Gennaio 2015 1 (*Uso del registratore*)

Commenti dell'insegnante di classe
Commenti degli insegnanti del gruppo: Cristiana Donaggio (Muggia), Elena Tavarado (Trieste)
Commenti dell'IR Giancarlo Navarra

Presentazione
Questa lezione è stata tenuta, audioregistrata e trascritta da ll'insegnante di geografia ed educazione motoria nella classe, che segue il progetto ArAl da un paio di anni e, pur non insegnando matematica, fa interventi in diverse classi dell'istituto anche con colleghe che non partecipano al progetto.
In questa classe l'insegnante si alterna con la titolare dell'educazione matematica Cristiana Donaggio trattando in alcuni casi gli argomenti per prima (per esempio le griglie dei numeri), in altri successivamente alla titolare (per esempio le situazioni problematiche con incognita). Sa cosa conoscono gli alunni: che ci sono diverse rappresentazioni dei numeri, che le situazioni problematiche possono contenere delle incognite e che si possono esprimere in modi diversi.
La moltiplicazione è stata appena affrontata partendo dal concetto di addizione ripetuta, pertanto si ritiene che gli alunni siano in grado di riconoscerla anche in questa forma. L'obiettivo della lezione è di verificare se essi riconoscano, in una rappresentazione additiva, la possibilità di riscriverne anche solo una parte usando una rappresentazione moltiplicativa.
Da un punto di vista generale, l'obiettivo è quello di provare a commentare noi insegnanti questo diario come abbiamo fatto nell'ultimo incontro quando abbiamo commentato il diario anonimo proposto da Navarra, privato dei commenti suoi e di Malara che ci sono stati dati in un secondo momento. Ci era sembrato molto stimolante e volevamo provare a ripetere l'esperienza con l'insegnante che ha redatto questo diario, in modo da poterlo commentare anche con lei.

Situazione:
Griglie di numeri

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24

La rana deve spostarsi dal numero 3 al numero 17. Precedentemente si erano già stabilite le regole che mettono in relazione i numeri delle caselle vicine (un salto verso destra +1, un salto verso sinistra -1, un salto in verticale verso il basso +5, un salto in verticale verso l'alto -5); i salti in diagonale sono stati "scoperti" durante la conversazione e si erano trovati alcuni percorsi possibili.
Lo scopo della discussione è quello di far scoprire ai bambini che si può usare la forma moltiplicativa al posto di una forma additiva ripetuta. Per adesso sono state scoperte due strade possibili:[1]

3+1+5+5+5-1-1=17 (Francesca) e 3+5+5+4=17 (Lorenzo)

[1] *Un commento iniziale di carattere generale: la griglia costituisce un ambiente favorevole a conquistare/consolidare concetti del pensiero prealgebrico come: rappresentazione, forma canonica e non canonica, processo, trasparente e opaco, forma additiva e forma moltiplicativa. Se questi concetti non sono ancora stati esplorati assieme alla classe, o comunque se gli alunni non hanno familiarità con essi, o se non vengono esplicitati cammin facendo, allora le cose inevitabilmente si complicano e l'esplorazione rischia di essere dispersiva. Questa è la premessa a certi commenti che farò in seguito.*

1. I: Queste due strade sono entrambe giuste e sono due modi per arrivare dal 3 al 17. Però queste due scritture sono lunghissime, sono matematiche ma sono super lunghe, vedete? C'è un modo per scriverle un pochino più corte? Per stringere un po' la cosa[2]? Questa di Francesca (*mostro la prima*) voglio che resti così, cioè i salti devono essere sempre quelli, ma qualche numero deve "sparire", devo riuscire a scriverlo in modo più veloce. Qualche idea?
2. Lorenzo B: Potremmo fare 3+4+... (*scuote la testa*).
3. I: Giulia, lo aiuti?
4. Giulia: Ho un'altra idea per arrivare prima.
5. I: No no no, non voglio altri percorsi adesso[3].
6. Giulia: Volevo fare un altro percorso per restringere quello di Lorenzo con meno numeri[4].
7. I: Con meno numeri? Vai allora!
8. Giulia: Invece di fare sempre +5+5, facciamo due salti dallo stesso numero così si restringe il numero[5].
9. I: Ad esempio? Dimmelo in linguaggio matematico.
10. Giulia: No, non so dirlo…
11. I: Qualcuno ha capito cosa intende Giulia per spiegarla un po' meglio? Riprova tu Giulia (*che continua ad alzare la mano*).
12. Giulia: Praticamente la rana invece di fare un salto da +5[6] fa due salti da +5 insieme.
13. I: Ok, allora io forse ho capito cosa intende Giulia ma bisogna spiegarla un po' meglio.
14. Alessia MI.: Io ho pensato la stessa roba che ha pensato Giulia, tipo che puoi fare i +5 tutti e due assieme e fare 3+10+4=17.[7]
15. I: Vai a scriverlo alla lavagna.
16. Giacomo Co.: Ah sì, così è più corto!
17. Giulia: Sì, perché praticamente uniamo quelli che sarebbero un salto più un altro salto da +5, li uniamo e così fanno due salti da +5 e non dobbiamo scrivere due volte +5, per farla più corta.
18. Giacomo Ch.: Volevo dire la stessa cosa di Giulia.
19. I: Io invece voglio far sapere nella scrittura matematica che veramente ho fatto due salti da +5[8]. Così non si capisce. Potrebbe essere una nuova regola, cioè che esiste il salto da +10. Invece voglio che nella scrittura matematica si capisca che ho fatto due salti da +5. L'idea del +10 non è cattiva![9] Teniamola buona… Ma come posso far capire a Brioshi che io ho fatto… (*faccio fisicamente vedere i salti che ha fatto la rana*).
20. Giulia: Prendiamo i due da +5, aggiungiamo ancora uno da +5…

---

*2 Il commento di stringere la scrittura matematica non è adeguato alla situazione che si è sviluppata perché i percorsi individuati dai bambini si discostano dalla mia previsione (3+5+5+5-1=17). In questo caso infatti 5×2 non è più corto di 5+5. Forse era meglio scegliere un numero d'arrivo più grande (es: 27). La metafora del 'restringere' è interessante, ma apre una strada incerta. Intendo dire che, per essere efficace, una metafora deve essere familiare agli alunni, altrimenti non li aiuta. In questo caso le due metafore ('restringere' e 'sparire') sono improvvisate dall'insegnante per 'suggerire l'idea di una scrittura più breve' (che poi, come nota lei stessa, non è così). Gli alunni non le vedono come traghetti verso il sapere matematico e di conseguenza partono verso direzioni più o meno appropriate. Anche la richiesta successiva "voglio che resti così" non aiuta (*così come?*): in realtà l'insegnante pensa ad una rappresentazione* diversa da quella originale*, una sua parafrasi: 3+1+5×2-1×2=17. La domanda avrebbe potuto essere formulata così: "Siete capaci di rappresentare questi percorsi in modo diverso?" Naturalmente il termine 'rappresentare' deve essere noto.*

3 La richiesta evidentemente non è stata compresa dai bambini e forse l'insegnante avrebbe dovuto essere più precisa. Vero. Vedi mio Commento 2.

4 Ci piace la sicurezza di Giulia, che spiega meglio le sue intenzioni e non si lascia mettere da parte. Potenza dell'argomentazione ArAl!

5 Qui la bambina ha utilizzato la terminologia in modo improprio. Forse l'insegnante poteva cogliere l'occasione per affinare il linguaggio. È vero, ma d'altro canto Giulia (12) non fa altro che ripetere il termine improprio 'restringere' già usato dall'insegnante nel presentare la situazione (1).

6 Qua bisognava far notare a Giulia che i salti da +5 sono due.

7 Avrei potuto chiedere ad Alessia da dove usciva quel numero 10 stimolando forse qualcun altro a usare la forma moltiplicativa. Mi rifaccio ai Commenti 2 e 5: è necessario intervenire sul linguaggio di Alessia (14) "Io ho pensato la stessa roba" e richiedere un'argomentazione più raffinata, favorendo nuovamente l'uso del termine 'rappresentare in modo diverso' per spiegare come 3+5+5+4=17 *diventi* 3+10+4=17. *Qui sarebbe stato importante far emergere anche un'argomentazione del tipo "Sostituisco la rappresentazione non canonica di 10, 5+5, con quella canonica". Ribadisco quindi quello che ho scritto nel Commento 2: è importante che l'insegnante mantenga vitali nella classe le competenze che favoriscono lo sviluppo del pensiero prealgebrico e promuova attività laboratoriali come la griglia allo scopo di riscoprire/consolidare la loro significatività.*

8 Qui si poteva inserire il termine TRASPARENTE in contrapposizione a OPACO. Sì, bisogna che anche questi termini entrino nell'uso corrente.

9 Anche qui le cose procederebbero meglio se docente e alunni condividessero termini e concetti. La scrittura '+5+5' fa già capire che si sono fatti due salti. Cambia il tipo di rappresentazione. Invece di parlare di 'idea non cattiva', si può fare riferimento alle forme canonica e non canonica di 10. Ottimo l'invito a far capire a Brioshi.

21. I: No, no, ma sempre in linguaggio matematico. Devo scriverlo! Dovete dirmelo in linguaggio matematico.
22. Giulia: 5 più un salto da +10 è uguale a 17.
23. I: Uhm… no! Provate a pensare non soltanto alle addizioni, pensate alle altre cose che avete studiato quest'anno.
24. Giacomo Co.: Col meno[10]!
25. Giulia: La sottrazione!
26. Alessia: Possiamo fare questa che abbiamo fatto noi (3+10+4) solo con il meno.
27. I: E viene uguale? Il risultato è sempre 17?[11]
28. Alessia: No!
29. Giulia: Perché adesso li toglie quei salti[12].
30. I: Invece una cosa che aggiunge in modo diverso?[13]
31. Giulia: Io pensavo 10+5-5.
32. I: Il senso dell'operazione deve essere comunque questo: 3+5+5+4=17, ok? Abbiamo detto prima che anche 3+10+4=17 è giusto, solo che questo 10 dobbiamo scriverlo in un modo diverso per far capire che effettivamente abbiamo fatto 2 salti uguali[14].
33. Francesca: Possiamo scrivere in un altro modo: 3+5+5+4=17.
34. Giacomo Co.: Ma l'ha già scritto Lorenzo!
35. Giulia: Potremmo fare la somma di 5+5 uguale a 10.
36. *Brusio.*
37. I: Alt! Fermi! Penna! *Scrivo sulla lavagna 5+5=10 e metto tra parentesi il 5+5 in 3+(5+5)+4=17 e il 10 in 3+(10)+4=17*[15].
38. I: Questi tra parentesi sono due modi per scrivere lo stesso numero. Ce ne sono altri?
39. Giulia: Facciamo 10+5+5-5-5.
40. Giacomo Co.: Possiamo fare 20-10[16]
41. I: Mi sembra un po' esagerato… Dobbiamo sempre far capire che abbiamo fatto quei salti lì.
42. Alessia: Forse ho capito. Facciamo 3 + tra parentesi 5+5 poi +4=17 e dopo la facciamo con il 10.
43. I: No [17]
44. Giulia: Potremmo fare il contrario, cioè 10=5+5.
45. I: Ma voi conoscete solo addizioni e sottrazioni?
46. Alcuni bambini assieme: No! Anche il "PER". Le moltiplicazioni…
47. Giacomo Co.: Si potrebbe fare 2 per 5.
48. I: Quindi? Vieni qui a scrivere! Come scriveresti il percorso di Lorenzo L.?
49. *Giacomo scrive:* 3… *(le altre due alunne che sono alla lavagna alzano insistentemente la mano*).
50. I: Fate assieme, aiutate Giacomo!
51. Giulia: 2 per 5…
52. Giacomo Co.: Sì ma per farlo uguale a quello di Lorenzo…
53. Giulia: Per fare in un altro modo invece che fare con la somma 5+5=10 possiamo fare 2 volte 5 che è uguale a

---

10 Questo succede spesso anche in classe mia: una sorta di ricerca di "altro" senza un obiettivo particolare. O meglio l'obiettivo dell'insegnante non coincide con quello dei singoli alunni. Talora ho paura a chiedere "chi ha un altro modo per rappresentare"... Direi che le due situazioni sono diverse: le 'altre cose' di cui parla l'insegnante (23) sono effettivamente generiche, ma chiedere di 'rappresentare in un altro modo' una certa scrittura è invece un invito molto preciso, se la classe ha confidenza con questo costrutto: per esempio, sa che può sostituire un numero con una sua forma non canonica o viceversa, 'giocare' con rappresentazioni additive o moltiplicative, applicare proprietà, inserire o togliere parentesi, e così via. Diventa sua responsabilità capire cosa gli conviene fare in quel dato momento.

11 Il risultato è ininfluente!!!!! vedi anche riga 32.

12 I bambini sono ancora molto legati al concetto del togliere. Si poteva approfittare dell'occasione per focalizzare la loro attenzione sul fatto che i salti non vengono tolti ma in questo caso la sottrazione significa andare indietro o cambiare verso.

13 Non si capisce cosa intendo dire. Ero in difficoltà: non volevo incalzare troppo i bambini ma allo stesso tempo non riuscivo ad arrivare all'obiettivo. Succede nelle migliori famiglie. Forse si possono trovare dei suggerimenti in questo ambito nelle FAQ didattiche.

14 Anche qui sarebbe significativo fare riferimento ad un quadro condiviso, per esempio: "10 è corretto ma è opaco rispetto al numero dei passi, mentre 5+5 è più trasparente, ed è una scrittura additiva; qualcuno saprebbe sostituirla con una moltiplicativa, altrettanto trasparente?"

15 Bello lo stratagemma della parentesi per isolare percettivamente il numero. Anche se matematicamente non serve, è utilissimo per visualizzare lo stesso numero scritto in diverse forme (canonica e non canoniche). Concordo.

16 Gli alunni sono usciti dalla situazione della griglia e cercano altre rappresentazioni non canoniche del numero 10. Vero, ma non hanno le idee chiare sul dove andare a parare. Inviti che lascino liberi gli alunni di riflettere, ma che siano più mirati anche all'interno di un quadro teorico condiviso, permettono agli insegnanti di razionalizzare le discussioni e di essere meno dispersivi (e, in definitiva, meno preoccupati).

17 Non dovevo dire no, oppure spiegare il perché. Concordo.

10.
54. I: Scrivilo!
55. *Giulia scrive: 2×5=10.*
56. I: Ok! E adesso come lo inseriamo nel percorso di Lorenzo? Giacomo, scrivilo sotto!
57. *Giacomo scrive: 3…*
58. *Giulia interrompe nuovamente il compagno*: Ah! 3 per 5, per 5…
59. I: Giulia, sta scrivendo Giacomo! Lascialo fare!
60. Giacomo scrive: 3+2×5+4=17.
61. I: Commenti?
62. Giulia: Invece che con il più possiamo fare tutto con il "PER". 3×5×…
63. Giacomo: No! Perché sennò… non fa… *(non finisce la frase).*
64. I: 3×5 è uguale a…?
65. Giacomo: … 15.
66. I: Se poi lo moltiplichi per 4…
67. Giacomo: È oltre 17![18]
68. Alessia: Io sono d'accordo con Giacomo perché se facciamo nel modo che ha detto Giulia andrebbe oltre il 17.

. [19]

[18] *Messa così sembra che la proposta di Giulia non sia accettabile solo perché non porta la rana alla meta. Potevo forse parlare di rappresentazione senza focalizzarmi sul risultato. Anche un'altra rappresentazione del 17 che non mostrasse il percorso scelto, non sarebbe adatta. È un'osservazione molto importante. D'altro canto queste sensibilità nell'insegnante e negli alunni maturano proprio attraverso la riflessione sulle scritture e sulla loro struttura, cioè sulle relazioni fra gli enti (in questo caso 3, 5 e 4). L'insegnante ha favorito spontaneamente la 'semantica della situazione' (portare la rana alla meta) perché ha pensato, in questo modo, di aiutare gli alunni con un riferimento più concreto. Concentrarsi sulla rappresentazione in linguaggio matematico porta ad un distacco dalla situazione per lavorare all'interno della 'semantica della matematica' opacizzando la situazione originale e proiettandosi verso la generalizzazione. È molto importante che l'insegnante abbia formulato a posteriori questa riflessione, perché questi due aspetti si presentano continuamente, in ogni situazione problematica.*

[19] *Non essendo l'insegnante di matematica, i tempi a mia disposizione sono limitati e gli interventi distanziati nel tempo. Ciò mi induce a volte ad affrettare la discussione per arrivare all'obiettivo che mi sono prefissa. Suggerisco sempre di curare molto gli aspetti della negoziazione dei significati. La condivisione avverrà al livello delle competenze della classe, con buona pace dell'insegnante che magari avrebbe avuto delle aspettative più alte. C'è sempre tempo per tornare sull'argomento in un secondo tempo.*