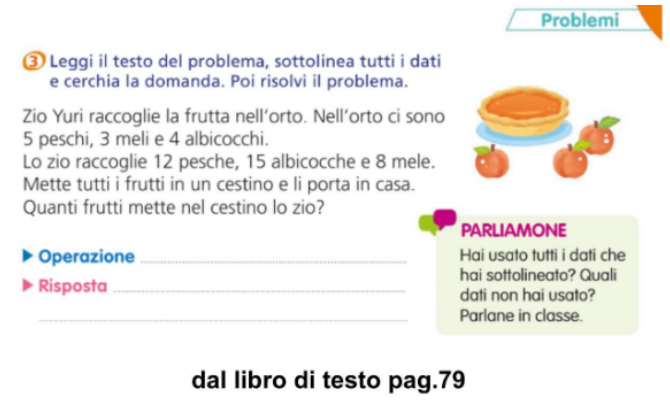
25/02/2023

Commenti *Giancarlo Navarra*



dal libro di testo pag.79

Testo originale

Nel suo frutteto zio Yuri ha 5 peschi, 3 meli e 4 albicocchi.
Raccoglie 12 pesche, 15 albicocche e alcune mele.
Mette tutti i frutti in un cestino e li porta a casa, in totale ha raccolto 35 frutti.
Rappresenta la situazione in modo che Tong possa comprendere quante mele ha raccolto zio Yuri.

Testo modificato

. .[1]

1. *Dopo aver fatto leggere il testo ad un'alunna l'insegnante lo rilegge per dar modo di chiarire bene tutte le parole.*
2. I: Come dobbiamo rappresentare il problema per farlo capire a Tong?[2]
3. Viola: Dobbiamo fare una sottrazione.[3]
4. I: Aspetta…[4] prima di dire che dobbiamo fare una sottrazione vi chiedo di dirmi COME dobbiamo rappresentare il problema per farlo capire a Tong? Non voglio sapere quale sottrazione dobbiamo fare ma come lo dobbiamo rappresentare. Qual è il linguaggio che noi usiamo per farci capire da tutti?
5. Agnese: Il linguaggio matematico?
6. I: Esatto, il linguaggio matematico che è fatto di…[5]
7. Alunni: … numeri.

---

[1] *In numerosi commenti farò riferimento al mio libro* Navarra G.. (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante.* Utet Università. Milano. *Userò la sigla NG-22 seguita dal capitolo e/o dal numero di pagina. Invito l'insegnante alla sua lettura.*

[2] *Una prima considerazione generale riguardante il metodo: sin dall'inizio l'insegnante guida la classe in modo 'pressante' e gli alunni si limitano a rispondere alle sue domande. Ho dedicato alla conduzione delle discussioni un capitolo (NG-22-Cap.I.3, p.53) in cui fra l'altro indico alcuni condizioni basilari che la contraddistinguono:*

(i) evitare che il dialogo diventi una partita di ping pong fra l'insegnante e un alunno alla volta;

(ii) lasciare autonomia agli alunni e saper porsi in disparte agendo come partecipante esperto, osservatore accorto della qualità della discussione;

(iii) promuovere il rapporto fra pari.

Se l'insegnante legge il suo diario alla luce di queste condizioni si renderà conto di non averle rispettate. Sono perfettamente consapevole che le manca l'esperienza, ma ritengo che questa sia necessaria, ma non sufficiente, ed è per questa ragione che la invito, ora, alla lettura di questo capitolo, per costruire le basi che le permetteranno, poco alla volta, di far maturare in modo significativo la sua esperienza.

[3] *L'intervento di Viola, che parla di un'operazione, esprime un punto di vista procedurale. Questo inizio fa intuire come si svolgerà la lezione.*

[4] *L'insegnante parla di 'rappresentare per Tong', ma ritengo che la classe non sappia cosa significhi questo invito. In che termini è stato introdotto il concetto di 'rappresentare'? L'insegnante vorrebbe intraprendere una strada* relazionale*, ma gli alunni non possiedono le competenze per seguirla, e continuano a pensare alle operazioni e ai calcoli, cioè seguono una strada* procedurale*.*

[5] *Interventi 'sospesi' come questi che imboccano gli alunni (in questo caso 6-8, più avanti 39-41), sono poco produttivi. In NG-22, p.59 parlo di questi interventi come 'Domande a botta e risposta' e 'Domande a completamento' o 'a risposta obbligata' e scrivo:*

'Gli alunni non argomentano ma si limitano a rispondere alle domande dell'insegnante; non vengono messi nella condizione di esprimersi, di trovare la collaborazione dei compagni per migliorare o per correggere le loro affermazioni, di completare le argomentazioni, di porre domande. L'insegnante è preoccupata di non riuscire a mantenere il controllo della discussione, guida il dialogo verso il suo obiettivo accontentandosi di risposte approssimative, senza alcuna crescita nell'alunno'.

8. I: Esatto e?...
9. Alunni: … e simboli.
10. I: Bravi. Ora torniamo al nostro problema: cos'è che vuole sapere?
11. Adele: Quante mele ha raccolto zio Yuri.
12. I: Esatto. E secondo voi c'è qualche cosa che mi aiuta a capire come fare per trovare il numero delle mele?
13. Klarissa: Con una moltiplicazione?
14. I: No, proprio la moltiplicazione non ci serve.
15. Manuel: Guardo i 35 frutti.
16. I: Giusto! Io so che i frutti raccolti sono in tutto 35, giusto?[6]
17. Bambini: Siii.
18. I: Posso già scrivere questo numero, giusto?
19. Bambini: Siii!
20. I: Cosa ci metto secondo voi dopo il 35? Cosa devo fare per trovare quelle 'alcune mele'?[7]
21. Fernando: Devo aggiungere il 12 al 15 che fa 27.
22. I: Fammi capire, io devo mettere insieme le pesche e le albicocche, giusto?
23. Fernando: Sì.
24. I: Quindi scrivo 15+12, e questi sono i frutti che io sono sicura che lo zio ha raccolto, giusto?
25. Edoardo: Sì, e per sapere quante sono le mele dobbiamo togliere… visto che fa 27, 15+12, dobbiamo aggiungere fino ad arrivare a 35.
26. I: Dobbiamo aggiungere? Forse c'è un'altra operazione che possiamo fare per trovare le mele? Come posso scrivere, come posso rappresentare per Tong l'operazione che io devo fare per trovare quelle mele?... Io lo so che voi sapete già quante mele ha raccolto zio Yuri, ma io voglio sapere come lo posso rappresentare per Tong per fargli capire l'operazione che deve fare. [8]
27. Gabriel: Al 35 togli 27 e trovi il numero di mele.
28. I: Certo, quello è il numero che ottengo. Ma prima ancora di trovare il risultato di questa operazione, che voi avete detto ed è corretta, cioè dal totale tolgo i frutti di cui conosco il numero e trovo le mele, vi chiedo anche… ci sono informazioni che non ci servono?[9]
29. Nora: Si, 5 peschi, 3 meli e 4 albicocchi.
30. I: Brava… ma poi attenzione… il problema non mi sta chiedendo di trovare il numero di mele, mi dice RAPPRESENTA la situazione in modo che Tong possa comprendere… Quindi… io so nella mia testa che per trovare il numero di mele devo mettere insieme il numero degli altri frutti e toglierlo al totale… ma come lo rappresento tutto questo in linguaggio matematico?[10]
31. Viola: 35-27?

---

[6] *A proposito di queste domande (Giusto? Avete capito? È chiaro?) in NG-22, p.60 parlo di 'Domande interlocutorie a risposta corale « Sì» ' e scrivo:*

'Queste domande costituiscono un intercalare tipico dell'insegnante quando spiega, ma non sono produttive perché tutto si risolve, in genere, con un 'Sì' collettivo (è difficile che qualcuno alzi la mano per dire «No »...). Risposte di questo tipo rassicurano gli insegnanti perché sembra che gli alunni abbiano capito, ma non vi è nessuna garanzia che questo sia avvenuto perché esse sono completamente opache rispetto al reale livello di comprensione della classe. Sono semplici risposte di comodo.

[7] *L'insegnante qui è a cavallo fra intenzioni relazionali' (promuovere la riflessione sul termine 'alcune') e il suo retropensiero procedurale ("Cosa devo fare per trovare"). Le sue domande provocano risposte procedurali come quelle di Fernando (21): "Devo aggiungere il 12 al 15 che fa 27" e poco dopo di Edoardo (25): "Per sapere quante sono le mele dobbiamo togliere… visto che fa 27… dobbiamo aggiungere fino ad arrivare a 35". Lo studio e l'esperienza la porteranno a superare poco alla volta questo conflitto.*

[8] *In questo intervento dell'insegnante si intersecano più volte i punti di vista: "C'è un'altra operazione" (procedurale); "come posso rappresentare" (relazionale); "voglio sapere come lo posso rappresentare per Tong" (relazionale); "per fargli capire l'operazione che deve fare" (procedurale). Invito a chiarire la dualità procedurale/relazionale attraverso la lettura di GN-22, Cap.V.4.*

[9] *Le informazioni inutili del problema standard originale costituiscono un distrattore nella versione non standard. Nella trasformazione di un testo suggerisco di mantenere, almeno in una prima, lunga fase, le sole informazioni necessarie per costruire la rappresentazione del problema in linguaggio matematico.*

[10] *È importante che l'insegnante chiarisca il contratto didattico: gli alunni non devono risolvere, ma rappresentare. La questione quindi non è che 'nella propria testa si sappia o meno risolvere), e che la rappresentazione per Brioshi sembri un 'passo in più'. Gli alunni vanno guidati a diventare consapevoli della differenza fra i due punti di vista, e imparare sostituire, in crescente autonomia, alla ricerca delle operazioni e della soluzione la ricerca degli enti, noti e sconosciuti, e delle relazioni (attenzione: non delle operazioni) che li collegano. Invito alla lettura in GN-22, Cap.V.5 della dualità rappresentare/risolvere.*

32. I: Ma quella è la situazione già risolta, come diceva anche Gabriel. Cioè scrivo 35-27= ci metto un punto interrogativo, ma voi sapete già quante sono le mele… che numero ci metto?[11]
33. Tutti: 8!
34. I: Ma io non voglio sapere QUANTE SONO LE MELE, il problema ci chiede di RAPPRESENTARE la situazione. Deve essere Tong a risolvere il problema. Siccome lui non sa leggere l'italiano ma conosce il linguaggio dei numeri, come posso scrivere quello che dice il problema?[12]
35. Elia: 15-12?
36. I: No, 15-12 mi dà la differenza[13], che differenza c'è tra il numero di albicocche e di pesche, mi dice che ho 3 albicocche in più delle pesche, non mi da la rappresentazione del problema.
37. I (*rilegge*): Vediamo un po?... Raccoglie 12 pesche, 15 albicocche e… mettiamo in fila questi dati come ce li pone il problema… Se volessi rappresentare quello che c'è scritto con i numeri e con i simboli, come dovrei rappresentarlo?
38. Nora: 12… 15...
39. I: Ci manca qualcosa… in matematica dobbiamo mettere un simbolo…
40. Nora: Il più.
41. I: Ok… più… Poi? Cosa dovremmo mettere qui adesso prima di mettere poi l'uguale che cosa?
42. Elia: 35?
43. I: Esatto, uguale 35. Ecco… in questo spazio qui cosa dovremmo mettere? Senza pensare a quello che abbiamo trovato prima… Questo è il posto di che cosa? Rileggiamo… 12 sono le pesche, 15 le albicocche… e qui? Cosa ci va?
44. Gloria: 8?
45. I: Non voglio sapere il numero… Io non ce l'ho lì il numero. Io devo rappresentare quello in modo che Tong sappia cosa deve trovare. Per dire a Tong cosa manca in questo problema, cosa devo mettere in questo spazio? Matilde… cosa ci andrebbe qua?
46. Matilde: Le mele.
47. I: Ci andrebbero le mele. Io lo so quante mele sono?
48. Bambini: Sì… No…
49. Edoardo: Sono 8!
50. I: Sono 8 perché ti sei fatto il calcolo… ma se io leggo il testo del problema, lo so quante sono le mele?
51. Fernando: No, dice alcune mele…
52. I: Infatti dice alcune, e io non so quante sono alcune… Allora come lo scrivo in linguaggio matematico? Cosa ci posso mettere io qui non sapendo quante sono le mele? Matilde ha detto correttamente che ci andrebbero le mele, ma io come lo posso scrivere che lì ci andrebbero le mele ma che io non so il numero di mele? Come posso fare? Cosa posso usare?[14]
53. Classe: …
54. I: Ragioniamo… per esempio nelle nostre minipiramidi cosa usiamo quando non conosco un numero?
55. Agnese: Un segno?
56. I: Un segno… un simbolo che può essere un disegno ma anche eventualmente una lettera… Io potrei usare una mela?

---

[11] *L'idea dell'insegnante di giungere a '35-27=?' non va nella giusta direzione. Scrivere il simbolo dell'incognita a destra dell'uguale esprime la permanenza di un retropensiero procedurale: si invia a Brioshi una scrittura che pone in evidenza l'operazione che lui dovrà eseguire, e quindi lo 'indirizza' coprendo con un artificio il risultato. Ma così facendo gli si tolgono le castagne dal fuoco: una frase in chiave relazionale sarebbe, per esempio, 12+15+m=35 (indicando con 'm' il numero delle mele) in cui l'incognita è inserita all'interno del testo (indifferentemente a sinistra o a destra dell'uguale). Queste sono sfumature importanti, e l'insegnante che impara a coglierle comprende sempre meglio quanto lo sviluppo del balbettio algebrico sia lungo e delicato da gestire. Ancora una volta sono fondamentali le letture che sto consigliando.*

[12] *L'insegnante cerca di condurre la classe lungo un 'sentiero relazionale' ma sembra non rendersi conto che non ha dato agli alunni gli strumenti per capire la differenza enorme fra risolvere e rappresentare. Tutto l'episodio 37-65 mette in chiara evidenza che gli alunni non capiscono cosa lei voglia da loro e rispondono, in modo spesso casuale, alle sue domande (vedi 37-38, 39-40, 41-42, 43-44, 45-46, 46-48 e così via sino alla conclusione).*

[13] *Dire "15-12 mi dà la differenza" esprime il punto di vista procedurale dell'insegnante, basato su operazione-risultato. Bisogna costruire la consapevolezza che 15-12 È la differenza fra 15 e 12, cioè è la rappresentazione non canonica della differenza fra i due numeri. Invito alla lettura di GN-22, Cap.V.1.*

[14] *Anche qui il silenzio della classe (53) conferma ciò che sto scrivendo. Le conquiste non si possono fare dipendendo dalle domande dell'insegnante. Qui è fondamentale il concetto di 'devoluzione' (costrutto teorico del didatta della matematica Guy Brousseau), descritto come:*

'Processo attraverso il quale l'insegnante ottiene, grazie ad un opportuno contratto didattico, che lo studente impegni la sua personale responsabilità nella gestione di un'attività cognitiva, che diventa una sua attività".

Invito alla lettura di GN-22, Cap.I.2.

57. Edoardo: Solo una?[15]
58. I: Sì, una perché mi indica che lì devo scrivere il numero delle mele che io non conosco, mi indica che mancano le mele. Posso usare anche una lettera… anche un punto interrogativo… Giusto?
59. Tutti: Sì!
60. I: Allora se io sono Tong e vedo questa scrittura, posso capire qual è il mio problema adesso?... Io sono Tong e leggo '12+15+le mele=35', quindi se io fossi Tong guardando quello che ho scritto alla lavagna, cosa capirei di dover andare a cercare? Cosa dovrei scoprire? Che mi manca che cosa?
61. Klarissa: Devi scoprire qual è il numero nascosto dietro la mela?[16]
62. I: Esatto! Allora io, Tong, capisco che devo trovare il numero nascosto e per trovare quel numero farò quello che avevate detto all'inizio. E il numero nascosto lo posso indicare con una lettera… per esempio la M di mele, oppure con un punto interrogativo… e cosa mi indicano questi simboli? Quale parolina?
63. Edoardo: Alcune.
64. I: Bravo… alcune è il nostro numero misterioso.[17]

---

[15] *In una conduzione della discussione come quella che descrivo nei commenti in una prospettiva relazionale, l'insegnante non dovrebbe seguire sempre e soltanto la sua idea, ma appoggiarsi anche agli interventi degli alunni. Per esempio, in questo caso, avrebbe potuto chiedere a Edoardo: "Cosa intendi dire con la domanda 'Solo una?'?". Io la interpreto in questo modo: l'alunno non ha assolutamente capito che la mela è un simbolo che 'sta per' un numero che non si conosce, ma pensa alla risposta (le mele, fatti i calcoli, sono otto). Quindi non capisce come mai l'insegnante proponga di usarne solo una. Se la mia ipotesi è corretta, e credo che lo sia, è una ulteriore conferma che docente e alunni vivono la situazione in modi radicalmente diversi, e infruttuosi sul piano della costruzione della conoscenza e delle competenze.*

[16] *Anche questo è un 'microepisodio' molto importante: Klarissa non dovrebbe rispondere ad una domanda dell'insegnante con il tono della domanda. Questa è una situazione molto frequente che denota la dipendenza da lei.*

[17] *Concludo i miei commenti con un ultima citazione da GN-22, Cap.I.3., P.54:*

'L'insegnante spesso ha fretta di raggiungere l'obiettivo e teme di smarrirlo o di perdere tempo. Tende allora ad anticipare o a suggerire le risposte appoggiandosi agli alunni più collaborativi, suggerendo conclusioni, accettando interventi linguisticamente molto poveri, accenni formati da una o due parole e assumendosi il compito di collegarli in un insieme definito e coerente: gli alunni contribuiscono con interventi locali e non possiedono alcun controllo sulla globalità della conclusione, alla quale rimangono estranei proprio perché è l'insegnante a concludere al posto loro. Le reazioni degli insegnanti sono di due tipi: alcuni sono soddisfatti perché è stata comunque raggiunta una conclusione; altri esprimono insoddisfazione proprio perché sono consapevoli di aver condizionato la classe, ma tendono ad 'autoassolversi' («Se non avessi fatto così non saremmo arrivati da nessuna parte»).'