Abbiamo diviso l'animazione in quattro parti, voi dovrete rappresentare in linguaggio matematico quello che vedrete in ogni parte, una parte per volta. Ogni volta ci fermeremo e voi rappresenterete quello che avrete visto. *Mostra la prima Scena dinamica* (F 167).
1437. *Gli alunni la rappresentano individualmente in linguaggio matematico.*
1438. *IR scrive alla LIM le rappresentazioni in linguaggio matematico della prima parte* (F 168).
1439. *IR chiede a Marco D.P. di venire alla LIM a dire cosa rappresentano le varie parti della Scena.*
1440. Marco D.P.: La striscia sopra vuol dire 19, e 8 sotto e il numero misterioso.
1441. IR: E le strisce verticali gialle?
1442. Giorgia: Le due strisce gialle tratteggiate ai lati significano uguale.
1443. I: Cosa c'è di uguale?
1444. Giorgia (*autrice di 19+8+n*): 8 sia sopra che sotto.
1445. *IR le chiede di rappresentare quello che ha detto con delle linee e Giorgia disegna una linea sopra di 19 quadretti e una sotto di 8.*
1446. IR: Giorgia, credo che tu non abbia capito.
1447. *Celeste alza la mano, viene alla lavagna e disegna le linee, una nera e una rossa, una dopo l'altra* (F 168).
1448. IR (*a Giorgia interdetta*): 19+8+n come hai scritto tu vuol dire tutta una striscia lunga formata da 19, 8 e n. Queste due strisce gialle cosa vogliono dire?
1449. Alexandra: Che sono uguali.
1450. IR: Sì, ma cosa è uguale a cosa?
1451. Alexandra: Allora: 19 è uguale a 8+n.

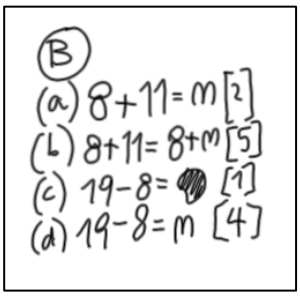
---

[90] *Come si è spiegato nella seconda premessa, il problema proposto presenta una variante importante rispetto ai precedenti e potrebbe costituire un modello nella definizione di un percorso che utilizzi le Scene Dinamiche: ogni fase è scandita mediante una lettera che la contraddistingue: A, B, C, D. Con questo accorgimento si intende aiutare a focalizzare l'attenzione degli alunni sull'interpretazione di un preciso momento dell'animazione e sulla relativa rappresentazione in linguaggio matematico.*
Al solito evidenzio le parti a nostro avviso principali dell'episodio:
(1384-1389): si recuperano conoscenze e termini relativi alle minipiramidi (esplorate all'inizio della prima);
(1390-1399): si cerca di far emergere cos'è quello in alto (un numero) superando frasi generiche come "sopra c'è… "(1390), "In alto ci sta…" (1394, 1402, 1405); senza soggetto come "La forma canonica" (1398), "Un numero" (1400). La definizione finalmente viene formulata (1406) come risultato di un lavoro collettivo.
(1413-1433): si sviluppa un microepisodio molto importante per le sue implicazioni a livello metacognitivo: invitiamo gli alunni a riflettere su quando conviene ricorrere alla rappresentazione non canonica di un numero.

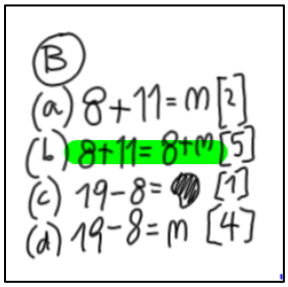
1452. IR: Quindi tra tutte le frasi che avete scritto qual è quella che va meglio?
1453. Celeste: 19+8+n. *Viene evidenziata in verde* (F 169).
1454. *IR prosegue nell'animazione (B)* (F 170).
1455. *IR chiede di passare alla rappresentazione.*
1456. *Gli alunni lavorano individualmente.*
1457. *IR scrive le frasi elaborate dagli alunni e apre la discussione per individuare la frase più corretta* (F 171).
1458. Marco V.: Per me è 8+11=8+n.
1459. Martina: Ha evidenziato 8 sopra e 8 sotto.
1460. *La frase indicata da Marco V. e da altri viene evidenziata in verde* (F 172).
1461. *IR mostra come prosegue l'animazione in cui le due strisce azzurre quadrettate si spostano verso sinistra ed escono dalla slide* (F 173).
1462. *IR chiede di passare alla rappresentazione.*
1463. *Gli alunni lavorano individualmente.*
1464. *IR scrive le frasi elaborate dagli alunni e apre la discussione per individuare la frase più corretta* (F 174).
1465. Martina: Ha tolto le due parti uguali.



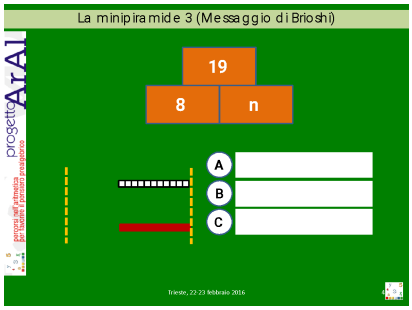
F 170



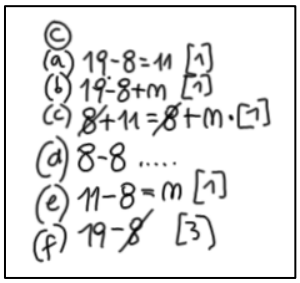
F 171



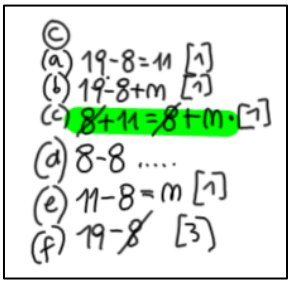
F 172



F 173

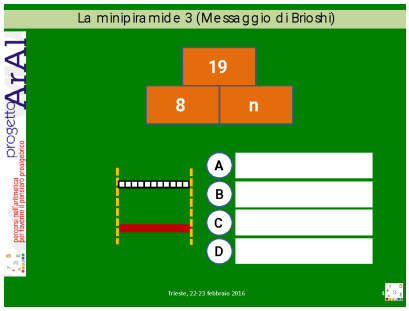


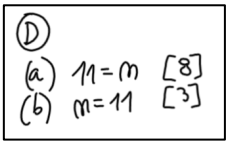
F 174

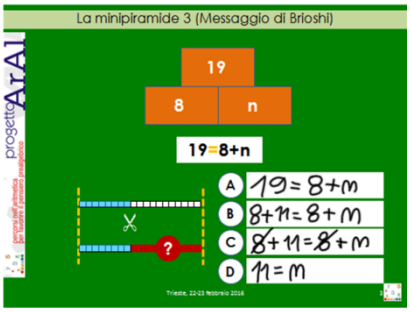


F 175

1466. IR: Quale frase fa vedere meglio che si tolgono le due parti uguali?
1467. Alice: 11-8=n.
1468. IR: Secondo te le due strisce che si allontanano vogliono dire 11-8=n?
1469. Marco V.: Secondo me 8+11=8+n e poi le sbarre (la (c) in F 174).
1470. *Gli alunni concordano e si evidenzia in verde la (c)* (F 175).







F 176 F 177 F 178

1471. *IR mostra come prosegue l'animazione: la striscia tratteggiata gialla sinistra si sposta verso destra* (F 176).
1472. *IR chiede di passare alla rappresentazione.*
1473. *Gli alunni lavorano individualmente*.
1474. *IR scrive le frasi elaborate dagli alunni e apre la discussione per individuare la frase più corretta* (F 177).
1475. Alberto: n=11, perché tutto quello che abbiamo fatto con la n si riesce a capire che è uguale a 11.
1476. Marco V.: Sì, è giusta, ma secondo me è più giusta 11=n, perché secondo me 11 visto che rimane nella riga in alto cioè la prima, rappresenta meglio il disegno.
1477. IR: Siamo partiti sempre dall'alto e sopra cosa c'è?
1478. Bambini: 11.
1479. IR: Allora, Alberto, va benissimo quello che dici tu, ma avevamo deciso di cominciare sempre dall'alto.
1480. *IR riporta le quattro frasi scelte ed evidenziate in verde, che vengono dettate dagli alunni* (F 178).
1481. Alexandra: 19=8+n.
1482. Martina: 8+11=8+n.
1483. Celeste: 8+11=8+n, e metto le due sbarre sull'8.
1484. Paolo: 11=n.

[VR 295-318 Fine][91]

[91] *La divisione in quattro momenti nitidamente scanditi ha favorito l'organizzazione delle relative rappresentazioni in linguaggio matematico; le Scene dinamiche si stanno mostrando efficaci per lavorare sulle* pseudoequazioni.
Un piccolo scambio (1476-1480) ci ha portato a riflettere (a tavolino) su una scelta introdotta sin dall'inizio in questa strategia (era presente anche nei minivideo) con lo scopo di favorire negli alunni il controllo sui significati degli elementi che compaiono nell'allestimento della Scena (strisce quadrettate, rosse, ecc e loro posizione tra le linee verticali gialle) in relazione agli enti dell'equazione. Si era quindi pensato che il membro di sinistra fosse rappresentato dalla striscia (o dalle strisce) in alto della Scena e quello di destra dalla striscia (o dalle strisce) in basso. L'esperienza nella classe porterebbe a ritenere che questa fissità non sia necessaria e che i membri dell'equazione siano rappresentabili indifferentemente dall'una o dall'altra delle strisce, in alto o in basso che siano. Questo, per altro, è coerente con la proprietà simmetrica dell'uguaglianza per cui i membri dell'equazione sono interscambiabili.
Un'ultima osservazione di metodo: la trascrizione delle frasi proposte dagli alunni (in questo diario: F 168, 171, 174, 177*) dovrebbe condurre ad una riflessione su tutte le frasi, anche su quelle errate, favorendo approfondimenti, confronti, interpretazioni. In questo caso questa prassi non viene seguita per non interrompere la continuità dell'attività. Ma, di norma, come si vede nei diari precedenti, si cerca di favorire un discussione ampia e approfondita.*

Commenti dell'IR Giancarlo Navarra
Commenti di Nicolina Malara

21 aprile 2016 19

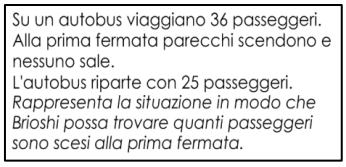
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con incognite;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

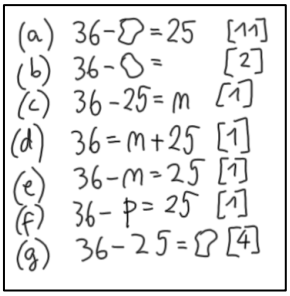
Prosegue l'attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare *e si continuano a sperimentare le Scene Dinamiche (v. Trascrizione 18, Premessa 1).*

[VR 295-318]

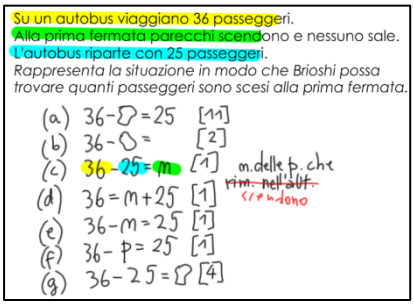
1485. IR: Anche oggi vi presenteremo un problema. Voi proverete a rappresentare per Brioshi quello che vedrete. La novità è… vi ricordate che le altre volte vi facevamo vedere l'animazione? Questa volta sarete voi a venire a farla alla LIM. Dovrete immaginare che quelle che vedrete siano delle striscioline di carta tagliate che voi sposterete. Quindi sarete soprattutto voi a fare l'animazione che poi manderemo a Brioshi per vedere se LUI la capisce. Adesso vi mostro il problema e voi provate a risolverlo (F 179).



F 179



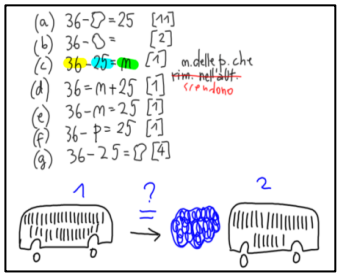
F 180



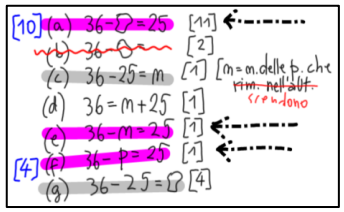
F 181

1486. *I e IR chiedono cosa significhino i numeri presenti nel testo.*
1487. Anna B: 36 è il numero di passeggeri che erano sull'autobus. 25 sono i passeggeri che sono saliti dopo sull'autobus.
1488. I: Leggi di nuovo il testo. *Anna rilegge ma non parla.*
1489. *IR chiede ad Alexandra di raccontare la storia e Alexandra la racconta in modo semplice e comprensibile.*
1490. *Gli alunni lavorano individualmente, poi dettano a IR le loro rappresentazioni che vengono scritte alla LIM.* (F 180). *Si apre la discussione.*
1491. *IR chiede cosa significa n.*
1492. Eleonora: n è il numero dei passeggeri che rimangono nell'autobus.
1493. Riccardo M.: No, nell'autobus ne rimangono 25.
1494. I: Allora n cosa rappresenta?
1495. Eleonora: Mi sono confusa.
1496. IR: 36 passeggeri erano sull'autobus, alla prima fermata scende un certo numero di passeggeri, come lo indichiamo?
1497. Eleonora: Con la n.
1498. IR: Infine l'autobus riparte con 25 passeggeri. *IR colora con colori diversi le frasi nel testo e i numeri corrispondenti nella frase (c).* (F 181)

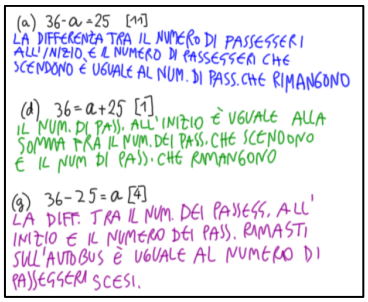
1499. Nicola F.: Io avevo pensato che la p *(nella frase f)* vuol dire passeggeri.
1500. IR: No. La n *(nelle frasi c, d, e)* non vuol dire passeggeri, vuol dire caso mai…
1501. Riccardo M.: … numero.
1502. IR: Vuol dire numero di passeggeri. Allora cosa è per voi n e cosa è p?
1503. Nicola F.: n vuol dire numero che tolgo di passeggeri e p anche vuol dire passeggeri, tolgo passeggeri.
1504. IR: Ma tu non togli mica passeggeri nella rappresentazione per Brioshi, togli il numero di passeggeri.
1505. *Paolo sceglie come miglior rappresentazione la (f), ma non sa spiegare perché.*
1506. Nicola R: Per me va bene 36-macchia=25 *(a)*, perché 36 erano i passeggeri sull'autobus, macchia quelli che sono scesi alla prima fermata e 25 sono quelli rimasti sull'autobus.
1507. *IR disegna l'autobus alla prima fermata* (F 182)*: Alberto dice che nell'autobus ci sono i passeggeri che sono saliti all'inizio, poi ci sono i passeggeri rimasti e quelli scesi sono nascosti da una nuvola di polvere sollevata dall'autobus che è ripartito.*



F 182



F 183

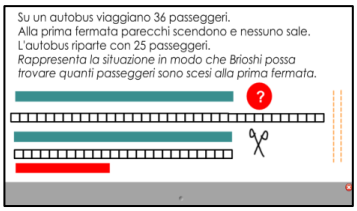


F 184

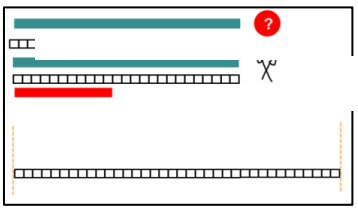
1508. *IR chiede cosa nasconde la nuvola di polvere.*
1509. Alberto: Nasconde il numero di parecchie persone che sono scese alla prima fermata.
1510. IR: Allora secondo voi il numero di passeggeri di quando l'autobus sta arrivando (*indica la figura 1*) è uguale (*scrive l'uguale con sopra il punto di domanda*) al numero dei passeggeri sull'autobus quando parte (*indica la figura 2*) assieme al numero di passeggeri che adesso non vediamo perché sono nascosti dal fumo e che sono scesi?
1511. Alberto: Sì, perché anche se sono scesi e prima erano sull'autobus sarà lo stesso numero!
1512. Laura *(rilegge i disegni)*: Sull'autobus a sinistra c'è il numero di passeggeri che c'erano all'inizio e a destra c'è il numero di passeggeri che, quando certi sono scesi, sono rimasti su e dietro alla nuvola c'è il numero di passeggeri che sono scesi.
1513. I: A destra e a sinistra c'è lo stesso numero?
1514. *Laura dice di sì, confermando che la frase di Alice (d) è vera.*
1515. *Si avvia una discussione per scegliere tra le frasi giuste quelle con il simbolo migliore fra la nuvola, p e n.*
1516. Riccardo M.: Io sceglierei la n o la p invece della macchia, perché sono più da grandi.
1517. *Celeste sceglie la frase (a) e I le domanda il perché della scelta.*
1518. Celeste: Perché 36 è il numero dei passeggeri sull'autobus, meno i passeggeri che scendono e che nessuno sale, è uguale al numero di passeggeri che rimangono sull'autobus.
1519. *IR chiede quali altre frasi assomigliano alla (a).*
1520. Celeste: La (e), perché 36-n=25.
1521. IR. E la (f)?
1522. Celeste: Anche.
1523. *IR evidenzia in viola le frasi individuate da Celeste e poi chiede quali altre frasi si potrebbero evidenziare in grigio.*
1524. Alberto: Io evidenzierei di grigio 36-25=n *(c)* e 36-25=macchia *(g)*.
1525. *IR chiede qual è la differenza di significato tra le frasi evidenziate.*
1526. Alberto: Le viola sono quelle che risolvono il problema, invece le grigie sono quelle che si trova il numero dei passeggeri che scendono. (F 183)
1527. I: E la (d)?
1528. Alberto: La (d) dice che anche se tolgo o aggiungo per trovare l'intero, puoi sempre trovare quello

che devi trovare. Puoi dire che se c'è 25 e un certo numero dei passeggeri scende, dovrò trovare il numero. Io ho pensato: allora, le unità sono 6 e per raggiungere dopo devo aggiungere una unità, e in 36 le decine sono 3 e nel numero dei passeggeri le decine sono 2, allora devo aggiungere una decina.

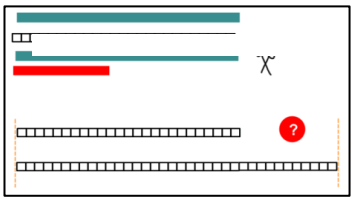
1529. IR: Mamma mia che ragionamento complicato! Guardiamo le frasi che ci sono.
1530. I: Di quelle rimaste ce n'è una che possiamo togliere?
1531. Alberto: La (b) perché 36 lo conosciamo, il numero dei passeggeri che scende non lo conosciamo, ma il numero che resta lo conosciamo, non è che non lo conosciamo! *La (b) viene evidenziata da una linea rossa.*
1532. I: Adesso vorrei che qualcuno dicesse qualcosa sulla (d).
1533. Laura: Secondo me la (d) non è giusta, perché il 36 lo conosciamo, =n non lo conosciamo ed è giusto, più 25 non è giusto perché secondo me è uguale 25!
1534. I: Allora adesso mi traduci in lingua italiana la frase (d).
1535. Laura: 36 è il numero… il numero di passeggeri è uguale al numero… alla somma fra il numero di passeggeri che scendono alla prima fermata e il numero di passeggeri che sono ancora sull'autobus.
1536. I: È giusto o no?
1537. Laura: No.
1538. I: Ripeti di nuovo.
1539. IR: Ascoltati!
1540. Laura: 36 è il numero di passeggeri che ci sono all'inizio sull'autobus.
1541. IR: Se è un film la prima scena che vedete è un autobus con 36 passeggeri.
1542. Laura (*guardando il disegno*): Il numero di passeggeri che c'erano prima sull'autobus è uguale al numero di passeggeri che alla prima fermata son scesi e quelli che sono ancora sull'autobus.
1543. I: È sbagliato?
1544. Laura: Sì.
1545. Giorgia: Il numero di passeggeri che stanno all'inizio sull'autobus è uguale al numero… alla somma fra il numero di passeggeri che scendono più 25… (*viene invitata a rileggere la frase dall'inizio*) e il numero di passeggeri che rimangono.
1546. Alexandra (*le si chiede di interpretare la (a)*): La differenza tra 36, che è il numero di passeggeri sull'autobus all'inizio, e il numero di passeggeri che discendono è uguale al numero di passeggeri che rimangono sulla'autobus.
1547. Anna M. *legge la (g)*: 36 è…
1548. IR: Devi vedere 36-25 come un'unica cosa e il nome di quella cosa è… *Anna non sa rispondere.*
1549. Riccardo M.: La differenza…
1550. Anna M.: La differenza tra 36… tra il numero dei passeggeri all'inizio e tra quelli… e il numero dei passeggeri che…
1551. Veronica D.: … che sono rimasti sulla'autobus…
1552. Anna M.: … è uguale al numero… dei passeggeri…
1553. Veronica D.: … al numero dei passeggeri che sono scesi.
1554. *IR scrive alla lavagna le frasi man mano che vengono dette* (F 184).
1555. *IR scrive la frase (d) di alice 36=n+25 e mostra il kit dei materiali per costruire la Scena dinamica* (F 185). Chi ha capito cosa farebbe Brioshi per trovare n viene qui a mostrare la situazione usando le striscioline.



F 185



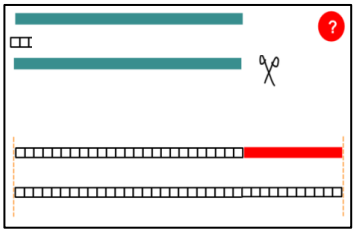
F 186

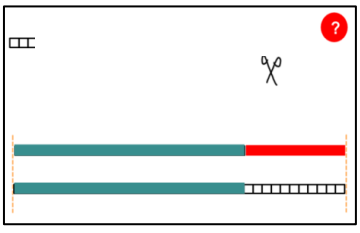


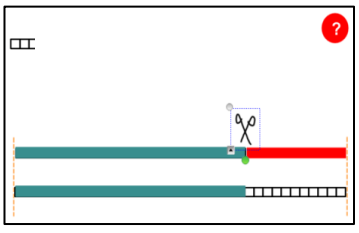
F 187

1556. I: Un bambino alla volta venga a muovere le 'pedine'.
1557. Alice: Io prendo 36 per far vedere che 36 è uguale a n+25. *Mette in basso la striscia.*
1558. Marco V.: Non là sotto!

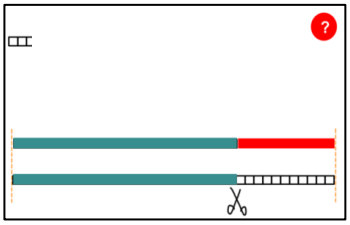
1559. Alice: Perché?
1560. Marco V.: Perché ci devono stare gli altri.
1561. Alice: Ma si possono mettere anche sopra! (*sposta la striscia in alto con aria di accondiscendenza*).
1562. IR: Posso scrivere n+25=36 invece che 36=n+25?
1563. Classe: Sì!
1564. IR: Allora ha ragione lei, si può mettere anche sotto. Che fa la prossima mossa?
1565. Elisa: Dopo metto l'uguale, a destra e a sinistra. *Sposta le due strisce tratteggiate arancione* (F 186)
1566. Alberto (*viene a fare la terza mossa)*: Prendo il numero misterioso n, perché c'è scritto 36=n+25. *Non sa se mettere la strisciolina rossa a destra o a sinistra, poi la mette a destra.*
1567. Riccardo M. (*viene a fare la mossa successiva)*: Porto la striscia 25 a sinistra del numero misterioso.
1568. Laura: Io avrei messo prima il punto di domanda, perché ci fa capire che così è il numero misterioso.
1569. IR: Vi dico cosa penso io che farebbe Brioshi, ma è molto simile a quello che fate voi. Prima metto quello che conosco, non quello che non conosco, allora prima metto 25, cosa vedo? Che mi avanza qualcosa, allora prendo il punto di domanda e cosa vedo? (F 187) Che questo segmento (*indica la striscia lunga 25*) va da qua a qua, allora posso togliere il punto di domanda e mettere il segmento rosso. (F 188) Fin qui avete preparato la scena, adesso comincia lo spettacolo.
1570. Celeste: Evidenzio le due parti uguali (*trascina le strisce azzurre sopra le quadrettate*). (F 189)
1571. IR: Che simbolo mi sono dimenticato di mettere per la striscia sopra?
1572. Laura: La forbice. *IR disegna la forbice.*

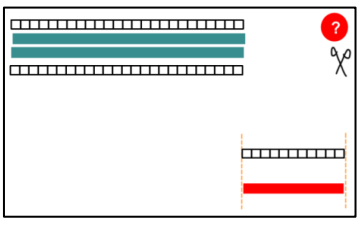

F 188

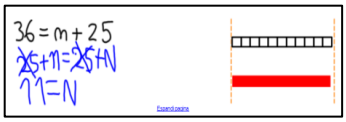

F 189


F 190

1573. Ayoub: Adesso quando è tutto fatto dobbiamo tagliare…
1574. IR: Dove?
1575. *Martina mette la forbice fra la striscia azzurra e quella rossa* (F 190).
1576. IR: È giusto dove ha messo la forbice Martina?
1577. Alexandra: No, lì non serve la forbice, perché il 25 da n sono già separati.
1578. Giorgia: La forbice va messa qua (*indica la striscia sotto*), perché queste due strisce non sono ancora tagliate. *Sposta le forbici*. (F 191).
1579. IR: Cosa facciamo dopo aver tagliato?
1580. Marco V.: Sposto la linea di uguale… ma prima tolgo le strisce azzurre. (F 192). *Torna a mettere le strisce azzurre nell'area 'kit'.*
1581. IR: Per ultima cosa rappresentiamo per Brioshi quello che abbiamo fatto.
1582. Nicola F.: Rappresentiamo la linea che abbiamo fatto… rappresentiamo 36 come 25+11 e scrivo 25+11=25+n. Adesso faccio la croce sui 25. Adesso devo fare 11=n. Il numero misterioso, cioè il numero delle persone che sono partite nel secondo viaggio…
1583. Laura: No, che sono scese!
1584. Nicola F.: Sì, che sono scese, è uguale a 11. (F 193).







F 191 F 192 F 193

[VR 295-318 Fine][92]

[92] *Riteniamo che il diario esprima chiaramente come si è sviluppata l'attività (durata un'ora e mezza) e metta bene in luce come gli alunni (16 su 24) partecipino attivamente con argomentazioni molto puntuali e quasi sempre ricche e complete e come controllino l'organizzazione delle scene dinamiche e la loro traduzione in linguaggio matematico.*
Commentiamo solo alcuni microepisodi:
(1517-1518): Celeste sceglie una frase che traduce in modo 'espressivo' la situazione problematica raccontando il suo svolgimento temporale: prima ci sono 36 passeggeri, poi un certo numero scende (il segno '-' esprime il loro andarsene) e infine l'autobus riparte con 25 passeggeri; gli autori di (e) e (f) hanno probabilmente un punto di vista simile.
(1526): avremmo potuto intervenire su quel 'risolvono' richiamando il 'rappresentare' ma non ce ne siamo accorti.
(1533): probabilmente Laura non legge la frase (d) com'è scritta davvero, ma ne dà una lettura partigiana *ritenendola scorretta rispetto alla (e) e manipolando mentalmente i segni delle due scritture: "...*più 25 non è giusto perché secondo me è uguale 25!".
(1157-1564): è importante che si sia capito che la disposizione delle strisce non deve rispettare necessariamente l'ordine degli enti nell'equazione. Probabilmente, però, mantenere le coppie sinistra nell'equazione - alto nella Scena e destra nell'equazione – basso nella Scena aiuta i più deboli.
(1568-1569): L'osservazione di Laura (1568) è importante e permette a IR (1569) di chiarire i motivi della sostituzione del tondo rosso col punto di domanda con una striscia di dimensioni 'giuste'.

Sedico (BL)	*I*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	*Ins. di classe+ Giancarlo Navarra*

Commenti dell'IR Giancarlo Navarra

3 maggio 20

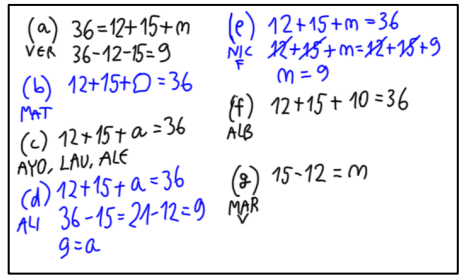
Principali obiettivi dell'incontro.
Competenze sul piano matematico (v. Pag 1):
- affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del *risolvere* e del *rappresentare*;
- risolvere semplici problemi con incognite;
- giustificare la procedura usata.

Sul piano linguistico, favorire:
- verbalizzazione e argomentazione;
- l'uso di termini specifici del linguaggio matematico;
- l'esprimersi attraverso linguaggi e sistemi di rappresentazione diversi (linguaggio naturale, linguaggio matematico, rappresentazione grafica).

Prosegue l'attività sul tema: C1 - affrontare situazioni problematiche nella prospettiva del risolvere e del rappresentare e si continuano a sperimentare le Scene Dinamiche (v. Trascrizione 18, Premessa 1).

Matteo ha una collezione di modellini: 12 auto di Formula 1, 15 trattori e alcuni aeroplani. In tutto ha 36 modellini.
Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa trovare quanti sono gli aeroplani.

F 194



F 195

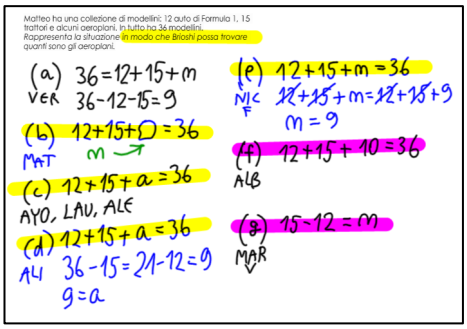
[VR 319-321]

1585. IR: Adesso vi presenteremo un problema e ognuno di voi farà da solo la sua rappresentazione e se è capace scrive anche come farebbe Brioshi a trovare il numero degli aeroplani o in un altro modo. Poi le discuteremo come il solito. *IR fa vedere il testo del problema sulla LIM.* (F 194). *I bambini leggono senza parlare e poi si mettono a scrivere la traduzione nel quaderno*.
1586. *IR scrive alla lavagna le frasi che i bambini gli dettano.* (F 195).
1587. I: Vediamo cosa avete da dire riguardo alla frase di Alberto: 12+15+10=36 *(f)*.
1588. *I chiede a Gianluca di leggere la frase, ma poi l'alunno non riesce a commentarla.*
1589. IR *gli legge la consegna*: riesci a capire "… in modo che Brioshi possa trovare" e poi pensare alla frase di Alberto?
1590. I: Chi è che aiuta Gianluca? Matteo, secondo te va bene quella frase?
1591. Matteo: No.
1592. I: Cosa c'è che non va? Guarda la tua *(b)*: hai scritto quasi uguale, ma c'è qualcosa di diverso.
1593. Matteo: Non va bene, perché su quella di Alberto c'è il 10.
1594. I: E sulla tua cosa c'è?
1595. Matteo: Sulla mia c'è la macchia:
1596. I: E quale va bene?
1597. Matteo: Quella di Alberto… no, la mia perché la macchia è il numero misterioso degli aerei.
1598. I: E chi lo deve trovare?
1599. Matteo: Brioshi.
1600. I: Invece lì chi l'ha trovato?
1601. Matteo: Alberto.
1602. I: Alberto si è messo al posto di Brioshi. Gianluca, hai capito cosa ti ha detto Matteo? Allora prova a spiegare.
1603. Gianluca: Che 12+15+10=36 non va bene perché c'è il 10 invece lì ci deve andare la macchia, perché è il numero misterioso degli aerei che ha Matteo e Brioshi deve trovare il numero degli aerei che ha Matteo.

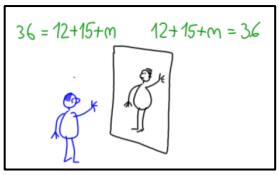
1604. I: Senti, la maestra che è oggi con noi (*è la supplente della maestra di sostegno*) è nuova e non sa chi è Brioshi, glielo dici?
1605. Gianluca: Brioshi è giapponese e non capisce il nostro linguaggio e capisce quello matematico.
1606. Riccardo M.: Io dico che la frase di Matteo è sbagliata, perché poteva usare n perché la macchia l'abbiamo usata in prima, in seconda possiamo usare n, o a, o altro.
1607. I: Ma allora è sbagliato…
1608. Riccardo M.: Per me la macchia è sbagliata, ma il resto è giusto.
1609. IR: Ti pare giusto usare il vocabolo 'sbagliato'?
1610. Riccardo M.: Sì, io metterei la n.
1611. IR: Certo, ma direi che non è che sia sbagliato mettere la macchia… diciamo che è più da grandi mettere la n. Non dire che è sbagliato, direi che 'va meglio'. E quindi allora Riccardo in quali frasi proporresti questa cosa?
1612. Riccardo M.: Sulla (b), metterei la n.
1613. IR: Quindi se sulla (b) mettiamo la n, chiedo a Nicola R:, questa frase qui diventa…
1614. Nicola R.: … più da grandi.
1615. IR: Sì, ma se la confrontiamo con altre frasi diventa…
1616. I: Volevo chiedere a Riccardo: non hanno già scelto una lettera altri bambini, non andava bene quella? Alcuni hanno messo la a: non va bene?
1617. Riccardo M.: Si può mettere anche la e o la c, ma la n va più bene, perché dice il numero.
1618. IR: Celeste, tu che eri stata così brava nell'altro diario, in questa frase se mettiamo n al posto della macchia, diventa uguale a un'altra?
1619. Celeste: Sì, diventa uguale alla (c) e alla (d).
1620. IR: Allora va bene se evidenzio in giallo quelle che sono…
1621. Riccardo M.: … e anche la prima della (e).
1622. Alice: So che è sbagliata la seconda e la terza mia.
1623. Alberto: Volevo dire che per me non è tanto giusta la (c), perché l'altra volta avevamo detto che mettevamo la n per aiutarci e non più l'iniziale del numero che dobbiamo trovare.
1624. IR: Allora stabiliamo una volta per tutte: voi potete usare una lettera o una macchia, abbiamo detto che la macchia è sbagliata?
1625. Classe: No!
1626. IR: No, ma è più da piccoli, allora rimaniamo nelle lettere, qualunque lettera va bene, ma per la mia idea io avrei usato la a, ma non come iniziale di aereo… cosa indica a? Non indica l'iniziale di aeroplano, ma…
1627. I: Cosa rappresenta 'a'
1628. Marco V.: Rappresenta il numero di aeroplani.
1629. IR: Il problema è: devo rappresentare il numero di aeroplani, con che lettera lo posso rappresentare? Se lo rappresento con la a mi ricordo che si parla di aeroplani, ma è sempre il numero degli aeroplani, puoi usare anche n, anche b, anche c. A questo punto abbiamo capito che vanno bene sia a che n, perché tutte e due rappresentano…
1630. Andrea: La stessa cosa.
1631. IR: Sì, ma quale cosa? La lettera in matematica indica…
1632. Classe: Un numero!
1633. I: C'è un'altra frase secondo me da evidenziare in giallo.
1634. Nicola F.: La uguale è la prima della (a) perché anche se è 36 prima o dopo, tipo adesso è 36=, può anche essere =36, ma comunque la frase non cambia, perché c'è uguale 12+15+n perché è uguale a 12+15+n=36.
1635. Celeste: Anche per me, perché non cambia se c'è 36 prima o dopo.
1636. Alberto: Volevo dire che la mia ha una parte sbagliata.
1637. *Si evidenziano in giallo le frasi equivalenti* (F 196).
1638. IR: Aspetta, adesso vorrei insegnarvi una cosa da grandi… guardate questo disegno, adesso prendo la (a) e la (e) e le scrivo qui. Ora vi scrivo una cosa e mi piacerebbe che in una delle prossime lezioni uno dicesse "Ah sì: queste due frasi sono uguali per… ". *Disegna un bambino che si guarda nello specchio*. Secondo voi cosa rappresenta questo disegno? (F 197)
1639. Eleonora: Uno specchio.
1640. IR: C'è dell'altro: se avessi fatto uno specchio avrei disegnato un rettangolo soltanto. Descrivi

cosa vedi.

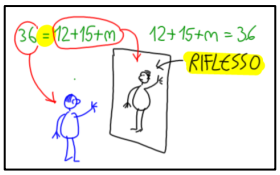
1641. Eleonora: Vedo un bambino che sta davanti a uno specchio che c'è il suo riflesso.
1642. IR: Hai usato la parola magica,… l'omino blu e l'omino nero sono la stessa cosa: l'omino nero si riflette nello specchio e allora questi due (*indica le figure*) hanno a che fare con queste… (*evidenzia in giallo il segno '=' e scrive la parola 'riflesso'*). (F 198) Adesso vi insegno un termine da grandi che capirete un po' alla volta. Possiamo… che parola possiamo usare?
1643. Nicola F: Capovolgere.



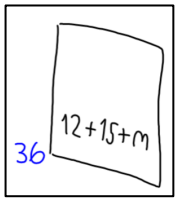
F 196



F 197



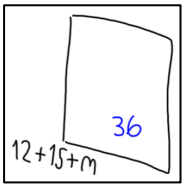
F 198



F 199

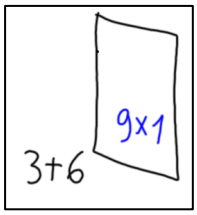


F 200

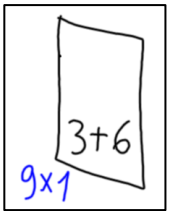


F 201

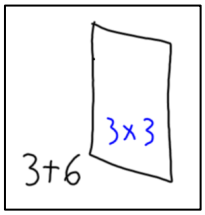
1644. IR: Oppure scambiare… è chiaro che questo 36 si riflette dentro lo specchio come 12+15+n, uno è il riflesso dell'altro. (F 199) Allora scriviamo... possiamo scambiare di posto che cosa?
1645. Nicola F.: I numeri. Due numeri in forma canonica. 36 è in forma canonica e 12+15+n è in forma non canonica.
1646. IR: È meglio dire le due parti ai lati dell'uguale. Allora scrivo che possiamo scambiare di posto le due parti ai lati dell'uguale per la proprietà…
1647. Marco V.: … riflessiva.
1648. IR: … possiamo scambiare di posto le due parti ai lati dell'uguale per la proprietà riflessiva dell'uguaglianza. (F 200)
1649. IR disegna 36 e uno specchio.
1650. I: Secondo te Veronica cosa scrive adesso dentro lo specchio? Cosa si riflette nello specchio?
1651. Celeste: 12+15+9.
1652. IR: La magia è questa… *sposta i numeri da una parte all'altra dello specchio*. (F 199 e F 201)
1653. I: Marco V, se io ti chiedo qual è la proprietà riflessiva dell'uguaglianza tu cosa rispondi?
1654. Marco V: Che le due cose… ah, i due numeri ai lati dell'uguale...
1655. I: Cosa posso fare?
1656. Marco V: … scambiarli di posto e il significato non cambia.
1657. I: Fammi un esempio?
1658. Marco V.: Allora… 7+7=14.
1659. I: E poi?
1660. Giorgia: 14=7+7.
1661. IR: Facciamo un gioco, se io adesso faccio così, guardate: (*disegna uno specchio e 3+6)*, cosa si riflette nello specchio?



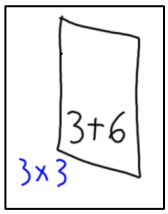
F 202



F 203



F 204



F 205

1662. Alberto: 9.
1663. IR: Oppure?
1664. Nicola F.: 3+6.
1665. IR: Oppure? Una rappresentazione moltiplicativa.
1666. Alice: 9×1. *IR scrive* (F 202).
1667. Nicola F.: 3×3.
1668. IR (*scambia i numeri da una parte all'altra dello specchio)* (F 202 e F 203) (F 204 e F 205) e 9×1 vede se stesso come 3+6. Ogni volta che voi vedete un uguale e una cosa scritta di qua (*indica a sinistra dell'uguale*) e una cosa scritta di là (*indica a destra*) sapete che c'è sempre…
1669. Bambini: … l'uguaglianza.
1670. IR: La proprietà, diciamolo tutti quanti…
1671. Bambini: La proprietà riflessiva dell'uguaglianza!
1672. IR: Perché allora è sbagliata la seconda frase di Alice? (*torna a rivedere le frasi*) (F 196, frase (d)): 36-15=21-9.
1673. Alice: Perché ho detto a Brioshi il risultato.
1674. I: Ma a parte quello…
1675. IR: Voi vedete qui dentro la proprietà riflessiva dell'uguaglianza?
1676. Alberto: Alice non ha fatto la proprietà riflessiva dell'uguaglianza, perché 36-15, se si guarda dentro lo specchio, vede 21-12.
1677. I: È vera questa uguaglianza?
1678. Alberto: No, perché 36-15 è 21 e 21-12 è 9.
1679. IR: È possibile che 21 guardandosi nello specchio veda 9?
1680. Bambini: No!
1681. Alberto: Volevo dire che anche la (g) è sbagliata, perché se c'è scritto che 15-12=n non si capisce cosa vuol dire.
1682. IR: Non solo, ma manca un dato: quale?
1683. Alberto: Il 36.
1684. Nicola F.: Volevo dire una cosa della (f), perché 12+15+10 non fa nemmeno 36, ma 37, perché bisognerebbe mettere il 9.
1685. IR: È sbagliato per due motivi.
1686. Nicola F: Uno perché ha trovato il risultato che doveva trovarlo Brioshi…
1687. IR: … e due, perché…
1688. Nicola F.: … 10 è sbagliato, perché doveva mettere il 9. *IR evidenzia le frasi in viola*. (F 196)

[VR 319-321 Fine][93]

[93] *Il nostro obiettivo era quello di valutare il livello delle competenze degli alunni nella gestione algebrica in completa autonomia di un problema e quindi: (i) nella rappresentazione della situazione in linguaggio matematico (quella che abbiamo chiamato 'allestimento della Scena') e (ii) nell'organizzazione dei passaggi per individuare il valore dell'incognita utilizzando come modello mentale le esperienze con le Scene dinamiche. Gli alunni che hanno svolto il compito sono un terzo della classe e la discussione ha coinvolto a diversi livelli – ma nel complesso evidenziando discrete-buone capacità di verbalizzazione - più di metà classe. L'analisi dell'episodio ci porta a queste note:*
(1587-1605): si continua a riflettere sulla differenza fra risolvere (f) e rappresentare.
(1606-1632): si riflette sull'uso della lettera in matematica ed emergono i nodi classici di questo tema: la lettera come evoluzione della macchia, l'uso di una lettera qualsiasi, la praticità di usare la lettera iniziale della parola, il significato della lettera come numero.
(1633-1637): l'individuazione di frasi con differenze formali ma fra loro equivalenti.

(1638-1671): si approfitta delle competenze espresse in (1635-1636) per introdurre mediante un supporto iconico la proprietà riflessiva dell'uguaglianza; l'intervento è, per così dire, un po' 'ardito' ma si è deciso di sfruttare l'occasione. Eleonora (1641) aiuta ulteriormente a procedere in questa direzione. Gli esiti sembrano positivi: si può parlare di un momento significativo - basato molto sul gioco e sull'espressività del disegno anche mediante gli scambi fra le immagini al di qua e al di là dello specchio - nell'affinamento del balbettio algebrico.
(1684-1688) L'intervento di Nicola F si sviluppa sia al livello del calcolo (viene rilevato l'errore) che a quello metacognitivo (la scrittura è comunque sbagliata perché i calcoli deve eseguirli Brioshi); ritorna il doppio piano risolvere-rappresentare.