Progetto ArAl	Italy	1	Successioni

Sassari	*1*	*1*	***2***	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	

14 gennaio 2008 Diario 1

Commenti insegnante di classe
Commenti Navarra (insegnante ricercatore, tutor)

La collana di Stella Winx

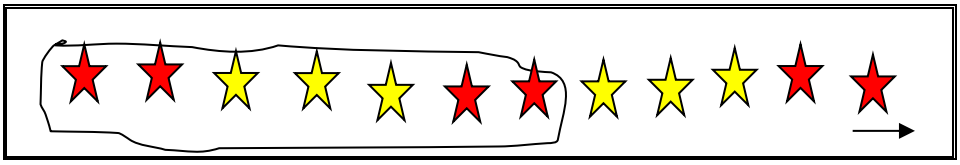
La classe seconda, composta da 15 alunni, ha fatto un percorso sulla scoperta di regolarità nel passato anno scolastico, quest'anno sono già state proposte attività finalizzate alla ripresa dei concetti di successione, modulo, infinito, analogia strutturale. In questo diario si vuole verificare il grado di "condensazione" di alcuni concetti e si prosegue con una nuova proposta: l'individuazione dell'elemento che occupa una data posizione nella successione. Si focalizza l'attenzione sulle strategie che i bambini adottano nella ricerca e si richiede la traduzione in linguaggio matematico dei processi. Si approfitta della situazione, che a me sembra idonea, sia per una riflessione sull'uguaglianza e sull'uso dell'uguale sia per un primo approccio alla nozione di opaco – trasparente nell'uso dei simboli matematici.



I: Questa che vedete rappresentata è la parte iniziale della collana di Stella Winx. È una fantastica collana, fatta di stelle, ogni tanto la fatina ne prende una dal cielo e la aggiunge alle altre stelline. Adesso la collana è lunghissima e non si sa quando la Winx coglierà l'ultima stella… Secondo voi la Winx coglie le stelle a caso?
C: Noo!
I: Ilenia ci spiega perché.
A (Ilenia): Non lo so spiegare, mi sembra che prende due rossi e tre gialli.
I: Ti stai spiegando abbastanza bene. Ora sai dire di che colore sarà la stella successiva all'ultima rossa che vediamo?
A (Ilenia): Gialla
I: Va bene, qualcuno ora dica che cos'è ciò che vediamo rappresentato.
A (Giulia): Quella è una successione che è una grande fila all'infinito.
I: Perché questa che vediamo è una successione?
A (Giulia): Perché è in ordine.
I: Cosa vuoi dire?
A (Giulia): Perché ripete gli stessi colori: rosso- rosso- giallo- giallo- giallo, cioè due più tre, 2 rossi e 3 gialli.
I: Come si chiama questa cosa che hai detto?
A (Elena M.): Si chiama modulo, per Brioshi AABBB.
I: Benissimo. Proviamo ora a dire che cosa intendiamo per modulo e che cosa intendiamo per successione. Dovete intervenire tutti, con ordine.
A (Giulia): La successione è una fila ordinata di elementi che non finisce mai.[1]
I: E il modulo?
A (Giulia): È quello che circondiamo.
A (Francesco): Il modulo è un gruppo di elementi che si circonda.
A (Aurora): Sì, è un gruppo di elementi.
I: Osservate attentamente.

---

[1] *È una frase che quasi tutti i bambini ripetono allo stesso modo, ma con quanta consapevolezza? Credo che questo potrai verificarlo solo nel tempo, ma mi pare che le premesse per un esito positivo ci siano. Siccome il tuo modo di gestire la discussione mi sembra molto collaudato ed efficace, potremmo pensare ad una sua possibile evoluzione che potenzi (e renda esplicita) la consapevolezza di cui parli: stimolare il dialogo fra pari favorendo uno scambio di idee in cui l'insegnante svolga soprattutto il ruolo di osservatore esterno, e in cui gli alunni abbiano davvero i compagni come interlocutori privilegiati. Questo potrebbe essere fatto anche, in modo più 'radicale', proponendo una situazione problematica (per esempio una successione con uno o più incognite) e lasciando liberi gli alunni di gestirsela senza (o quasi) l'intervento dell'insegnante. Oppure potrebbero essere alcuni alunni ad elaborare la situazione problematica e a gestire la successiva discussione. Evidentemente l'autonomia e la capacità di guidare una discussione dipende dall'età dei bambini, e l'insegnante sarebbe libero di intervenire promuovendo gli interventi, dando delle dritte, suggerendo spunti, e così via. Che ne pensi?*



I: Ho circondato un gruppo di elementi?
C: Sì.
I: Ho circondato il modulo?
A (Aurora): No, il modulo è una fila di elementi ordinati.
I: Giulia ha detto che la successione è una fila ordinata che non finisce mai, secondo te sono la stessa cosa?
A (Aurora): No, non è la stessa cosa, però... L*a bambina è impacciata e non riesce a terminare la frase*.
A (Francesco): Sì, sono la stessa cosa.[2]
I: Allora non c'è distinzione tra modulo e successione, non c'è differenza se uso la parola modulo o la parola successione, hanno lo stesso significato?
A (Francesco): Non sono la stessa cosa, volevo dire che sono ordinati.
I: Spiega meglio il tuo pensiero.
A (Francesco): Modulo e successione sono in ordine.
I: Benissimo. Partiamo dal fatto che sono ordinati e diamo una definizione di modulo e una definizione di successione.
A (Samuele): Il modulo è un pezzettino di una successione.
I: È un pezzettino?
A (Andrij): Io sono d'accordo, il modulo è un pezzo della successione.
A (Beatrice): È un pezzo della successione.
I: Ora circondo un pezzo della successione.



I: Ho indicato il modulo?
A (Samuele): È un pezzo ma non è il modulo.
C: Non è il modulo.
I: Sinora avete usato le parole "pezzo", "gruppo", "fila". *Le parole in questione vengono evidenziate alla lavagna.* Abbiamo visto che da sole non bastano a spiegare il significato di modulo né la differenza tra modulo e successione. Occorre uno sforzo maggiore, dobbiamo essere precisi per rendere completa la nostra spiegazione. Immaginate di spiegarlo ad un bambino di un'altra classe.
A (Michele): Il modulo è un gruppo di elementi ordinati che prosegue sino all'infinito.
I: Che cosa vuol dire "prosegue"?
A (Michele): Che può andare, che si può spostare sino all'infinito.
A (Daniele): Il modulo è una successione di elementi in ordine, infiniti.
A (Elena M.): Per me il modulo è un gruppo che può andare all'infinito.
A (Beatrice): Il modulo è un gruppo di elementi che continua all'infinito[3].
A (Daniele): Il modulo sono gli elementi raggruppati della successione.
A (Samuele): Ma cosa state dicendo! Michele dice che il gruppo è infinito. Io dico che il modulo non è infinito. La successione può continuare. Non è il gruppo infinito che continua.[4]
A (Michele): Il modulo è un gruppo di elementi e la successione è una fila.
A (Samuele): Io stavo dicendo che nel modulo non c'è un gruppo infinito.

---

[2] Francesco ha un anno in meno dei compagni ma è vivacissimo, il suo intervento appare alquanto infantile, sembra identificare l'oggetto con una sua proprietà, però recupera immediatamente.
[3] L'iterazione del modulo viene rappresentata nel linguaggio dei bambini con dei verbi che indicano movimento: proseguire, spostare, andare, continuare, ma l'ambiguità di alcune definizioni sull'idea di infinito, provoca l'intervento di Samuele.
[4] Samuele è molto arrabbiato, tiene moltissimo a questa precisazione e ribadisce il concetto più volte, successivamente.

Progetto ArAl	Italy	3	Successioni

Sassari	*1*	*1*	***2***	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	

A (Francesco): Il modulo è un gruppo di elementi che è il significato della successione.[5]
I: Spiega che cosa intendi per "significato della successione".
A (Francesco): Significa che la successione deve continuare come quello che circondiamo all'inizio. Giulia stava dicendo che proseguono gli elementi sino all'infinito, come dice il modulo, cioè 2 rossi e 3 gialli.
A (Samuele): Voglio aggiungere che la successione ha un ordine che glielo dà il modulo[6].
A (Elena R.): La successione è una fila di elementi ordinati che non finisce mai.
I: Vi fa venire in mente qualcosa che voi dite "non finiscono mai"?
G: I numeri.
I: Perché i numeri non finiscono mai?
G: Perchè sono infiniti.
A (Sergio): Due miliardi e due miliardi e uno.
S*i scatena una sorta di gara a chi "spara" il numero maggiore.*
I: Come funziona con i numeri naturali? Intanto quali sono?
C: Zero, uno, due, tre, …
I: Ebbene, cosa succede in questa vostra cantilena: zero, uno, due… ecc, diciamo nella successione dei numeri naturali.
G: Si aggiunge sempre uno.
A (Elena R.): Si fa sempre più uno fino all'infinito.
I: Ritorniamo alla nostra successione e vediamo se c'è qualche relazione con i numeri.
A (Aurora): Ecco perché! Si può sempre addizionare.
A (Andrij): Si può addizionare! Addizionare un modulo! Fai rosso, rosso, giallo, giallo, giallo, si può aggiungere un altro e tanti infiniti moduli.
A (Beatrice): La successione è diversa dal modulo perché la successione è una fila di elementi e il modulo è un gruppo di elementi che si può addizionare.
A (Samuele): Non è che il modulo continua aggiungendo una stellina, ma è il modulo che si ripete e quindi è il modulo che dà l'ordine alla successione e può continuare sino all'infinito.
A (Sergio): Gli elementi fanno il modulo quando lo circondi, ma puoi anche non circondarlo, il modulo quando lo ripeti diventa una successione.
A (Michele): Nella successione ci sono tanti moduli, perché se non ci fossero i moduli non sarebbe una successione.
A (Francesco): Il modulo è il significato della successione che ci spiega come deve continuare.
I: Molto bene, per oggi chiudiamo qui, domani continueremo a discutere con la collana della Winx.
.[7]

[5] *L'intervento di Francesco mi sorprende non poco. Ho pensato, in un primo momento, a una frase "fortunata" buttata lì, poi argomenta abbastanza bene ciò che intendeva dire. Leggendo anche l'intervento successivo di Francesco si capisce che la frase 'fortunata' è in realtà ben meditata; Francesco ha intuito molto correttamente che* il modulo *è significativo per* la struttura *della successione. È ancora un'intuizione, ma viene espressa con un vocabolo veramente felice.*

[6] *Anche Samuele esprime bene lo stesso concetto, dicendo che il modulo conferisce un ordine alla successione. 'Significato', 'ordine' sono buone metafore di qualcosa che ha a che fare con la 'struttura'.*

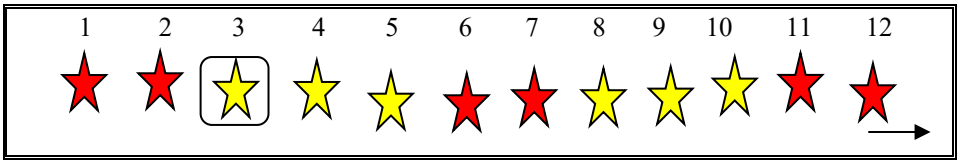
[7] *Bella la conduzione dell'attività, ottimi gli interventi, interessante la parte conclusiva in cui la classe ha conquistato il senso della differenza fra modulo e successione pensando alla successione dei naturali.*

15 gennaio 2008 Diario 2

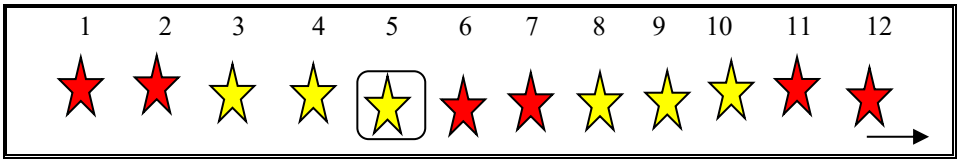
I: Riprendiamo la successione che abbiamo già visto ieri. Ora ditemi: quante stelle vedete rappresentate?
C: Dodici.



I: Di che colore è la dodicesima stella?
A (Emanuele): Rossa.
I: Ora dimmi: di che colore sarà la quindicesima stella?
A (Emanuele: È gialla. Vedi l'ultima è 12 e poi ricomincio da capo (*ritorna alla 1-2-3*) 13 - 14 - 15 ed è gialla.
I: Quindi la 15ª stella è questa qua *(circondo la prima stella gialla con un segno):*



Il percorso fatto da Emanuele, suscita reazioni diverse e la discussione si fa caotica.
I: Qualcuno vuole intervenire con ordine?
A (Fabiola): C'è un problema. Lui è arrivato alla dodicesima che è rossa, se lui va a capo e ricomincia dalla prima, non sta rispettando il modulo, sarebbero 4 rosse.
I: Avete capito quel che ha detto Fabiola?
C: Siìì.
A (Francesco): Ma tanto è gialla lo stesso.[8]
I: Vedremo se si tratta della stessa stella. Fabiola, che cosa proponi per trovare la quindicesima stella?
A (Fabiola): Che quando va a capo deve lasciare le due rosse, le prime due e continuare dalle gialle se no le rosse diventano quattro. *Parte dalla 1ª, arriva alla 12ª, torna indietro alla 3 ª, 4 ª, 5ª.*



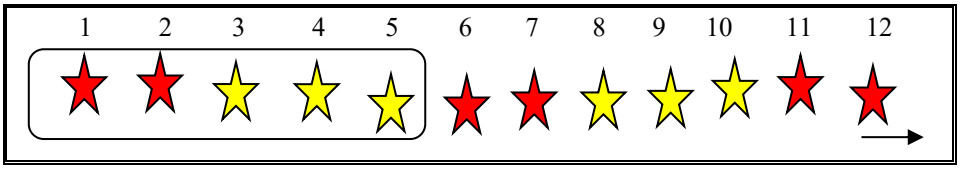
A (Sergio): Emanuele ha fatto una cosa sbagliata perché ha ricominciato e la fila non può continuare perché è chiusa, perché fa tipo un cerchio e i numeri non possono andare più avanti fino all'infinito.[9]
I: Come conteresti?
A (Sergio): Io conterei partendo da 12 e aggiungendo 3 stelle gialle che sono 15 e la quindicesima è gialla.
I: Quale delle tre stelle gialle del modulo è la 15ª?
A (Sergio): L'ultima stella gialla.
I: Francesco dice che intanto la stella indicata da Emanuele (3) è gialla e quindi è giusto lo stesso. Chi è d'accordo?
A (Samuele): Non sono d'accordo perché Emanuele non ha rispettato il modulo, e poi se quella (3) era rossa avrebbe detto rossa, non gialla.

---

[8] *Francesco evidentemente ha fatto un percorso corretto e ha capito l'errore, però secondo lui, quel che conta è il risultato perchè la risposta sembra "giusta", e non tiene conto del processo. Sembra quello che succede con alunni più grandi quando, per esempio in una espressione in cui degli errori si aggrovigliano fra loro ma il risultato è magicamente giusto, fanno fatica ad accettare il nonsenso di quella apparente correttezza (Prof, ma a me viene giusto!). Come dici tu, siccome è* il prodotto *quello che conta, se è 'giusto', non ha importanza il processo che lo ha generato. Si manifesta la stessa filosofia del goal fatto con una mano: intanto è un goal in più per la squadra del cuore.*

[9] *Sembra che Sergio, più che preoccuparsi dell'errore, non ammetta questa strategia "perché fa tipo un cerchio", associa questo procedimento ad una linea chiusa, infatti quando gli viene chiesto di contare, immagina di "aggiungere" seguendo la freccia direzionale. Comunque è importante che siano emerse questi due punti di vista: dell'andare a capo e della circolarità; almeno così si può intervenire anche su bambini che magari hanno immagini mentali analoghe ma non le esprimono. Senza questo tipo di esplorazione e di argomentazione non si riuscirebbe ad condividere i mondi mentali degli alunni, che resterebbero inevitabilmente opachi.*

A (Sergio): Oppure poteva essere blu o di un altro colore.
I: Volete dire che è solo un caso che sia gialla?
A (Samuele): Sì è un caso.
I: Avete ragione. Quindi a che cosa dobbiamo fare attenzione quando facciamo un lavoro di questo tipo?
G: Al percorso.
I: E nel percorso dobbiamo rispettare sempre... ?
C: ... il modulo.
I: Bravissimi. Andiamo ora alla ricerca della 30ª stella, dovete spiegare il percorso che fate per individuarla.
A (Elena R.): Io mi circondo il modulo[10].



A (Elena R.): Conto così: 1- 2 - 3 - 4 – 5 (*riparte dalla 1ª)* 6 - 7 - 8 - 9 - 10 (*riparte dalla 1ª)* 11 – 12... *e così via fino a 30 contando sempre gli elementi del 1° modulo.*
A (Michele): Io posso fare 2 + 3 che fa 5.
I: Che cosa rappresenta il 5?
A (Michele): Gli elementi del modulo.
I: Prova ad essere più preciso. Che cosa ci indica il 5 riferito a questo modulo?
A (Michele): Il numero degli elementi del modulo.
I: Bene, continua.
A (Michele): Allora 5 più 5 fa 10, 10 più 5 fa 15, più 5 fa 20, più 5 fa 25, più 5 fa 30 e siccome aggiungo sempre 5, la trentesima stella è gialla.
I: Avete trovato altri modi per contare?
A (Emanuele): Arrivo a 12 e poi salto le prime due e continuo, 13 *(indica la 3)* 14 *(indica la 4)* 15 (*indica la 5 e continua fino a 30 che coincide con la 10).* È gialla, l'ultima stella gialla.
A (Giuseppe): Se fa così sembra che il modulo è giallo, giallo, giallo rosso, rosso, invece è 2 rossi e 3 gialli.
A (Emanuele): Allora salto le ultime due rosse, arrivo a 10 e vado di nuovo da capo e conto 11 (1) 12 (2)… 20 vado a capo 21 (1)… *prosegue fino a 30 (10).* Vedi è come prima, gialla!
I: Forse anche prima il tuo percorso era corretto.
Emanuele non appare molto convinto e non risponde.
I: Secondo voi i due percorsi seguiti da Emanuele sono corretti? Nel primo percorso, arrivato alla 12, andava a capo e ricominciava dalla 3. Nel secondo percorso, arrivato alla 10 andava a capo e ricominciava dalla 1.
A (Fabiola): È giusto perché sempre due rosse contava quando andava a capo.
A (Beatrice): Quando contava le ultime due (11 - 12) che sono rosse e poi continuava con le tre gialle (3 - 4 - 5) rispettava il modulo e quindi è giusto.
A (Daniele): Si può anche contare così: io parto dalla stella 10 che è gialla, aggiungo un'altra volta 10 che fa 20, aggiungo un'altra volta 10 che fa 30. La stellina è gialla (10).
A (Samuele): Io conto così: 2 più 3 fa 5, ancora 5 e sono a 10 che è gialla, visto che 10 è una decina, può essere 30 la gialla perché è 10 più 10 più 10.
I: Di che colore è la 40ª stellina?
A (Sergio): Gialla, perché ne aggiungo 10.
I: E la 45ª?
A (Francesco): Gialla, da 40 aggiungo 5.
I: E la 47ª di che colore sarà?
A (Aurora): Rossa, perché se la 45 ª è gialla, la 47ª è rossa perché ne aggiungo due. Oppure si può anche contare così: vado alla 7 e aggiungo 10 e sono a 17, ancora 10 fa 27, ancora 10 fa 37, ancora 10 e arrivo a 47.
I: Molto interessante. Come ti è venuta quest'idea?
A (Aurora): Ho pensato.[11].
I: Ora vi chiedo un'ultima cosa, ognuno di voi sul foglietto, in linguaggio matematico, pensate a Brioshi, scriverà il percorso che ha fatto per scoprire di che colore è la 30 ª stella. *Consegnati i foglietti, tutto si rimanda all'indomani.*

---

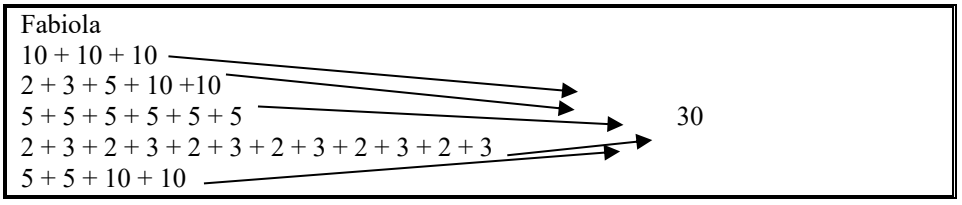
[10] La bambina con molta sicurezza circonda il modulo alla lavagna e procede nel conteggio, il suo modo di procedere può essere rappresentato con gli schieramenti, i bambini non conoscono ancora l'operazione di moltiplicazione.
[11] La classe ha lavorato alla griglia dei numeri, che ora sta appesa proprio davanti ad Aurora e credo che da lì abbia tratto ispirazione. In questo caso ha funzionato.

17 gennaio 2008 Diario 3

Si riprendono i foglietti, un paio sono bianchi, e man mano che si leggono si visualizzano alla lavagna le diverse modalità di scrittura, si scatena una sorta di tifoseria.

a) 10 + 10 + 10
b) 2 + 3 + 5 + 10 +10
c) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
d) 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3
e) 5 + 5 + 10 + 10

I: Ha avuto più successo la c) al primo posto, al secondo posto la a), al terzo posto la e). Ma questo non è importante. Piuttosto ditemi che cosa rappresentano tutte queste scritture.
A (Elena R.): Come abbiamo fatto per arrivare a 30, per trovare la trentesima stella.
A (Elena M.): È il percorso che abbiamo fatto contando.
I: Benissimo. Rappresentano dei percorsi. Cosa hanno in comune tutti questi percorsi?
G: Arrivano a 30.
G: Sono uguali a 30.
I: È vero sono uguali a 30, ma sono tutti modi per... pensate alla mascherine[12].
A (Michele): ... scrivere 30.
I: Spiega ai compagni che cosa vuoi dire.
A (Michele): Che quando scrivo 10 + 10 + 10 è sempre 30. Ognuna di queste scritture è il percorso che abbiamo fatto per portarci al numero 30.
A (Giuseppe): Anche 5 + 5 + 10 + 10 è come scrivere 30.
A (Elena R.): Anche 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 è 30.
A (Elena M.): Questi modi sono tutte scritture per rappresentare il numero 30, e rappresentare vuol dire far vedere il numero 30[13].
I: Ricordate le mascherine?
A (Giulia): C'erano dei numeri nascosti, a volte c'era nascosto lo stesso numero.
A (Daniele): Le mascherine erano diverse ma c'era nascosto lo stesso numero.
A (Aurora): Dietro c'erano alcuni numeri uguali e alcuni diversi.
A (Daniele): Erano mascherine sorelle quelle che avevano i numeri uguali.
I: Bravi. Secondo voi, c'è qualche relazione tra le mascherine sorelle e quelli che voi chiamate percorsi?[14]
A (Samuele): Saranno fratelli, nascondono il 30.
A (Michele): Eh sì sono fratelli.
A (Elena M.): Ci portano tutti allo stesso numero, allora sono fratelli.
A (Francesco): Sono tutte scritture sorelle.
I: Ricordate come avevate comunicato a Brioshi che alcune mascherine erano sorelle?
C: Siìì!!!
I: Ora cercate di comunicare a Brioshi quello che ha detto Francesco: sono tutte scritture sorelle, oppure sono percorsi fratelli, come vi pare.
I bambini lavorano individualmente e successivamente si visualizza alla lavagna quanto hanno prodotto:



I: Cosa significano le frecce?
A (Fabiola): Significano che tutte le scritture vanno a 30 quindi danno risultato 30.[15]

---

[12] *I bambini a novembre hanno lavorato all'Unità delle mascherine, ritengo che sia questa una buona occasione per riprendere i concetti allora affrontati.*
[13] *Gli alunni usano un bel linguaggio, si esprimono con proprietà, mostrando confidenza – ingenua, ma siamo in pieno balbettio algebrico – con termini come* rappresentare*, che in seguito permetterà di allargare il campo alla coppia rappresentare-risolvere.*
[14] *Bella questione. Favorisce sia l'ampliamento che l'approfondimento.*

Giulia:
10 + 10 + 10 =
2 + 3 + 5 + 10 +10 =
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 =
2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 =
5 + 5 + 10 + 10 =

I: Alla fine hai messo sempre il segno uguale, perché?
A (Giulia): Uguali a 30, voglio dire che sono tutti uguali a 30.
I: Perché non l'hai scritto?
A (Giulia): Non lo so, mi sembra giusto così.
I: Prova a leggere.
A (Giulia): 10 + 10 + 10 uguale, 2 + 3 + 5 + 10 +10 uguale, 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 uguale…

Giuseppe:
10 + 10 + 10
==
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
==
2 + 3 + 5 + 10 +10
==
2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3
==
5 + 5 + 10 + 10

I: Vuoi spiegare che significa questo segno?
A (Giuseppe): È uguale, l'ho fatto perché quando io faccio l'operazione metto il segno "uguale" per far capire a Brioshi che tutte queste scritture sono sorelle[16].
I: Sentiamo come leggi.
A (Giuseppe): 10 + 10 + 10 uguale a 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 uguale a 2 + 3 + 5 + 10 + 10 *continua perfettamente sino alla fine.*

Francesco e Samuele:
10 + 10 + 10 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 2 + 3 + 5 + 10 +10 = 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 5 + 5 + 10 + 10 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 10 + 10 = 30

I: Nei vostri lavori, alla fine, compare il 30. È il risultato?
A (Francesco): Alla fine ho fatto uguale 30 perché tutte queste strade portano al 30.[17]
A (Samuele): Ho messo 30 ma non come risultato ma perché tutti sono modi per rappresentare il numero 30.

Emanuele Sergio
10 + 10 + 10 = 30
2 + 3 + 5 + 10 +10 = 30
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30
2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 30
5 + 5 + 10 + 10 = 30

I: Come fate a comunicare che queste scritture sono sorelle?
A (Emanuele): Tutte sono uguali a 30.

---

[15] *Usa le frecce al posto del segno uguale con un significato direzionale che più direzionale non si può!*
[16] *Giuseppe è arrivato in seconda; non di rado, forse perché gli viene suggerito a casa, nel fare le operazioni in colonna usa il segno uguale.*
[17] *Francesco è stato il primo ad utilizzare il segno uguale per indicare la relazione di uguaglianza tra le mascherine. Nella prima versione del suo lavoro non compariva il 30 finale, è stato aggiunto in un secondo momento, inoltre la sua spiegazione sembra aver subito qualche influenza dall'intervento di Fabiola.*

Andrij Elena R.
30 = 10 + 10 + 10
30 = 2 + 3 + 5 + 10 +10
30 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
30 = 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3
30 = 5 + 5 + 10 + 10

A (Andrij): Infatti sono sorelle perché, come nelle mascherine, si nasconde il 30.

Elena M. Michele Beatrice Daniele Aurora
10 + 10 + 10 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 2 + 3 + 5 + 10 +10 = 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 5 + 5 + 10 + 10

A (Elena M): Sono tutte scritture uguali perchè indicano il 30.
I: Osservate bene, prendo gli esempi dai vostri lavori. Quale tra questi esempi comunica meglio che queste modalità di scrittura sono sorelle? In matematica si dice che sono equivalenti.

(a) 10 + 10 + 10 = 30 2 + 3 + 5 + 10 +10 = 30
(b) 30 = 10 + 10 + 10 30 = 2 + 3 + 5 + 10 +10
(c) 10 + 10 + 10 = 2 + 3 + 5 + 10 +10

A (Sergio): Tutte perché c'è sempre trenta[18].
A (Beatrice): Per me la (c) perché anche se non si vede 30, vogliono dire che sono uguali.
I: Spiega.
A (Beatrice): 10 + 10 + 10 è uguale a 2 + 3 + 5 + 10 +10 + 10 e vuol dire che sono sorelle.
A (Samuele): Per me la (c) perché le altre dicono che arrivano a 30 ma non dicono che sono uguali.
A (Sergio): Ma noi lo sappiamo che tutti i percorsi sono uguali, se tutti arrivano a 30 sono uguali.[19]
I: Riprendiamo le nostre scritture.

(a) 10 + 10 + 10
(b) 2 + 3 + 5 + 10 +10
(c) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5
(d) 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3
(e) 5 + 5 + 10 + 10
(h) 30

I: Io so che con la maestra Silvana avete parlato di materiali opachi e materiali trasparenti[20] Chi ricorda il significato di queste due parole?
A (Elena M).: Una cosa opaca è quella che non vedi attraverso, invece trasparente vuol dire che vedi attraverso.
A (Francesco): È trasparente la bottiglia dell'acqua, opaca la lavagna.
A (Daniele): Opaco è l'armadio, il vetro è trasparente.
A (Giulia): L'aria è trasparente.
Tutti intervengono con degli esempi.
I: Siete bravissimi. Quindi come dice Elena: opaco significa che non è possibile vedere attraverso mentre trasparente significa che si vede attraverso. Attenzione alla domanda che sto per farvi.

(a) 10 + 10 + 10
(b) 2 + 3 + 5 + 10 +10
(c) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 **OPACO**
(d) 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3
(e) 5 + 5 + 10 + 10
30 **TRASPARENTE**

I: Ho scritto alla lavagna le parole opaco e trasparente. Che cosa hanno a che fare, secondo voi, con questi modi di rappresentare il numero 30? C'è qualche relazione?

---

[19] *Sergio non coglie la differenza, come la gran parte dei bambini.*
[20] *L'argomento era stato trattato in scienze già dalla prima e come si vede non hanno scordato il significato dei termini.*

A (Sergio): Sì, perché per arrivare a 30 abbiamo fatto un percorso, tipo quando qualcuno lasciava le tracce e delle impronte per esempio 10 + 10 + 10. Tipo delle mappe che ci portano al numero 30.[21]
Tutti sono attenti ma nessuno interviene.
I: Chi vuole intervenire, siete rimasti senza parole, avete capito quel che ha detto Sergio?
A (Michele): Io volevo proseguire con l'argomento di Sergio, è giusto quello che ha detto, che lascia le tracce. Per esempio il 5 io l'ho contato 6 volte addizionandolo e sono arrivato a 30.[22]
A (Samuele): Io volevo dire che ad esempio ci sono dei numeri che sono opachi come 30, e altri numeri che sono trasparenti come 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3.
A (Giuseppe): Il 30 è opaco perché non lo puoi vedere attraverso quello che c'è.
I: Che cosa vuoi dire?
A (Giuseppe): È opaco perché dietro ha dei numeri che non puoi vedere.
A (Andrij): Il 30 è opaco perché non si vedono che ci sono tutti i modi per arrivare a 30.
A (Francesco): Il 30 è opaco perché non sappiamo il percorso della successione che abbiamo fatto.[23]
I: E invece trasparente?
A (Francesco): 10 + 10 + 10 è trasparente perché vediamo l'addizione per arrivare a 30.
I: Cerchiamo ora di riassumere. Tra tutte queste rappresentazioni, questi modi di scrivere il numero trenta, a quali si può attribuire la qualità di opaco e a quali la qualità di trasparente.
A (Giulia): Il 30 è una scrittura opaca perché non ci fa vedere facilmente i numeri che formano il 30.
A (Elena M.): Il 30 è una scrittura opaca perché nasconde dei numeri invece tutte le altre scritture ci fanno vedere come si arriva alla trentesima stella.
A (Michele): Secondo me, la scrittura più trasparente di tutte è 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3.
I: Perché?
A (Michele): Perché ci fa vedere il modulo 2 rossi e 3 gialli.
A (Fabiola): Hai ragione anche 2 + 3 + 5 + 10 + 10 ci fa vedere il modulo.
I: Avete ragione, alcune scritture sembrano più trasparenti di altre perchè ci fanno vedere più cose[24], per esempio il modulo. Bravi. Terminiamo qui.

[21] *Sergio visualizza la relazione con una similitudine di tale efficacia che viene immediatamente recepita dai compagni. È vero. Sergio è intervenuto in modo davvero molto espressivo, e anche Michele mi è piaciuto.*
[22] *A partire da espressioni come quella utilizzata da Michele (il 5 io l'ho contato 6 volte) è stata avviata la riflessione sulla relazione dei numeri nella coppia ordinata (5; 6), che ha permesso un primo approccio alla moltiplicazione come addizione ripetuta.*
[23] *Francesco conclude uno scambio molto lungo di interventi veramente interessanti, che mostrano che i bambini hanno davvero intuito il significato dei due termini.*
[24] *A questo punto, per completare la riflessione sui concetti di 'trasparente' e 'opaco', ti suggerirei di introdurre il* principio di economia*, che arricchisce il loro significato e favorisce una chiave di lettura omogenea per interpretare in modo convincente le rappresentazioni fatte dagli alunni. Per esempio 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 è molto trasparente ma poco economica, 2 + 3 + 5 + 10 +10 è più economico ma meno trasparente, e così via. In genere si potrebbe giungere a dire che trasparenza ed economicità sono inversamente proporzionali (non solo in matematica), e che la chiarezza di un processo, un ragionamento, una rappresentazione sono il risultato di un'alchimia molto delicata giocata fra questi due termini, e in fondo ognuno di noi – adulto o bambino che sia – possiede sensibilità diverse che possono però essere confrontate utilizzando parametri di giudizio davvero condivisi.*