Commenti *Insegnante di classe*
Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE
La classe 2ª C è composta da 26 alunni: 12 femmine e 14 maschi.
Sono inseriti 7 alunni stranieri di diverse nazionalità: 2 di origine tunisina, 1 algerina, 1 della Nuova Guinea, 2 moldava (di cui uno inserito all'inizio dell'a.s. e non italofono) e 1 di origine marocchina.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Presentazione delle slide 1-2-3 di "Scatole e biglie" ricerca di argomentazione giustificazione e passaggio dal linguaggio narrativo a quello aritmetico [1]. I bambini si confrontano sui processi: "Come hai fatto?" "Cosa hai pensato?".

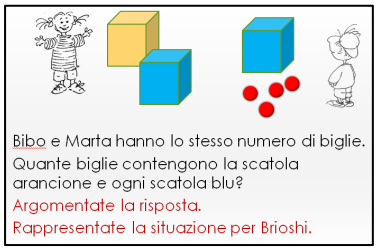
1. I: Quando voi giocate con un amico o andate in palestra quali sono le prime cose da sapere?
2. Alunni: Regole [2].



3. I: Bene, le regole di Bibo e Marta sono tre: volersi bene [3], devono avere lo stesso numero di biglie, tante ne ha Marta, tante ne ha Bibo. Tre: le scatole che hanno lo stesso colore devono contenere sempre lo stesso numero di biglie.
4. *L'insegnante fa ripetere le regole a vari Alunni.*
5. I: C'è qualcuno che vuole venire a fare il maestro e mi dice quante biglie ci sono nella scatola blu di Marta e perché?
6. Riccardo: Due.
7. I: Vieni qui e spiega ai tuoi compagni perché.
8. Riccardo: Nella scatola verde ce ne sono due perché il bambino ha due biglie e se devono avere lo stesso numero allora nella scatola ce ne sono due.
9. I: Proviamo a rappresentare la situazione per Brioshi…
10. *Riccardo scrive correttamente alla lavagna 2=2* [4].
11. *La storia va avanti…*

---

[1] Consiglio di uniformare la terminologia parlando di 'linguaggio naturale' e 'linguaggio matematico'.
[2] Invito l'insegnante a non accontentarsi di semplici parole-frase ma di richiedere costantemente verbalizzazioni il più possibile complete, anche quando sembra che non siamo necessarie.
[3] In questo caso avrei tenuto separati il livello emotivo e quello matematico; è vero che con bambini di questa età molto spesso è bene mescolarli, ma qui non penso che il farlo sia d'aiuto alla comprensione delle 'regole'. Inoltre mi sembrerebbe più efficace introdurre la regola del colore uguale quando nel problema ci siano effettivamente due scatole dello stesso colore.
[4] L'aspetto della traduzione per Brioshi è più delicato di quanto non sembri. La rappresentazione da inviare a Brioshi dovrebbe essere riferita alla situazione problematica originale (quando il numero di biglie nella scatola verde è sconosciuto), non a quella che si ottiene dopo la soluzione (quando si è capito che nella scatola verde ci sono 2 biglie), altrimenti, per l'amico giapponese, che problema è? È la differenza fra il rappresentare una situazione problematica e il risolverla. Questo comporta che l'insegnante costruisca negli alunni, sin dalla prima, l'idea che si può rappresentare in linguaggio matematico anche un numero sconosciuto. La conquista è graduale, fa parte dell'evoluzione del balbettio algebrico, e passa attraverso il ricorso a numerose metafore dell'incognita di volta in volta elaborate dalla classe: la macchia, un fantasmino, il punto di domanda, un simbolo qualsiasi, e così via, sino alla conquista della lettera (quando l'insegnante considererà giunto il momento adatto per farlo). È necessario inoltre guidare gli alunni verso lo sviluppo del pensiero relazionale e portarli ad una verbalizzazione del tipo: "Siccome le due collezioni sono uguali, e Bibo ha 2 biglie, nella scatola verde ci sono 2 biglie". Fissato quindi, per esempio con 'v', il numero delle biglie nella scatola verde, la traduzione per Brioshi sarà v=2. Ricordo che va sempre esplicitato il significato attribuito alla lettera.



12. I: Quante biglie ha la scatola arancione? Provate a spiegare, non a dire un numero. Chi dice un numero non vale, chi lo spiega sì [5].
13. Anita: Secondo me dove ci sono le palline prima c'era una scatola arancione e ora non c'è più che conteneva 4 palline.
14. I: L'Anita[6] dice che dove ci sono le palline c'era una scatola che conteneva le palline sciolte ma questa pallina è andata via e ora non si vede più [7]. Qualcun altro l'ha capito in altro modo?
15. Pietro: Nella scatola arancione ce ne sono 4 e in quella blu ce ne sono 3.
16. Alessandro: Quella arancio ne ha 4 mentre le blu ne hanno 2.
17. I: Ok, facciamo il conto? 4+2 =6 e 2+4=6 [8]. Va bene. Allora la scatola blu ne contiene 2 o 3?
18. Camilla: Marta ne ha 14 e Bibo ne ha 14.
19. Daniela: Quindi ne posso mettere anche 10 nelle scatole blu? [9]
20. Camilla: Nelle scatole blu ce ne sono 0 mentre nelle scatole arancio (*immagina una scatola andata via*) ce ne sono tra tutte e due 8.
21. Francesca R: Secondo me nelle scatole blu ci possono essere tutti i numeri che vuoi tranne 4.
22. Daniela: La Francesca ha detto una cosa, non solo vera ma anche detta in modo matematicamente corretto. Puoi ripetere ai compagni?[10]
23. Francesca: Nelle scatole blu ci puoi mettere tutti i numeri che vuoi tranne il 4.
24. I: Perchè?
25. Francesca: Perché sono già nella scatola verde e la regola dice che le scatole di colore diverso hanno le palline diverse [11].
26. Daniela: Quindi se qui ce ne fossero 4 la scatola come sarebbe?
27. Alunni: Verde.
28. I: Voi a Modena avete quelle altalene ai giardini che si chiamano Pinco Panco, vero? Allora io prendo un bel pinco panco e ci metto da una parte una scatola verde e da un'altra 4 palline. Sta in equilibrio o va giù?
29. Alunni: Sta in equilibrio[12].
30. I: Se ci metto da una parte una scatola blu e 4 palline e dall'altra una scatola arancio e una blu?
31. Alunni: Sta in equilibrio.
32. I E se le tolgo queste due scatole blu?
33. Alunni: Sta in equilibrio

---

[5] Prendo lo spunto da questo intervento dell'insegnante per formulare un'osservazione di carattere generale: colgo nelle sue parole ("Prova a spiegare", "Chi dice un numero non vale") le intenzioni di 'alleggerire la tensione emotiva', ma riterrei più importante un invito che richiamasse un contratto didattico condiviso con la classe in base al quale gli alunni dovrebbero diventare sempre più consapevoli dell'importanza di evitare parole-frase costruendo spiegazioni il più possibile complete. Trovo molto efficace la strategia di accompagnare un alunno durante l'argomentazione con degli inviti gestuali; riporto dal sito ArAl (Interventi che stimolano comportamenti metacognitivi): "Di fronte alle prime parole di un alunno l'insegnante può rimanere in un 'silenzio invitante' e compiere con le mani dei gesti eloquenti per dire 'Vai avanti!' 'Continua!' 'Cerca di completare il tuo ragionamento!' finché il pensiero dell'alunno non abbia raggiunto un soddisfacente grado di completezza. Per giudicare la chiarezza o la coerenza dell'argomentazione l'insegnante può coinvolgere altri compagni, favorendo anche, in questo modo, la relazione fra pari, molto rara nelle normali attività di classe".

[6] Traduco in maestrese per far capire agli alunni.

[7] L'intuizione di Anita è molto bella. Perché l'insegnante non ha invitato qualche alunno a ripeterla con proprie parole invece di essere lei a fornire il chiarimento?

[8] Anche in questo caso: perché l'insegnante non chiede agli alunni di verificare loro la correttezza delle proposte dei compagni?

[9] Prima di continuare avrei chiesto a Camilla (18) di spiegare il suo 14.

[10] Ottima richiesta.

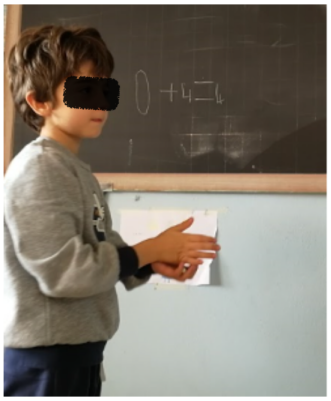
[11] Attenzione: la regola non dice questo, ma "Se le scatole hanno lo stesso colore allora hanno un uguale numero di biglie". Francesca, invertendo le due frasi, fa diventare 'regola' qualcosa che in realtà è stato ricavato dalla regola.

[12] Penso che sarebbe stato opportuno chiedere ad almeno un alunno di spiegare perché in questo caso il pinco panco stia in equilibrio. Non è semplice argomentare passando dal peso dei bambini al numero delle biglie.

34. I: Quindi 4=4 questo ci fa capire che un problema può avere tante soluzioni, ma proprio tante tante, non è detto che ci sia un solo modo per risolverlo.
35. I: Chi mi spiega cosa vede…



36. Sofia Ge: Vedo 3 scatole e dentro alle scatole gialle ci sono 4 palline e in quella verde ne ha 3.
37. Andrea: Per me nelle scatole gialle ce ne sono 3 e nella scatola verde ce ne possono essere 0 oppure un numero che vuoi.
38. I: Ce ne possono, ce ne devono?…
39. Eleonora: Nelle gialle il numero che vuoi, nella verde per esempio il 4 non lo puoi mettere perché lo metti nelle gialle.
40. I: E che ci possiamo mettere nella verde? Ricordiamoci che il pinco panco deve stare in equilibrio.
41. Eleonora: Nel giallo 10 e nel verde 4.
42. Andrea: Non è giusto così perché uno ne ha 14 e uno 10 e non è lo stesso numero.
43. Manuel: Secondo me nelle gialle ce ne sono 4 e nel verde ce ne sono 0.
44. I: Vieni a scrivere come Brioshi.

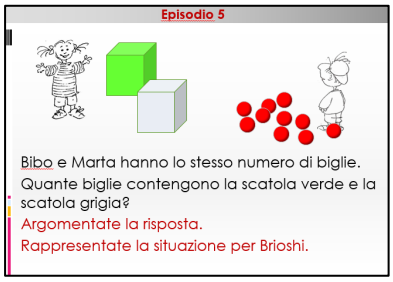


45. Teodoro: Nella scatola verde ce ne sono 0 e nella scatola gialla ce ne sono 3.
46. I: Perché dici che ce ne sono 3?
47. Teodoro: Mi sono immaginato il Pingo Pongo ☺
48. I: Vieni, scrivilo qui Brioshi.
49. *Teodoro scrive 3+0.*
50. Chiara: Secondo me nella verde ce ne sono 0 perché nelle gialle ci deve essere lo stesso numero e quindi visto che Bibo non ha un'altra scatola verde come Marta, allora nelle scatole gialle ci può essere qualunque numero tranne zero, ci possono essere tutti i numeri più alti di zero.
51. Daniela: Manuel, Teodoro e chiara hanno detto la cosa corretta, ma la Chiara, come prima la Francesca, l'ha detta nel modo matematicamente corretto e ce lo viene a ridire qui.
52. Chiara: nella scatola verde ci sono 0 palline perché Bibo non ha una scatola verde come Marta. Nelle scatole gialle ci deve essere lo stesso numero di palline, allora ci può essere qualunque numero sopra lo zero mentre in quella verde per forza 0 perché Bibo non ha la scatola verde.



53. I: Quindi qual è l'unico numero che non possiamo mettere nelle gialle? Se qui (*verde*) ce ne sono 0 per forza, allora non ne posso mettere 0 anche qui (*giallo*). Perché?
54. Alunni: Perché non sono scatole dello stesso colore.

55. I: Bravissimi, infatti se mettessimo 0 in tutte le scatole (*indicandole una alla volta*) avremmo lo stesso numero di palline ma non si osserverebbe la regola che le scatole di colore diverso devono contenere un numero diverso di palline, per forza.
56. I: Se vado sul pinco panco e levo le scatole gialle. Da una parte metto la scatola verde e dall'altra? Quante palline metto?
57. Alunni: Nessuna.



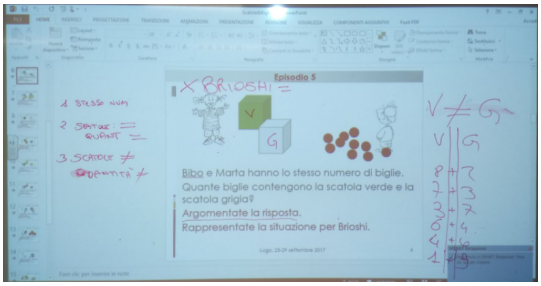
58. *L'insegnante fa ripetere le regole. I bimbi non partono immediatamente.*
59. I: Prima regola, Bibo e Marta devono avere sempre lo stesso numero di biglie; seconda regola? [13]
60. Chiara: Nelle scatole del colore uguale ci deve essere lo stesso numero.
61. I: Allora... le scatole dello stesso colore devono contenere lo stesso numero di biglie. L'altra regola qual è? É il contrario, no? [14]
62. Riccardo: Se le scatole sono diverse hanno una quantità diversa.
63. I: Scatole diverse *(mostra il simbolo ≠ alla lavagna* [15]*)*, quantità diverse. Scatole uguali quantità uguali *(mostra il simbolo '=' alla lavagna)*. Allora... chi mi dice quante palline ci sono nelle scatole di Marta? Però argomentate la risposta, dovete dire perché [16].
64. Sejed: Nella scatola verde ci sono 5 palline, in quella bianca ce ne sono altre 5.
65. I: Allora... nella scatola verde ci sono 5 palline, nella scatola bianca altre 5. Chi è d'accordo? Chi non è d'accordo? Chi ha voglia di dirmi perché?
66. Eleonora: Le scatole non sono uguali e non possono contenere lo stesso numero.
67. I: Le scatole, dice Eleonora... prova a dirmelo meglio... le scatole non sono come? [17]
68. Eleonora: Dello stesso colore.
69. I: Le scatole non sono dello stesso colore e quindi?
70. Eleonora: Non c'è lo stesso numero.
71. I: La stessa… ?
72. Eleonora: … la stessa quantità di biglie.
73. I: Perfetto! Non c'è la stessa quantità di biglie. Siete d'accordo con Eleonora?
74. Tutti: Sìì!!!
75. I: Quindi come possiamo dire? Come possiamo dire questa cosa per Brioshi? La quantità di biglie contenute...
76. Sofia: La quantità di biglie contenute nella scatola verde deve essere non uguale.
77. I: Quindi la quantità di biglie nella scatole verde deve essere diversa dalla quantità della scatola grigia.
78. Manuel: Secondo me in quella verde ce ne sono 3 e in quella grigia ce ne sono 7.
79. *I:* Ok [18]! In quella verde, dice Manuel, ce ne sono 3 e in quella grigia ce ne sono 7. Siete d'accordo?
80. Alcuni: Sì!!!
81. I: Quanti bimbi non sono d'accordo? Alessandro, Sofia, Chiara, Riccardo...ok! Uno di voi mi vuole spiegare perché?
82. Alessandro: Secondo non ce ne sono 3 e 7 perché ho contato le biglie di Bibo e sono 9 (*in realtà sono 10*) e visto che 3 più 7 fa 10... anzi…
83. I: Contiamole insieme… (*conta le palline di Bibo*) Sono 10.
84. Sofia: Tu ne puoi mettere quante ne vuoi nella scatola verde o grigia, però deve essere sempre dispari.
85. I: Allora la Sofia dice: tu puoi mettere quante palline vuoi nella scatola verde o grigia, l'importante è che siano

---

[13] *Dovevo aspettare di più. Penso di sì; ho inserito dei commenti in questo senso.*
[14] *Più che una nuova regola, come si è già osservato in altri commenti, è una conseguenza della prima.*
[15] *Perché l'insegnante mostra il simbolo '≠'? Se gli alunni non lo conoscono la sua introduzione andrebbe fatta in modo graduale; se lo conoscono allora dovrebbe essere una loro competenza e quindi dovrebbero saperlo utilizzare senza suggerimenti. Trovo che l'insegnante dica decisamente troppo. Lo stesso discorso vale per il simbolo '='.*
[16] *Anche in questo caso l'insegnante parla troppo. Se la consegna è scritta alla LIM, perché la ripete? Caso mai ci sarà qualche alunno che dirà di non averla capita. Oppure l'insegnante potrà chiedere se è chiara a tutti.*
[17] *Ho fatto fatica a non formulare io il pensiero. Suggerisco all'insegnante di provare a defilarsi durante le discussioni, a svolgere un ruolo, per così dire, più 'laterale'. Ad esempio, nello scambio 67-74 è lei che 'dirige il traffico', e quando si compiace (73: "Perfetto!") in realtà ha guidato lei la costruzione del ragionamento, e gli alunni (in particolare Eleonora) l'hanno seguita completando le sue frasi. Anche in 75 è lei che avvia la frase ("La quantità di biglie contenute… "). Relativamente a situazioni come questa invito alla lettura del termine devoluzione.*
[18] *Sarebbe stato meglio chiedere a Manuel "Ci spieghi come sei giunto a questa conclusione?". Consiglio la lettura di Quali sono gli interventi più produttivi nella discussione in classe?*

dispari. Chi è d'accordo? Chi non è d'accordo?

86. Piergiorgio: 7 è dispari e 3 è dispari.
87. I: 7 e 3 sono dispari ed effettivamente funziona. Quante palline mettiamo nella scatola verde e quante nella grigia?
88. Pietro: In quella verde ce ne mettiamo 10 e in grigia ce ne mettiamo 7.
89. I: Se in quella verde ce ne metto 10 e in grigia 7 hanno lo stesso numero di palline Bibo e Marta? Però se nella verde ce ne metto 10 in quella grigia quante ce ne metto? [19]
90. Sejed: In quella verde ce ne metti 8 e in quella grigia 2.
91. I: 8 e 2 sono pari e funziona, chi aveva detto che devono essere dispari?
92. Sofia: Forse non mi sono spiegata bene, sono 10 le palline e nella scatola verde ce ne puoi mettere 8, 7... e dopo nella scatola grigia ci devi mettere quelle che sono rimaste. Però se ne metti 5 in quella verde e 5 in quella grigia non va bene, perché sono di diversi colori.
93. I: Ok! Abbiamo detto una cosa giusta, Sofia l'ha detta bene nel linguaggio naturale, non nel linguaggio matematico. In una scatola posso metterci tutti i numeri entro il 10, però se ci metto il 5 c'è qualcosa che non funziona.
94. Janet: In quella verde ne metti 3 e in quella grigia 7.
95. Pietro: In quella verde 6 e in quella grigia 4. La Sofia ha detto una cosa giusta.
96. Camilla: 4 nella verde e in quella grigia 6.
97. Zacaria: Io nella verde ci metterei 1 e nella grigia 9.
98. *L'insegnante fa una tabella alla lavagna con i numeri possibili* [20].



99. I: Adesso possiamo dire la regola... questi numeri che cosa vi ricordano?
100. Teodoro: Gli amici del 10.
101. I: Che cosa possiamo dire?
102. Chiara: V (verde [21]) uguale a 8, 2, 3, 7... e tutti gli altri tranne 5.
103. I: Nel verde e nel grigio ci possono essere tutti i numeri amici del 10, tranne 5... ma perché?
104. Sofia: Perché se le scatole non sono uguali non puoi metterci la quantità uguale.
105. I: La terza regola dice che se le scatole sono diverse la quantità deve essere diversa. Per mettere 5 palline in una scatola e 5 nell'altra dovrei avere due scatole uguali, dello stesso colore. Proviamo a dirlo per Brioshi.
106. *Si giunge alla scrittura di V e G = tutti i numeri amici del 10 tranne il 5* [22].

---

[19] *Insisto sull'aspetto dell'eccessiva presenza dell'insegnante nella discussione. Credo che anche suoi momenti di sintesi parziale (come in questo caso) non siano un vero aiuto per gli alunni.*

[20] *Casi come questo sono favorevoli all'introduzione del concetto di 'ricerca ordinata' (0-10, 1-9. 2-8, ...).*

[21] *Il "V per verde" mi fa pensare che gli alunni non abbiano chiaro il significato della lettera in matematica: la lettera non 'sta per' un oggetto o un colore, ma al posto di un numero; in alcuni casi appare come incognita (il ben preciso numero di biglie al suo interno) in altri come variabile (un numero qualsiasi di biglie nella scatola).*

[22] *Questo è quello che abbiamo scritto alla fine. A questo punto io avuto dei dubbi su come scrivere per Brioshi, forse con una tabella degli amici del 10? Io avrei scritto: V≤10; G ≤10; G+V=10. Ma i bambini non ci sono arrivati.*
Le traduzioni pensate dall'insegnante sono corrette, ma secondo me l'importate non è tanto che i bambini ci arrivino o non ci arrivino quanto che lei sposti il punto di vista: sono stati messi davvero nella condizione di arrivarci? Per fare questo dovrebbero possedere gli embrioni di ben precise competenze, maturate lentamente attraverso opportune attività e le relative riflessioni, legate a concetti come: rappresentazione di un numero, forma canonica e non canonica di un numero, l'uguale relazionale, processi di traduzione dal linguaggio naturale al matematico e viceversa, Brioshi, rappresentazione del numero sconosciuto mediante un simbolo, interpretazione di una situazione problematica espressa (in questo caso) in linguaggio iconico e saperla porre in relazione con la sua rappresentazione in linguaggio matematico. Inoltre, come ho scritto in più commenti, l'insegnante dovrebbe svolgere un ruolo più defilato, non tirare lei le fila del discorso mettendo ordine nei concetti che man mano emergono. Deleghi agli alunni la responsabilità di costruire frasi complete, di confrontare le proprie con quelle dei compagni, di rispiegare con altre parole (v. Devoluzione); non inizi frasi lasciando agli alunni il compito di continuarle. Talvolta ho l'impressione che un eccesso di parole sia dovuto alla fretta o al timore di non giungere alla conclusione; se la classe non è ancora pronta interrompa pure, riprenderà la stessa attività più tardi, quando avrà costruito assieme agli alunni le competenze che ora mancano o sono fragili. Quello di cui parlo è un cambio di mentalità, da conquistare con grande gradualità.