Commenti dell'insegnante di classe
Commenti degli insegnanti del gruppo
Commenti dell'IR Giancarlo Navarra

22 Gennaio 2015 1 (*Uso del registratore*)

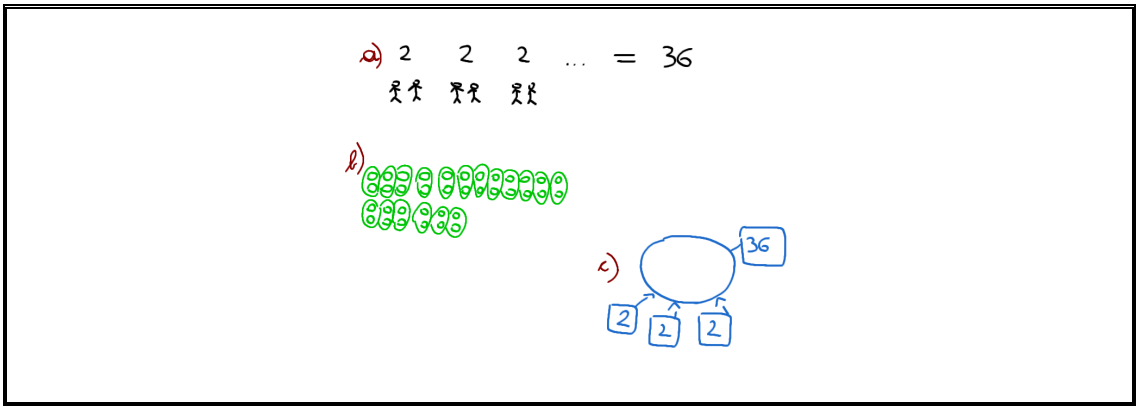
Parole Chiave
RAPPRESENTARE, RISOLVERE, BRIOSHI.

La classe è composta da 23 alunni, 11 femmine e 12 maschi. Durante l'attività registrata l'alunna diversamente abile è impegnata nel lavoro 1:1 con l'insegnante di sostegno. L'alunno straniero, arrivato da poco, segue l'attività grazie ad un compagno che gli fa da interprete.
La classe lavora dalla prima nel progetto ArAl e si dimostra interessata e partecipe nel condividere le "scoperte" matematiche. Come per la maggior parte delle classi, le conoscenze e le abilità si attestano su un livello medio, fatta eccezione per alcune eccellenze e per alcuni casi di bambini in difficoltà di apprendimento.
Da un mese circa lavoriamo su RAPPRESENTARE E RISOLVERE (problemi C del curricolo ArAl e dintorni).

Si presenta alla LIM il problema C1 relativo alla classe terza primaria e chiedo agli alunni di rappresentarlo, scegliendo uno tra i linguaggi che Brioshi capisce:

1) Arturo ha 36 euro. Ne ha ricevuti 2 ogni volta che ha aiutato il nonno. Lo ha fatto parecchie volte.
Rappresenta la situazione in modo che Brioshi trovi quante volte Arturo ha aiutato il nonno.

Dopo alcuni minuti di lavoro individuale, riportiamo alla lavagna nera le rappresentazioni iconiche e alla LIM quelle matematiche. Passiamo quindi a esaminare il primo gruppo.



1. Viola: Vorrei commentare la c). Lì si racconta un'altra storia perché ne ha già 36 e ne ha presi altri 2.
2. I: Mi pare una buona osservazione. Chi risponde a questa osservazione?
3. Luca (*autore della c*): Sì, perché 36 sono gli euro di Arturo e ne aggiunge 2 quando il nonno… gli dà tante volte 2. Allora volevo fare 36+2+2+2 tante volte quante il nonno gli dà i soldi.
4. I: Ma i 36 euro Arturo li ha prima di aiutare il nonno o dopo averlo aiutato?[1]
5. AA: Prima… Dopo… *Quasi un terzo di classe è convinto che li avesse prima.*
6. I: Rileggiamo il testo. *Rileggo le prime due frasi enfatizzando "ne ha ricevuti" e "ha aiutato".*
7. Gigi: Ti spiega come li ha ottenuti.

1 Qui avrei potuto porre la domanda in modo meno preciso, lasciando che la questione del tempo della storia emergesse dagli alunni stessi. Invece ho sentito il bisogno di sottolineare il punto critico, per sbloccare il ragionamento di alcuni (su diversi quaderni le rappresentazioni erano del tipo 36+2a). Leggendo il testo, Alessandro aveva anche chiesto: "Ma non si sa quante volte lo ha aiutato… Brioshi riuscirà a risolvere?", domanda a cui non avevo risposto, invitando solo tutti a leggere con attenzione. La difficoltà che gli alunni incontrano probabilmente è nel rapporto invertito fra la successione dei fatti e la struttura del testo. Lo potremo modificare con una formulazione che accompagni i tempi della storia, per esempio: "Arturo ha aiutato in parecchie occasioni il nonno e ogni volta ha ricevuto 2 euro. Ora ha 36 euro". Quello che l'insegnante sta facendo è prezioso, perché la situazione problematica proposta fa parte delle prove per la costruzione/verifica delle competenze del Curricolo ArAl, molte delle quali hanno bisogno di essere testate in classe ed eventualmente modificate, come stiamo ipotizzando in questo caso..

8. I: Giusto: Spiega com'è arrivato a 36 euro. Non sono un regalo, non li ha trovati, li ha guadagnati 2 alla volta… ogni volta che ha aiutato il nonno. Allora, li ha avuti prima o dopo i lavori?
9. AA: Dopo!
10. Max: Prima… No, no, dopo!
11. I: Direi che Viola ha trovato il nocciolo della questione. Rispetto alla tua idea (*guardando Luca*) questa rappresentazione era buona: 36, poi 2, altri 2, ecc… ma allora non si sarebbe potuto risolvere il problema. Togliamo la rappresentazione c), perché racconta un'altra storia.
12. Alessandro: Nella a), se abbiamo detto che 36 erano prima…
13. I: No, non c'erano prima dei lavori. Luca pensava che fossero la somma iniziale…[2]
14. Alessandro: Ahh…
15. I: Anche tu lo pensavi?… Ecco perché prima mi hai detto "Ma non si sa quante volte lo ha aiutato!" *Alessandro sorride compiaciuto*[3].
16. Samuela: Per me non è tanto chiara la a) perché… 2 euro… solo uno ha 2 euro o tutti e due?
17. I: Facciamocelo spiegare dall'autore. Io per esempio gli chiederei anche di spiegare i due omini.[4]
18. Anna: Ho disegnato il nonno insieme a Arturo.
19. Chiara: Sì, è vero: si vede!
20. I: Era indispensabile mettere i personaggi?
21. Altea: Secondo me no, perché sembra che dia 2 euro a 2 persone, ci si può confondere.
    La discussione continua approvando la rappresentazione come fedele alla storia (manca una parte della registrazione perché qualcuno ha inavvertitamente bloccato la registrazione).
    Si passa poi a discutere sulla rappresentazione b).
22. Domenico: Io credo che sia giusta: mostra i due euro per ogni lavoro e si vedono i 36 euro del totale.
23. Luca: Però è molto lunga!
24. I: Vero.
25. Chicca: È lunga, ma è chiara. Sembra come quella che facevamo quel giorno con le divisioni, quando facevamo i gruppi da 2.
26. I: Brava! Questa rappresentazione è tipica della divisione, quando si fanno gruppi da un certo numero.
27. Altea: Anche della moltiplicazione però; vedo 2 per 18.
28. I: Giustissimo! Si vedono anche i gruppi ripetuti.
29. Viola: Io vedo anche una frazione, perché sono 18 parti uguali.
30. I: Molto interessante[5]: questa rappresentazione ci porta alla divisione, alla frazione e alla moltiplicazione.
    Si passa poi a confrontare le rappresentazioni in linguaggio matematico alla LIM:

a) 2×17
b) $36+\square$
c) 4×9
d) $36:2$
e) $36+2+2\ldots$
f) $36+2$
g) $36\times2=\square$
h) $36:2=\square$
i) $2\times\square=36$

31. Danilo: Io vorrei commentare la a). È sbagliata, perché se calcoli il risultato è 34 e non 36. L'ho scritta io, ma adesso mi sono accorto che non è giusta.
32. I: E come vorresti modificarla?
33. Danilo: Scriverei 2×18.
34. Altea: Però quel 18 lo hai calcolato, perché il testo non lo dice…
35. Danilo: Eh sì… Non dovevo…
36. Giulio: Io vorrei eliminare la g) perché parte subito con 36.

---

[2] *L'insegnante poteva aspettare un commento degli alunni sulla frase di Alessandro che torna alla rappresentazione già commentata. Vero, ma probabilmente l'insegnante era consapevole che l'equivoco sui tempi aveva già procurato dei rallentamenti all'attività e voleva superare l'impasse.*

3 Mi colpisce sempre vedere quanto sia importante per i bambini il vedersi riconoscere nei loro successi e anche negli loro errori quando sono "meditati". Pur avendo sbagliato traduzione, Alessandro ci tiene ad argomentare e a dimostrare che non ha buttato là il lavoro, ma ha seguito un suo pensiero. Trovare l'ostacolo è poi utile a tutti, perché evidenzia come un elemento ci può portare a vedere la situazione in modo distorto.

[4] *Samuela a nostro avviso non si era posta il problema del motivo per cui Anna aveva disegnato gli omini ma solo di come fossero distribuiti i due euro. Probabilmente avete ragione.*

[5] *Gli interventi 22-29 sono davvero molto interessanti anche perché ognuno di essi nasce dal precedente (abbastanza raro), ed emerge la graduale condivisione di un punto di vista unitario.*

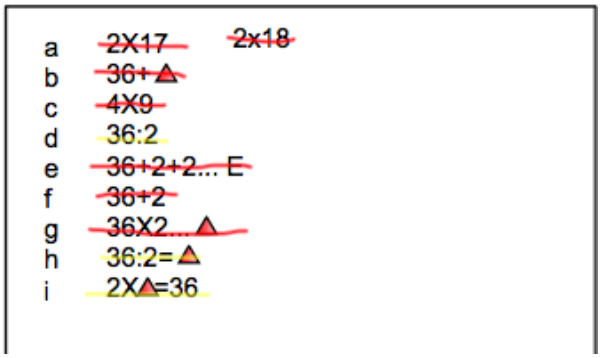
37. I: E non si può iniziare con 36?
38. Voce: No, perché è il risultato…
39. Jack: Perché 36 è il numero totale di tutti i soldini e se lo moltiplico per 2 arrivo a un numero più grande.
40. Giulio: Perché pensavo che 36 erano gli euro all'inizio e poi…
41. Viola: La frase i) ha un numero nascosto e Brioshi non può calcolare.
42. Chicca: Secondo me è giusta perché ti dice che quel numero nascosto… ti dice che il nonno gli ha dato per dei giorni 2 euro e il numero nascosto dice quanti giorni.
43. Altea: Sono d'accordo.
44. Alessandro: Però dice il risultato.
45. AA: *silenzio perplesso*.
46. I: Ma dice qualche numero che non è presente nel testo?
47. Altea: No, perché nella storia c'è già il risultato: è 36[6].
48. AA: *mormorio di approvazione.*
49. Anna: Per me la i) è sbagliata perché se uno fa 2 per un certo numero e arriva a 36 vuol dire che ha calcolato. Ha capito che ha 36 euro e che li ha ricevuti in 18 volte…
50. Chicca: Ma però nella storia ti dice "Rappresenta così Brioshi può calcolare".
51. Viola: E poi non c'è scritto il 18, quello se lo troverà Brioshi.
52. Stefan: Io vorrei eliminare la h). Non è giusto perché quello vuol dire che ha 36 euro e li divide con qualcuno[7].
53. Alice: Secondo me è giusto perché… perché…
54. Domenico: 36 sono gli euro di Arturo e diviso 2 vuol dire che il nonno gli ha dato 2 ogni volta. Se li dividi per 2 trovi il numero di volte che ha fatto i lavori.
55. Chicca: Qui è la stessa cosa perché lui ha 36 e il nonno ogni volta gli distribuisce 2 volte… cioè 2 euro ogni volta che lo aiuta.
56. Alessandro: Per me è sbagliato perché se 36 sono gli euro che accumula e li divide per 2, non c'è scritto che li divide in due mucchi.

Dopo aver discusso tutte le rappresentazioni matematiche, restano alla lavagna, evidenziate in giallo, quelle giudicate fedeli alla storia di Arturo:

---

[6] *In questo scambio emerge un concetto non consolidato: **l'incognita** come meta del risolvere. Nel binomio rappresentare-risolvere i bambini hanno perlopiù capito che nella rappresentazione sono liberi di scrivere la **relazione** tra gli elementi in vari modi, mentre nella risoluzione devono trovare una o più operazioni che portino al risultato. Alcuni però identificano il risultato non nel valore da trovare (per cui si calcola), ma nel prodotto o nella somma della situazione, anche se costituiscono un numero già dato dal problema. Probabilmente ciò attiene alla predominanza della struttura additiva su quella sottrattiva e della struttura moltiplicativa su quella divisiva. Oppure è un errore indotto dall'uso non direzionale del segno di uguaglianza: lo stiamo acquisendo ma ci sono continui e ripetuti episodi di **evaporazione**… Bisognerà lavorare molto in questo senso. La forza delle trascrizioni sta proprio nella possibilità di fermare il nastro e riflettere per fare il punto della situazione a vari livelli (epistemologico, psicologico, didattico…). Due osservazioni: (i) con 'strutture additive' si intendono quelle in cui le operazioni in gioco sono solo l'addizione e la sottrazione e, analogamente, per 'moltiplicative' si intendono quelle in cui le operazioni sono la moltiplicazione e la divisione. Non esistono strutture 'sottrattive' o 'divisive'; (ii) l'insegnante ha ragione: la classe si trova in una fase del balbettio algebrico in cui rappresentare e risolvere possono essere sovrapposti, e quindi è vero che l'uguale ridiventa operatore direzionale e il numero alla sua destra ridiventa 'risultato'. Ritengo che alcune strategie possano aiutare nella direzione del 'lavorare molto in questo senso' di cui parla l'insegnante: (a) distinguere chiaramente i ruoli: il primo compito degli alunni ora è di rappresentare per Brioshi; poi, quando cercheranno il numero sconosciuto e il relativo calcolo per trovarlo, non saranno più loro, ma saranno loro stessi Brioshi ; (a) appoggiarsi al linguaggio naturale (mi riferisco al testo modificato nel Commento 1: 'Arturo ha aiutato in parecchie occasioni il nonno e ogni volta ha ricevuto 2 euro. Ora ha 36 euro') e far spiegare cos'è il gruzzolo di Artuto ("Il prodotto tra i 2 euro e il numero delle volte che ha aiutato il nonno") in modo da attivare una successiva traduzione letterale della frase in linguaggio matematico. Un ultima strategia può essere rappresentata dall'attivare in quarta, visto che gli alunni cominciano a lavorare con le equazioni, l'approccio alla loro rappresentazione e alla loro soluzione tramite il modello della bilancia a piatti; questo permetterebbe di porre in una nuova luce il punto di vista del calcolare superando osservazioni, del tutto legittime in questo momento, come quelle di Anna (49), ed esaltando quelle che vanno in una direzione relazionale (50, 51).*

[7] *Stefan, che di solito non interviene mai, finalmente esplicita in modo chiaro il suo pensiero: "la divisione è solo ripartizione". Grazie al suo intervento il gruppo chiarisce (o prova a chiarire) i due aspetti della divisione: la partizione e la contenenza. I lavori sono attualmente in corso, poiché stiamo proprio lavorando su situazioni di divisione e alcuni alunni (52) sono legati al primo aspetto, faticando a vedere l'altro o a passare da uno all'altro in modo fluido. L'attività e la discussione sono allora utili anche in questo senso; in ogni caso 'vedere' la divisione significa pensare più all'operazione che alla rappresentazione.*


a 2X17 2x18
b 36+△
c 4X9
d 36:2
e 36+2+2... E
f 36+2
g 36X2... △
h 36:2=△
i 2X△=36