progetto ArAl percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico	2011/12	1	Le Mascherine

Sorso (SS)	I	I	2	3	4	5	I	2	3	

16 marzo 2012 Verbale 1 *(uso del registratore)*

Commenti insegnante di classe
Commenti GiancarloNavarra
Commenti Donatella Lovison

La classe 2ªC [1] è formata da 17 alunni, 12 maschi e 5 femmine con un alunno diversamente abile. 3 alunni sono arrivati per trasferimento nel corrente anno scolastico, integrandosi in maniera abbastanza positiva. Il gruppo classe partecipa al Progetto ArAl dallo scorso anno e ha prevalentemente lavorato con le successioni. L'attività propostLe Mascherine) è stata già avviata in un precedente incontro ed è stata argomento dell'incontro con il Professor Navarra il 13 marzo 2012.

1. I: Allora, proviamo a ricordare il lavoro fatto con le mascherine, sia quello che abbiamo fatto noi da soli, sia quello che abbiamo fatto quando è venuto il professor Navarra. Provate a ricordare di che cosa si è parlato. Chi vuole intervenire?
2. Miriam: Le addizioni e le sottrazioni sono delle forme non canoniche e invece il risultato che dà l'addizione e la sottrazione è una forma canonica.
3. I: Volete aggiungere qualcosa?
4. Nicola R.: Io sono d'accordo con Miriam perché le sottrazioni e le addizioni… ci sono delle addizioni che sono quelle non canoniche e le canoniche… e anche delle sottrazioni.
5. I: Proviamo a togliere un pochino di confusione. State parlando di addizioni e sottrazioni e invece non abbiamo parlato di questo. Chi si ricorda di che cosa abbiamo parlato?
6. Martina: Abbiamo parlato con professor Navarra di addizioni e sottrazioni non canoniche e canoniche.
7. Nicola R.: I numeri sono delle cose canoniche e delle cose non canoniche.
8. I: Bene, proviamo a ricordare la storia che abbiamo raccontato. Durante una festa in maschera i numeri decidono di mascherarsi. Non abbiamo parlato né di addizioni, né di sottrazioni, o meglio abbiamo visto delle cose nelle mascherine che in un primo momento avete chiamato addizioni e sottrazioni e invece poi abbiamo condiviso un'altra definizione. Se qualcuno lo ricorda può ricordarlo anche ai compagni altrimenti facciamo un altro gioco per rinfrescarci la memoria.
9. Nicola L.: La definizione di queste addizioni e sottrazioni, per le addizioni e le sottrazioni è la forma non canonica e per il risultato è invece la forma canonica.[2]
10. I: Quindi c'era un'operazione secondo voi? Voi continuate a vedere l'operazione? Facciamo un gioco. I numeri decidono di fare una festa in maschera. Alla festa un numero si presenta con questa mascherina.
11. *Mostro ai bambini una mascherina con scritto "6+4".*
12. Matteo S.: Io so chi è il proprietario della mascherina: il dieci.
13. I: Benissimo, come lo hai scoperto?
14. Matteo S.: Perché da sei per arrivare a dieci mi manca quattro.
15. I: Cosa c'è scritto in questa mascherina? Leggiamo in linguaggio naturale quello che è scritto sulla mascherina in linguaggio matematico.
16. Matteo S.: Sei più quattro.
17. I: E secondo te, Matteo, … hai detto che il proprietario è …
18. Matteo S.: Il dieci.
19. I: Come mai?
20. Matteo S.: Perché ho solo fatto gli amici del dieci.
21. I: Quindi il numero che si è mascherato secondo Matteo è il dieci. Qualcuno vuole aggiungere qualcosa?
22. Giuseppe: Il dieci è il proprietario della maschera ma è anche la forma canonica di questa addizione.
23. I: Chi è d'accordo con Giuseppe su questa definizione?
24. Alessandro: Sono d'accordo con Giuseppe perché ha detto una cosa giusta.
25. I: E che cosa ha detto Giuseppe? Prova a dirlo con parole tue[3].
26. *Alessandro non risponde.*
27. I: Questo numero, sei più quattro, che cosa rappresenta?
28. Alessandro: Il numero dieci.

---

[1] Probabilmente la scuola è conosciuta e nel proseguire la lettura diventerà tutto chiaro, ma personalmente gradirei sapere dall'inizio se si tratta di primaria o secondaria di 1° grado: serve per inquadrare il lavoro.
[2] Avevo cominciato a scrivere un commento sul fatto che spesso gli alunni dicono 'forma canonica' senza precisare 'di un numero', ma poi ho visto che questo aspetto è uno di quelli trattati con maggiore attenzione dall'insegnante.
[3] Ottima consegna. L'intervento è illustrato nelle FAQ-D dell'Unità 12, fra le Domande da potenziare che stimolano comportamenti meta cognitivi, come 'Invito a riformulare l'argomentazione di un compagno'.

29. I: Provate a esprimere meglio quello che si diceva sulla forma canonica e non canonica.
30. Giuseppe: Il risultato è la forma canonica.
31. I: Il risultato?
32. *Apro la mascherina in modo tale da mostrare la rappresentazione canonica del numero dieci.*
33. I: Questo che cos'è?
34. G (*intervento di un gruppo*): Il numero dieci.
35. I: Direste che è un risultato, guardandolo così?[4]
36. Giuseppe: No, è un numero.
37. *Piego la mascherina così da mostrare nuovamente il numero "6+4".*
38. I: E questo che cos'è? Sei più quattro…
39. G: Un'addizione.
40. I: Solo un'addizione?
41. Miriam: Una forma non canonica.
42. I: Di che cosa?
43. Miriam: Del numero dieci.
44. I: Fermiamoci un attimino. Non continuiamo a dire l'addizione e il risultato. Riascoltiamo Miriam. Nella mascherina il dieci che cos'è?[5]
45. Miriam: Un numero.
46. I: Un numero, non c'è scritto da nessuna parte che questo sia un risultato. È un numero. Va bene? E sei più quattro che cos'è?
47. Miriam: La forma non canonica del numero dieci.
48. I: E quindi è sempre…
49. C (*intervento di tutta la classe*): …un numero!
50. Daniele: È sempre un numero.
51. I: Bravo Daniele, hai ragione, è sempre un numero, però questa volta il numero…
52. Nicola L.: … si è voluto mascherare, perché voleva non farsi riconoscere subito.
53. I: Non farsi riconoscere subito. Bravissimo. Quindi abbiamo detto che dieci…
54. G: È un numero!
55. I: Sei più quattro?
56. Nicola L. e Miriam: È la forma non canonica del numero dieci!
57. I: Bravi! Lo avete detto in coro! Bravissimi! Chi vuole ripetere quello che hanno detto Miriam e Nicola?
58. Martina: È giusto quello che hanno detto Miriam e Nicola, che i numeri si sono mascherati da forme non canoniche.
59. I: Possiamo usare anche il termine "rappresentazioni", ricordate che lo abbiamo usato l'altro giorno?[6]
60. Nicola L.: Rappresentazioni, uguaglianza e uguale tagliato!
61. I: Eh, Nicola sta ricordando proprio tutti i termini che abbiamo imparato l'altro giorno. Benissimo! Ci ritorniamo…
62. Giuseppe: … che voleva dire sbagliato.
63. I: Attenzione! Cosa voleva dire?
64. Martina: No, voleva dire che era sbagliato, non si poteva mettere.
65. I: Cosa voleva dire?
66. Raffaele: Che non era uguale. Le addizioni, le sottrazioni, le operazioni…

---

[4] Bella domanda, molto espressiva.

[5] In qualche occasione l'insegnante svolge un ruolo troppo importante nella discussione, proponendo delle frasi aperte che gli alunni chiudono con una parolina o poco più (v. 46-47, 48-49, ma anche in precedenza 27-28, 33-34, 35-36, 38-39, 40-41, 42-43). Bisognerebbe che gli alunni organizzassero le loro argomentazioni in forme articolate, assumendosi la responsabilità di definire i concetti attorno ai quali stanno lavorando.
Aggiungo qualche ragione linguistica a rinforzo di questa indicazione di Giancarlo, che condivido pienamente. Gli studiosi della materia hanno dimostrato che c'è una stretta connessione tra lessico e sintassi: non si può usare una voce lessicale a prescindere da una sua collocazione morfologica e sintattica. Il lessico e la sintassi camminano di pari passo nell'apprendimento di una lingua e, in fase di produzione, il "pescaggio" del lessico nella propria memoria personale avviene in maniera strettamente legata alla segmentazione linguistica che si sta producendo: in parole più semplici le scelte lessicali sono legate alla scelta sintattica che si sta facendo mentre si produce lingua. Chiedere all'allievo di completare con una voce lessicale dei segmenti linguistici prodotti dell'insegnante, quindi di "entrare" nella sintassi e nella testualità dell'insegnante stesso, quasi per "indovinare" la parola, può non essere per niente produttivo per lo sviluppo della competenza linguistica e delle conoscenze, perché l'allievo non produce lingua, e quindi non struttura i concetti. La competenza linguistica personale dell'allievo per esprimere i concetti stessi è ferma, e rimane il dubbio, quindi, che questi ultimi siano diventati vere e proprie conoscenze depositate nella testa dell'alunno. Trovo questo commento di Donatella estremamente puntuale e di grande importanza. Si potrebbe ipotizzare una voce del Glossario in questo senso chiamandola per esempio: Lessico e sintassi.

[6] Mi riferisco all'intervento svolto dal professor Navarra.

67. I: Siamo tornati nuovamente alle operazioni[7].
68. Miriam: Forme non canoniche del numero dieci.
69. Raffaele: L'uguale tagliato vuol dire che non è uguale.
70. I: D'accordo… Continuiamo la storia delle mascherine. Un gruppo di numeri vanno ad una festa in maschera, quindi, logicamente, si mascherano come numeri in forma non canonica.
71. Giuseppe: Per non farsi riconoscere subito.
72. I: Benissimo. I numeri vanno alla festa, ballano un po', si stancano e decidono di sedersi a riposare su delle panchine. E come decidono di sedersi? Tutti i numeri devono trovare la loro posizione nella panchina giusta, nella panchina che ha la forma canonica del loro numero. Allora iniziamo a sistemare un po' di panchine.
73. *Disegno alla lavagna tre rettangoli.*
74. I: La prima mascherina (*prendo una mascherina*) è, in forma non canonica, il numero 5+5. Che cos'è cinque più cinque?
75. Nicola R.: La forma non canonica.
76. I: Di che cosa?[8]
77. Nicola R.: Del numero che c'è dietro.
78. I: Chi vuole aiutare Nicola?
79. Nicola L.: È la forma non canonica del dieci.
80. I: Del numero dieci.
81. Nicola L.: Del numero dieci.
82. I: Adesso troviamo un posto a questa mascherina. Decidiamo in quale panchina sistemiamo le forme non canoniche del numero dieci. Nella panchina in alto, in quella centrale o in basso?
83. Daniele: In quella centrale.
84. I: Va bene. In quella centrale sistemiamo la mascherina 5+5. Arriva una nuova mascherina, anche lei ha ballato, anche lei si è stancata e decide di andare a riposare.
85. Daniele: … nella panchina in alto…
86. I: Dimmi prima cosa leggi nella mascherina, che cos'è questo e poi dimmi dove la sistemi.
87. Daniele: Due più tre.
88. I: Che cos'è?
89. Daniele: Una forma non canonica.
90. I: Hai finito? Chi lo vuole aiutare?
91. Giuseppe: Del numero cinque.
92. I: No, riprendi tutta la frase, per favore.[9]
93. Giuseppe: Due più tre è… il numero… è la forma non canonica del numero cinque.
94. I: Benissimo. Dove lo possiamo sistemare, secondo voi?
95. Giuseppe: Nella prima.
96. I: Nella prima? Non posso metterlo nella stessa panchina di "5+5"?
97. Giada: No, perché il risultato non è uguale.
98. I: Siamo tornati al risultato? Chi vuole definire meglio?[10]
99. Nicola L.: Perché il numero non è uguale.
100. I: Riuscite a spiegarvi ancora meglio? Perché non posso mettere la mascherina "2+3" nella stessa panchina con la mascherina "5+5"? Voi mi avete detto che non posso metterle insieme. Perché?
101. Giuseppe: Perché la forma canonica non è la stessa.
102. Daniele: Io pensavo a dove dovevo mettere la maschera.
103. Giuseppe: E per cosa siamo venuti? Per decidere o per pensare?
104. Daniele: Per pensare[11].

---

[7] *Sarebbe stato opportuno chiedere a Raffaele cosa intendesse dire; allo stesso modo sarebbe stato importante sentire cosa volesse dire anche Martina (64) – come aveva chiesto l'insegnante (65) - invece che lasciare che Raffaele parlasse al posto suo (66).*

[8] *La domanda è corretta – come sono molto puntuali anche interventi successivi (90, 92), ma penso che sarebbe stato più importante utilizzare la frase di Nicola (75) per aprire una discussione sulle ragioni per le quali la forma (canonica o non canonica di un numero) si riferisce sempre ad un numero particolare. Questo aiuterebbe l'insegnante a non dover intervenire anche in seguito con ulteriori richieste di puntualizzazione (89-90, 237, 253, 275, 297) e obbligherebbe gli alunni a farsi carico della precisazione interiorizzandone le ragioni.*

[9] *Ottimo invito a formulare frasi complete che non abbiano riferimenti deittici (si veda la voce Deissi nel glossario). Lo sforzo successivo di Giuseppe di costruire la frase, riprogettandola in corsa, è la misura di quanto sia produttivo questo tipo di invito.*

[10] *L'insegnante mostra sensibilità verso aspetti cruciali della costruzione del pensiero prealgebrico o dell'organizzazione delle argomentazioni (100, 108, 111, 171).*

[11] *Bellissimo lo scambio fra Giuseppe e Daniele.*

105. I: Ci accontentiamo della definizione che ha dato Giuseppe?
106. G: Siìì!
107. G: Noo!
108. I: Ditemi: sì, perché o no, perché.
109. Nicola L.: Per me è no perché la definizione giusta sarebbe perché il numero non è uguale e nemmeno la forma non canonica non è uguale.
110. Giuseppe: Sì, ma serve la forma non canonica per eseguire la forma canonica.
111. I: Giuseppe, chiarisci meglio ai tuoi compagni.
112. Giuseppe: Che ci vuole la forma non canonica per eseguire la forma canonica. Una forma canonica non si può eseguire da sola, ci vuole una forma non canonica.[12]
113. I: Chi ha capito quello che ha detto Giuseppe?
114. Nicola R.: Le forme non canoniche sono dei numeri.
115. I: Allora, ti riformulo la domanda: perché non posso mettere la mascherina "2+3" a riposare nella stessa panchina con la mascherina "5+5"?
116. Nicola R.: Perché se la mettevamo lì,[13] non si capisce la forma.
117. Matteo S.: Non posso metterla perché i risultati s… ohi… perché i numeri sono diversi: il proprietario di cinque più cinque è dieci e il proprietario di due più tre è cinque. I proprietari non vanno d'accordo perché non sono uguali.
118. I: Non possono stare nella stessa panchina per questo motivo?
119. Matteo S.: E siccome il cinque è minore di dieci, va messo nella prima panchina.
120. I: Non le stiamo mettendo con un ordine preciso, possiamo scegliere una panchina qualsiasi.
121. *Segue una discussione tra gli alunni per decidere se sistemare la mascherina "2+3" nella panchina in alto o in quella in basso. La maggior parte sceglie la panchina in alto. Sistemo la mascherina.*
122. I: Quindi abbiamo deciso che questa sarà la panchina… ?
123. G: Del cinque!!!
124. I: Delle rappresentazioni…?[14]
125. G: …non canoniche del numero cinque.
126. Giada: Arrivano altre mascherine?
127. I: Sì, arrivano due mascherine che ballano insieme e si stancano. Dobbiamo farle riposare. *Mostro una delle due mascherine.* Riuscite a leggere?
128. G: Sì, tredici meno tre.
129. I: Tredici meno tre: è la prima mascherina che decide di riposare.
130. Daniele: Io ti voglio dire la forma canonica del tredici meno tre … che tredici meno tre fa dieci.
131. I: Fa? Chi vuole dirlo con altre parole?
132. Matteo S.: Io posso dire il numero della seconda mascherina?
133. I: Quest'altra che ancora non abbiamo visto? Sì, ma prima dobbiamo mettere questa a riposare nella panchina giusta.
134. Matteo S.: Per me va messa nella seconda casellina, perché cinque più cinque fa dieci e tredici meno tre fa dieci. Siccome vanno d'accordo i proprietari delle mascherine, io direi di metterla lì.
135. Giuseppe: Io sono d'accordo con Matteo perché è vero che tredici meno tre fa…
136. G: È uguale!!!
137. Giuseppe: …è uguale a dieci.
138. Miriam: Anche io sono d'accordo con Matteo e Giuseppe perché tredici meno tre è uguale a dieci e anche cinque più cinque fa dieci e sono due uguaglianze.
139. I: Benissimo! Ma state continuando a usare "fa"!
140. Matteo S.: Si dice uguale. Si dice: il numero canonico della mascherina è… e si dice il numero del proprietario.
141. I: Ecco! Va benissimo! Ripeti tutto.
142. Matteo S.: La forma…

---

[12] *Avrei chiesto a Giuseppe esplicitamente di chiarire cosa intenda per 'eseguire'. Probabilmente sarebbe emerso un riferimento alle idee di* operazione, calcolo *e* risultato. *È consigliabile far emergere costantemente i 'retropensieri' e porli in discussione in modo da chiarirli attraverso una riflessione comune.*

[13] *Bellissimo questo tempo imperfetto indicativo! Un insegnante di italiano probabilmente lo correggerebbe, sostituendolo con il congiuntivo trapassato, forma scritta e canonica dell'ipotetica dell'irrealtà, ma a mio parere, invece, dà l'idea di come i bambini (Nicola, in questo caso) siano a loro agio, in una situazione informale. Ma... perché non vederli anche coinvolti nel cercare di definire le condizioni e le regole del "gioco"? Voglio azzardare a leggere questo imperfetto come quello che in alcuni manuali di grammatica viene definito* imperfetto fantastico: *è il tempo del gioco e dell'immaginazione.*

[14] *Ottima puntualizzazione: è importante – quando se ne presenta l'occasione - precisare che le forme canoniche non sono numeri ma* rappresentazioni *di numeri. Allo stesso modo è molto opportuno anche il successivo intervento (139) sul termine 'fa', collegato ad una concezione procedurale.*

143. I: Usiamo il termine "rappresentazione[15]".
144. Matteo S.: La rappresentazione della forma canonica è… e scriviamo il proprietario della mascherina. Per il momento possiamo usare tredici meno tre… come iniziava? Non mi ricordo più la prima parolina.
145. I: Rappresentazione? Quindi… tredici meno tre?
146. Matteo S.: Tredici meno tre è la rappra… rappre…
147. I: Ve la scrivo alla lavagna, avete ragione, è una parola un po' difficile. *Scrivo alla lavagna "rappresentazione".* Continua Matteo!
148. Matteo S.: Tredici meno tre è la rappresentazione non canonica del numero dieci.
149. I: Quindi… va… nella panchina…
150. G: Del numero dieci!
151. I: Bravissimi! Prima una bambina mi ha detto che queste due mascherine sono… ?
152. Miriam: Uguaglianze!
153. I: Lo avevi detto tu, vero? Cosa mi hai detto?
154. Miriam: Che quelle mascherine andavano d'accordo perché erano uguali, in poche parole erano due uguaglianze… una uguaglianza.
155. I: Bravissima, c'è un'uguaglianza in quelle due mascherine.
156. Bene, quella mascherina ballava con questa. *Prendo un'altra mascherina.*
157. Matteo S.: Io so chi è…
158. I: Leggi la mascherina.
159. Matteo S.: Nove meno cinque è la rappresentazione non canonica del quattro.
160. I: Bravissimo! Lo vuole ripetere anche Martina?
161. Daniele:Maestra, volevo dire la stessa cosa.
162. I: Ce lo dici anche tu.
163. Martina: Nove meno cinque è la forma non canonica del quattro.
164. I: Bravi! Abbiamo una panchina per "nove meno cinque"?
165. G: Siìì, lì sotto!
166. I: Benissimo! E abbiamo anche la panchina per "nove meno cinque". *Sistemo la mascherina sulla lavagna dove mi hanno indicato i bambini. Nel frattempo colgo una discussione tra due alunni.*
167. Giada, cosa succede?
168. Giada: Nicola R. ha detto che la mascherina "9–5" andava sopra.
169. I: Insieme a "2+3"?
170. Giada: Sì, ma il proprietario di due più tre non va d'accordo con nove meno cinque.
171. I: Non usiamo il termine "non va d'accordo", diciamo: non sono uguali.
172. Giada: Sì, perché due più tre non è uguale a nove meno cinque, perché nove meno cinque è uguale a quattro e due più tre è uguale a cinque.[16]
173. Nicola L.: Maestra! Non è un'uguaglianza!
174. I: Dimmi tutta la frase, Nicola.
175. Nicola L.: Nove meno cinque non è un'uguaglianza né del dieci né del cinque[17].
176. I: Va bene. Ora arriva un'altra mascherina. Leggi, Gabriele.
177. Gabriele: Dieci meno sei.
178. I: Cosa mi puoi raccontare su questa mascherina?
179. Gabriele: Dieci meno sei è uguale a quattro.
180. I: Benissimo. E che cos'è dieci meno sei?
181. Gabriele: Un modulo.[18]

---

[15] *Smusserei l'enfasi sull'uso dei termini 'rappresentazione' e 'forma' perché in questo caso possiamo considerarli sinonimi, quindi possono usarli indifferentemente entrambi. L'intervento di Matteo (144) mostra come l'adesione ad una richiesta il cui significato sfugge al controllo degli alunni li faccia divenire più realisti del re ("la rappresentazione della forma"… e causi incertezza "Non mi ricordo più la prima parolina"). Puntuale il successivo intervento 147. È vero, forse non bisogna esagerare con i bambini ancora così piccoli, soprattutto se la cosa li rende insicuri. L'insegnante comunque a Martina (163), e anche in tanti altri interventi successivi, permette di utilizzare la parola "forma", dimostrando di non essere troppo rigida. Però... proponendo agli allievi sinonimi appartenenti ad un registro (si veda la voce corrispondente nel Glossario) più alto o specifico, con cui non hanno ancora dimestichezza, li si spinge a tentare di tenere sotto controllo la loro produzione linguistica, come fa Matteo successivamente. Si favoriscono in questo modo dei passaggi dal "parlato colloquiale" verso il "parlato sorvegliato". Forse consiglierei di usare di più la strategia della gratificazione quando un bambino riesce a produrre una frase in linguaggio specialistico.*

[16] *Emerge l'abitudine che la classe sta acquisendo verso l'uso spontaneo di argomentazioni ben organizzate.*

[17] *Occasioni come queste sono preziose per passare alle rappresentazioni in linguaggio matematico delle osservazioni degli alunni, in questo caso all'uso del simbolo di disuguaglianza: 2+3≠9-5, 9-5=4, 2+3=5, 9-5≠10, 9-5≠5.*

[18] *Questa è certamente un'interferenza delle attività fatte sulla regolarità.*

182. Miriam: Dieci meno sei è la rappresentazione del numero quattro.
183. Nicola L.: Dieci meno sei, come risultato, ha l'uguaglianza del quattro.
184. I: Siamo tornati al risultato?
185. Nicola L.: Nel numero quattro c'è un'uguaglianza… con la mascherina del quattro.
186. Martina: Quindi quella mascherina va nella panchina di nove meno cinque, perché dieci meno sei fa quattro, il proprietario della mascherina è il quattro e il quattro va d'accordo con nove meno cinque.
187. I: Si può dire in un altro modo quello che ha detto Martina?
188. Miriam: Io volevo dire che dieci meno sei è un'uguaglianza fra due numeri, cioè con nove meno cinque.
189. Nicola L.: Io volevo dire che dieci meno sei è la rappresentazione non canonica del quattro, quindi c'è un'uguaglianza con nove meno cinque, perché sempre nove meno cinque è una rappresentazione non canonica del quattro.[19]
190. I: Benissimo[20]. Glielo troviamo un posto nelle panchine?
191. Martina: Sì, sotto, vicino a nove meno cinque.
192. Daniele: Un'altra uguaglianza.
193. *Sistemo la mascherina sulla lavagna dove mi hanno indicato i bambini e prendo un'altra mascherina.*
194. I: Ecco qua un'altra mascherina.
195. Giada: Sei più quattro è la forma non canonica del dieci.
196. Evan: Sei più quattro è la forma non canonica del dieci.
197. Daniele: Sei più quattro è la rappresentazione di dieci.
198. I: Volete aggiungere qualche altra cosa?
199. Miriam: Sei più quattro è la rappresentazione non canonica del numero dieci.
200. Nicola L.: Sei più quattro è la rappresentazione non canonica del numero dieci, però c'è un'uguaglianza tra quelle due mascherine perché formano dieci. Cinque più cinque è uguale dieci e sei più quattro è sempre uguale a dieci, quindi c'è un'uguaglianza tra loro, anche tredici meno tre è un'uguaglianza del dieci[21].
201. Martina: Io sono d'accordo con Nicola perché quello che ha detto è giusto.
202. I: Mi sai dire[22] che cosa ha detto Nicola? Riesci a ripeterlo?
203. Martina: Nicola ha detto che quella è un'uguaglianza non canonica del… dieci.
204. Daniele: Secondo me c'è una differenza tra cinque più cinque e tredici meno tre, perché rappresentano tutte e due le maschere il numero dieci e secondo me io la maschera la metterei nella panchina del dieci.
205. Martina: Che è la panchina nel centro.
206. I: Va bene. Andiamo avanti[23]. Adesso vi do una consegna. Vi chiedo di lavorare in coppia. *Formiamo le coppie.* Ora vi darò delle mascherine senza numero, voi potete scegliere come rappresentazione canonica uno dei numeri delle panchine alla lavagna, quindi potete scegliere o il numero…?
207. C: Dieci!!!
208. I: Oppure?
209. G: O il numero cinque o il quattro.

---

[19] *Mi ritorna il dubbio iniziale sul livello di classe di questo diario! Questi bambini sono bravissimi e bravissima l'insegnante. In questo suo intervento Nicola sembra stia scrivendo, nel senso che dimostra una notevole capacità di controllo sul parlato, quasi come se avesse dei tempi di ideazione e progettazione riferibili ad una produzione scritta.*

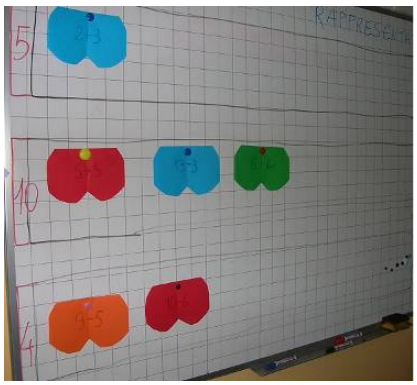
[20] *Un'osservazione di carattere metodologico. L'insegnante fa bene (187) a chiedere di esprimere in un altro modo i concetti detti da Martina (che pure ha prodotto una buona argomentazione), ma questi situazioni così ricche sul piano linguistico si presentano ogni tanto per interventi 'strutturali' che portino l'attenzione della classe verso una riflessione di livello più elevato. Per esempio, chiedendo "Sapreste dire che differenza c'è fra l'intervento di Martina (186) e quello di Nicola (189)?" si fa emergere la diversità dei punti di vista (Martina pensa al gioco, Nicola assume la prospettiva matematica) e quindi si può notare che il linguaggio è più espressivo e più concreto nel primo caso ('va nella panchina', 'fa', 'il proprietario della mascherina', 'va d'accordo') più specifico e 'specialistico' nel secondo. Si può accompagnare così gli alunni a capire che, nella prospettiva del balbettio algebrico, entrambe le modalità esprimono dei concetti corretti, ma la seconda è più evoluta ed è ad essa che gli alunni dovrebbero tendere. Si favorisce così il passaggio graduale dal sapere costruito dalla classe a quello* istituzionale. *C'è da notare comunque che è la situazione stessa che favorisce l'aggancio forte a immagini legate al gioco, tant'è vero che l'insegnante (190) mostra di apprezzare il linguaggio usato da Nicola (189) ma poi chiede "di trovare un posto nelle panchine". Concordo in pieno. Questo intervento di Giancarlo è proprio in sintonia con quanto ho detto nelle note alle righe 116 e 143.*

[21] *Ribadisco l'opportunità di passare con frequenza alla* traduzione scritta in linguaggio matematico *delle affermazioni degli alunni. Questo passaggio è molto delicato e di fondamentale importanza per il consolidamento del controllo degli aspetti semantici e sintattici del linguaggio matematico.*

[22] *Mi sono accorta, durante la trascrizione del diario, che ho utilizzato tantissime volte "Mi spieghi…", "Mi dici…", anziché invitare gli alunni a comunicare con i compagni. La conduzione dell'attività mi sembra comunque nel complesso molto corretta. Il fatto stesso di avere rilevato questo atteggiamento è un segnale di una sensibilità raffinata.*

[23] *V. Commento 17.*

210. I: Quindi potete scegliere che dentro la mascherina ci sia o il numero quattro, o il numero cinque o il numero dieci. In questo momento non me lo dovete dire. Quando vi darò le mascherine uno di voi dovrà scrivere subito il numero in forma canonica. Poi insieme decidete di scrivere quello stesso numero in forma non canonica, utilizzando tre numeri. Sono stata chiara nella consegna?
211. C: Sì!!!
212. I: Volete che la ripeta un'altra volta?
213. C: No!!!
214. I: Benissimo. Logicamente, non appena io vi darò la mascherina, decidete insieme quale numero scegliete e lo scrivete in forma canonica, poi in forma non canonica utilizzando tre numeri. Dovete quindi essere pienamente d'accordo. Poi chiederò ad ogni coppia di spiegarmi la loro mascherina.
215. Consegno ad ogni coppia una mascherina. Le coppie lavorano ed eseguono la consegna. Riprendiamo il lavoro.
216. I: Mi aiutate a scrivere in ogni panchina il numero in forma canonica? In questa panchina quale numero dovrò scrivere?
217. C: Cinque!!!
218. I: E in questa?
219. C: Dieci!!!
220. I: E in questa?
221. C: Quattro!!!



222. I: Benissimo. Adesso inizio a chiamarvi. *Chiamo la coppia Miriam e Matteo S.*
223. Miriam: Abbiamo scelto il numero dieci…
224. Matteo S.: … e abbiamo messo cinque più tre più due.
225. I: Adesso me lo spiegate meglio, utilizzando i termini che conosciamo. Iniziate da "Abbiamo scelto" però voglio sentire i termini che abbiamo imparato[24].
226. Matteo S.: Abbiamo scelto il numero dieci… come posso dire?
227. I: Dai, cerca di sforzarti ché sai come dirlo.
228. Matteo S.: Il numero dieci è il proprietario della mascherina e per farlo, per metterci tre numeri, eravamo un po' indecisi, perciò non potevamo mettere cinque più cinque, perciò il secondo cinque lo abbiamo diviso in due pezzi, il tre e il due; poi abbiamo messo cinque più tre più due, dividendo il secondo cinque in due pezzi.
229. I: Spiegatemi adesso che cos'è dieci e che cos'è cinque più tre più due. Miriam, cosa avete fatto con Matteo?
230. Miriam: Con Matteo abbiamo fatto una forma non canonica e una forma canonica.
231. I: Di che cosa?
232. Miriam: Del numero dieci.
233. I: Esprimiti meglio.
234. Miriam: Cinque più tre più due è la forma non canonica del numero dieci.
235. I: E dieci che cos'è?
236. Miriam: La forma canonica.
237. I: Di che cosa?[25]
238. Miriam: Di cinque più tre più due.

---

[24] Un accorgimento che consiglio sempre è di far scrivere in modo molto visibile dentro delle strisce di cartone o dentro un cartellone da appendere alla parete i termini condivisi con la classe, per esempio: forma canonica, forma non canonica, uguale, rappresentare, ecc. Questo pone gli alunni costantemente al centro dell'universo teorico e linguistico all'interno del quale si stanno muovendo e favorisce l'affinamento della terminologia. Ottimo consiglio! Lessico e piccoli testi definitori, come suggerito nella nota alla riga 200, quando condivisi, andrebbero fissati in forma scritta, anche per lo sviluppo della competenza linguistica.

[25] V. Commento 7.

239. I: Sei sicura? Prova a ripetere.
240. Matteo S.: Posso ripeterlo io?
241. I: Sì che puoi ripetere.
242. Matteo S.: Cinque più tre più due è la rappresentazione non canonica del dieci.
243. I: Benissimo[26]. E poi che cosa avete scritto sulla mascherina?
244. Miriam: Dieci.
245. I: E che cos'è dieci?
246. Miriam: Dieci è la forma canonica di cinque più tre più due.
247. I: Siete d'accordo?
248. G: Sì.
249. I: Qual è il numero, il nome del numero?
250. Matteo S.: Dieci.
251. I: Allora dieci noi lo possiamo esprimere con due rappresentazioni. Quali sono le due rappresentazioni, che abbiamo scoperto, del numero?
252. Matteo S.: Non canonica e canonica.
253. I: Di quale numero?
254. Matteo S. e Miriam: Del dieci.
255. Matteo S.: Del numero dieci. La forma canonica è il dieci.
256. I: E quindi se io ti chiedo che cos'è il dieci?
257. Matteo S.: È la forma canonica di cinque più tre più due.
258. I: Perché? Il nome del numero è cinque più tre più due?
259. Matteo S.: No, è dieci.
260. I: Allora proviamo a ripetere[27]. Chi vuole aiutare Matteo e Miriam?
261. Matteo S.: Ora l'ho capito!
262. I: E allora me lo dici?
263. Matteo S.: Il dieci è la forma canonica del dieci…
264. I: Mentre?
265. Matteo S.: Cinque più tre più due è la forma non canonica del numero dieci.
266. I: Benissimo. Quindi il dieci lo possiamo avere sia in forma canonica che in forma non canonica. Però è sempre…?
267. Miriam: Il numero dieci.
268. I: Bene! Ora sistemate la mascherina dove ritenete più opportuno.
269. Miriam e Matteo S. sistemano la mascherina nella panchina del dieci. Chiamo la coppia Daniele e Alessandro.
270. I: Voglio sapere da Alessandro che cosa ha fatto insieme a Daniele.
271. Alessandro non risponde.
272. Daniele: Maestra, posso dirlo io?
273. I: Aiutalo!
274. Daniele: Abbiamo prima scritto la forma canonica.
275. I: Di che cosa?
276. Daniele: Del numero dieci.
277. I: Anche voi avete scelto il numero dieci?
278. Daniele: Sì. E poi abbiamo scritto la forma non canonica cinque più quattro più uno.
279. I: Alessandro, ripeti quello che ha detto il tuo compagno. Prova a ripeterlo.
280. Alessandro: Abbiamo scritto la forma canonica che è dieci, e la forma non canonica che è cinque più quattro più uno.
281. I: Quindi avete rappresentato sia in forma canonica che in forma non canonica il numero dieci. Benissimo, cercate un posto nelle panchina.
282. *Daniele e Alessandro sistemano la mascherina nella panchina del dieci. Chiamo Martin. Giada, la sua compagna, è dovuta uscire prima dell'orario stabilito.*
283. I: Dimmi che cosa hai fatto.
284. Martina: Quattro più uno più cinque.
285. I: Che cos'è quattro più uno più cinque?
286. Martina: Una forma non canonica del dieci.
287. I: Benissimo. E dentro la mascherina che cosa hai scritto?

---

[26] Sarebbe stato opportuno chiedere a Miriam, dopo la spiegazione di Matteo, in cos'era consistito il suo errore. Così non possiamo essere sicuri che lei abbia capito.

[27] Credo che ci sia un'insistenza eccessiva sul tema 'forma cononica – non canonica' che ritengo che si chiarisca più attraverso l'uso continuativo e la riflessione che non attraverso una lezione dedicata all'argomento. C'è il rischio che si abbassi il livello dell'interesse e dell'attenzione e che gli alunni si adattino alla conduzione dell'insegnante. In fondo i concetti sono emersi già spesso, e possono essere ripresi in seguito attraverso richiami diffusi nel corso del tempo.

288. Martina: Dieci.
289. I: E che cos'è dieci?
290. Martina: La forma canonica di dieci.
291. I: La forma canonica del numero dieci. Sistema anche tu la mascherina nel posto giusto.
292. Martina sistema la mascherina nella panchina del dieci. Chiamo la coppia Mario e Matteo.
293. I: Mario, che cosa avete fatto?
294. Mario: Uno più due più due.
295. I: Mi sai dire che cos'è? Dai, parla.
296. Matteo: È una forma non canonica.
297. I: Di che cosa? Dai, non fatevi tirare le parole da bocca[28]. Prova a dirmi tutta la frase completa.
298. Matteo: È la forma non canonica del cinque.
299. I: Ripetimi tutta la frase[29].
300. Matteo: Uno più due più due è la forma non canonica del cinque.
301. I: Benissimo. E dentro la mascherina che cosa avete scritto?
302. Mario: Cinque.
303. I: E che cos'è cinque?
304. Mario e Matteo non rispondono.
305. I: Che cos'è cinque?
306. Matteo: La forma non canonica del cinque.
307. I: Sei sicuro? Mario, cinque che cos'è?
308. Mario: È la forma... non canonica!?
309. I: Siete d'accordo?
310. C: Nooo!!!
311. Daniele: Maestra, il cinque è la forma canonica.
312. I: Qualcuno mi ripete la frase intera?
313. Daniele: Cinque è la forma canonica di uno più due più due.
314. I: Miriam, vuoi ripetere quello che ha detto Daniele?
315. Miriam: Daniele ha detto… che… cinque più… due… più…
316. I: Daniele, vuoi ripetere?
317. Daniele: Cinque è la forma canonica.
318. I: Di che cosa?
319. Daniele: Dell'addizione.
320. I: Siamo tornati all'addizione?
321. Nicola L.: La forma canonica del cinque!
322. I: Daniele, cosa hai detto?
323. Daniele: Cinque è la forma canonica.
324. I: Di che cosa?
325. Daniele: Di cinque… e la forma non canonica è uno più due più due.
326. I: Avete sentito Daniele? Cosa ha detto del numero cinque? Mario ripeti… il numero cinque…
327. Mario: Il numero cinque è la forma canonica del cinque.
328. I: Benissimo. Invece… leggi la forma non canonica.
329. Mario: Uno più due più due.
330. I: Che cos'è uno più due più due?
331. Mario: Una forma non canonica.

---

[28] Riprendo il Commento 7. Ho l'impressione che la noia si stia impadronendo degli alunni e che l'insegnante diventi insofferente verso competenze che vede ancora instabili (forse contro le sue aspettative). Come ho già scritto, il 'tirar fuori le parole di bocca' è una conseguenza della mancata negoziazione del significato del concetto di 'forma canonica' e 'non canonica'. Gli inviti a precisare 'scivolano' sugli alunni perché è debole in questo caso la devoluzione*, cioè il fare in modo da parte dell'insegnante che la classe assuma la responsabilità del controllo anche di questa micro-conoscenza. E poi c'è l'aspetto, altrettanto importante, del calo nell'interesse.*

[29] Ottimo invito!

332. I: Una rappresentazione o forma non canonica[30]. Dove mettete la mascherina?
333. Matteo: Nella panchina del cinque.
334. Mario e Matteo sistemano la mascherina nella panchina del cinque. Chiamo la coppia Raffaele e Evan.
335. I: Mi raccontate cosa avete fatto?
336. Raffaele: Noi abbiamo fatto due più uno più due.
337. I: Secondo me voi avete preparato una mascherina.
338. Raffaele: Abbiamo preparato una mascherina che era vestita da due più uno più due.
339. I: Benissimo. Mi dovete raccontare altro di questa mascherina?
340. Raffaele: Due più uno più due è la forma non canonica del numero cinque, invece cinque è la forma canonica di due più uno più due.
341. Miriam: Io sono d'accordo con Raffaele perché è vero che due più uno più due è la forma non canonica del numero cinque e invece cinque è la forma canonica del numero cinque.
342. I: Prova a spiegarlo bene ai compagni. Raffaele ha detto quello che hai detto tu? Raffaele, hai detto quello che ha detto Miriam? Provate a confrontarvi su ciò che avete detto e gli altri possono intervenire[31].
343. Raffaele: Due più uno più due è la forma non canonica del numero cinque e cinque è la forma canonica di due più uno più due.
344. Nicola L: Io non sono d'accordo che cinque è la forma canonica di due più uno più due perché abbiamo detto che cinque è la forma canonica di cinque.
345. I: Chi vuole aggiungere qualcosa?
346. Daniele: Io sono d'accordo con Nicola perché prima abbiamo detto che cinque è la forma canonica di cinque.
347. Raffaele: Allora due più uno più due è la forma non canonica di cinque e cinque è la forma canonica di cinque.
348. I: Evan, vuoi provare a ripetere anche tu?
349. Evan: Due più uno più due è la forma non canonica di cinque e invece cinque è la forma canonica di cinque.
350. I: Bene, sistemate la mascherina nella panchina giusta.
351. Raffaele e Evan sistemano la mascherina nella panchina del cinque. Chiamo la coppia Gabriele e Nicola L.
352. I: Voi cosa avete preparato?
353. Gabriele: Noi abbiamo costruito una mascherina con tre più uno più uno.
354. I: Che cos'è tre più uno più uno?
355. Gabriele: È uguale a cinque.
356. I: E come possiamo definirla?
357. Gabriele: Possiamo definirlo un elemento.
358. I: Nicola vuoi aiutarlo?
359. Nicola L: Tre più uno più uno non è un elemento ma è la rappresentazione non canonica del numero cinque e invece cinque è la rappresentazione canonica del numero cinque.
360. Chiedo di sistemare la mascherina e Gabriele e Nicola eseguono.



361. *Chiamo la coppia Giuseppe e Nicola R.*
362. Nicola R: Cinque…
363. I: Provate a formulare una frase intera!
364. Nicola R: Noi abbiamo messo dieci. Cinque più quattro più uno…
365. I: Che cos'è cinque più quattro più uno?

---

[30] L'attività è molto ben impostata e anche la conduzione è efficace, però mi sembra che ora l'insegnante rischi di diventare troppo pressante. Mi rifaccio al Commento 24: se certi nodi non si risolvono, penso che l'insistenza eccessiva non sia una buona strategia. Conviene andare alla radice del problema, rimandare la conquista dei significati, e in ogni caso attivare una negoziazione con gli alunni sull'importanza di certi concetti. Il balbettio algebrico ha bisogno di tempi lunghi; il raggiungimento degli obiettivi rappresenta il compimento di un processo, sapendo anche che conquiste date per assodate necessitano di essere riprese in più momenti distinti (ma questo accade sempre).
[31] L'invito è ancora una volta molto importante e posto in modo efficace.

366. Nicola R: Il numero dieci.
367. Giuseppe: È la forma non canonica del numero dieci.
368. I: Prova a dire tutta la frase.
369. Giuseppe: Cinque più quattro più uno è la forma non canonica del numero dieci.
370. I: Nicola, riesci a ripeterlo?
371. Nicola R: Cinque più quattro più uno è la forma non canonica del dieci.
372. I: Del numero dieci. E invece chi è il proprietario della mascherina?
373. Nicola R: Il numero dieci.
374. I: E che cos'è il numero dieci?
375. Giuseppe: La forma canonica.
376. I: Di che cosa?
377. Giuseppe: Del numero dieci.
378. *Giuseppe e Nicola sistemano la mascherina nella panchina del dieci.*
379. I: Bene, ora è tardi e dobbiamo interrompere. Domani manderemo un messaggio a Brioshi sul lavoro che abbiamo svolto.

17 marzo 2012 Verbale 2 *(uso del registratore)*

---

380. I: Chi vuole raccontare ai compagni che erano assenti ciò che abbiamo fatto ieri?
381. Raffaele: Abbiamo iniziato a vedere delle mascherine e poi ci avevi detto di crearne delle nuove e dovevamo scrivere la forma canonica e la forma non canonica.
382. I: Di che cosa?
383. Raffaele: Del numero cinque, del numero quattro e del numero dieci.
384. I: Qualcuno vuole aggiungere qualcosa? Prima di chiedervi di costruire le mascherine, cosa abbiamo fatto? Chi ricorda la storia delle mascherine?
385. Giuseppe: Le mascherine, dopo che hanno ballato, erano stanche e dovevano riposare nella panchina.
386. I: Chi vuole ripetere quello che ha detto Giuseppe?
387. Nicola L: Le mascherine sono andate alla festa e hanno bevuto, ballato e altre cose; quando si sono stancate si sono riposate nella panchina e noi dovevamo trovare la panchina giusta.
388. I: Potevano sedersi in qualunque panchina?
389. Giuseppe: No. C'era la panchina numero cinque, la panchina numero dieci e la panchina numero quattro.
390. I: C'erano già le panchine così? Provate a ricordare bene.
391. Matteo S.: Le abbiamo scelte noi, a caso.
392. I: E poi, cosa avete fatto? Avete continuato a mettere a caso le mascherine?
393. Matteo S.: No, quando abbiamo deciso dove mettere le mascherine, tutti quelli che avevano come proprietario il numero uguale andavano nella panchina insieme.
394. I: Benissimo. Le mascherine hanno ballato, le abbiamo messe a riposare sulle panchine, poi alcune mascherine sono state costruite da voi. Adesso dobbiamo fare una cosa importante…
395. Daniele: Scrivere un messaggio per Brioshi.
396. I: Bravissimo Daniele! Dobbiamo scrivere un messaggio a Brioshi. Dobbiamo far capire a Brioshi il nostro lavoro, quello che noi abbiamo fatto.
397. Martina: Maestra, in coppia o da soli?
398. I: Tutti insieme. Voi mi date dei consigli e io provo a scrivere alla lavagna quello che voi mi dite di fare. Va bene? Dobbiamo far capire a Brioshi che abbiamo sistemato le nostre mascherine in questo modo. Ricordate che Brioshi capisce solo… ?
399. G: … il linguaggio matematico!
400. I: Quindi possiamo utilizzare numeri, simboli del linguaggio matematico, ma non possiamo utilizzare il linguaggio naturale. Se noi raccontiamo a Brioshi: "Lo sai che abbiamo messo sulla panchina del cinque tutte le mascherine… " e gli spieghiamo quali mascherine abbiamo sistemato, lui non ci capisce. Dobbiamo tradurre tutto in linguaggio matematico.
401. Giuseppe: In linguaggio naturale, anche se glielo spieghiamo bene, bene, bene, non capisce.
402. I: È giapponese. Se lui vi parla in giapponese, voi riuscite a capirlo?
403. Alessandro: Scriviamo in giapponese.
404. I: Non sappiamo scrivere in giapponese, proviamo invece a scrivere il messaggio con il linguaggio matematico, quindi a tradurre queste frasi. Chi vuole iniziare a darmi qualche consiglio è il benvenuto. Forza, prendiamo in esame la prima panchina… chi vuole iniziare?
405. Matteo S.: Due più tre…
406. *Scrivo alla lavagna:*

i. 2+3

407. Matteo S.: … è la rappresentazione non canonica del numero cinque.
408. I: Benissimo, ti sei espresso in linguaggio naturale. Adesso quello che hai detto in linguaggio naturale lo traduci in linguaggio matematico per Brioshi.
409. Nicola L: Maestra, scrivi cinque…
410. I: Inizio da cinque? Dove scrivo?
411. Nicola L: Sotto. Cinque, uguale… e poi scrivi due più tre. In linguaggio naturale vuol dire che cinque è uguale a due più tre.
412. *Scrivo alla lavagna:*

i. 2+3
ii. 5 = 2+3

413. I: Abbiamo iniziato il messaggio per Brioshi. Benissimo. Avete trovato… che cosa? Vi ricordate come abbiamo chiamato questa col professor Navarra?

414. Nicola L: Un'uguaglianza.
415. I: Bravo. Nicola ha scritto questa parte del messaggio. Guardate quanto ancora abbiamo da scrivere. Come facciamo a comunicare tutto questo messaggio, tutta questa frase? Provate a continuare il messaggio per Brioshi. Matteo si è espresso in linguaggio naturale Nicola L. ha fatto una prima traduzione in linguaggio matematico, dobbiamo continuare[32].
416. Daniele: Cinque uguale a uno più due più due.
417. I: Dove devo scrivere?
418. Daniele: Sotto.
419. *Scrivo alla lavagna:*

i. 2+3
ii. 5=2+3
iii. 5=1+2+2

420. I: Chi vuole aggiungere qualcosa?
421. Matteo S.: Io.
422. I: Dove devo scrivere?
423. Matteo S.: Sotto. Scrivi: cinque uguale due più uno più due.
424. *Scrivo alla lavagna:*

i. 2+3
ii. 5=2+3
iii. 5=1+2+2
iv. 5=2+1+2

425. Miriam: Maestra, scrivi sotto: cinque uguale tre più uno più uno.
426. *Scrivo alla lavagna:*

i. 2+3
ii. 5=2+3
iii. 5=1+2+2
iv. 5=2+1+2
v. 5=3+1+1

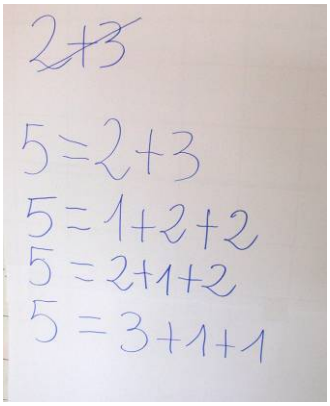
427. I: Benissimo. Adesso vi faccio una domanda. Questo *(indico 2+3)* non c'è più, vero?[33]
428. Matteo S.: Lo avevo detto io.
429. I: Devo lasciarlo nel messaggio per Brioshi?
430. Matteo S.: Sì, per capire che quello era il primo.
431. Nicola L.: Per me no. Perché due più tre… e poi Brioshi dice "Cosa due più tre?" Non capisce niente.
432. Matteo S.: Ma non lo sappiamo. Mica possiamo sapere cosa dice Brioshi.

---

[32] *Un suggerimento sul piano metodologico. In situazioni come questa può essere più potente sul piano della conquista dei significati lasciare che siano gli alunni ad organizzare individualmente le loro proposte. In questo modo sono loro stessi che si assumono la responsabilità della traduzione, e quindi devono: (i) capire la consegna (tradurre per Brioshi); (ii) individuare il 'senso matematico' della consegna (esprimere l'uguaglianza fra rappresentazioni dello stesso numero); (iii) trovare i simboli matematici adatti; (iv) confrontare le proposte; (v) scegliere le più adatte. Se questo processo non viene attivato, penso che si riproduca la dinamica classica dell'insegnante che dirige e degli alunni che seguono, e non viene attivata la* devoluzione *(v. Commento 24). Preciso questo costrutto,* punto nodale della teoria delle situazioni di Guy Brousseau. È un atto che riguarda l'insegnante nei confronti degli allievi, attraverso il quale *egli consegna a loro l'obiettivo cognitivo*. È il processo di *responsabilizzazione* attraverso il quale l'insegnante ottiene che lo studente impegni la sua personale responsabilità nella gestione di un'attività cognitiva, che diventa allora una *sua* attività. Egli va educato, attraverso un opportuno contratto didattico, ad assumere tale ruolo e l'insegnante, da parte sua, deve accettare - e imparare a gestire – le conseguenze di questo trasferimento momentaneo di responsabilità, in particolare per quanto concerne l'incertezza che questa assunzione può generare nella gestione dell'attività.

[33] *Davo per scontato che tutti vedessero l'incongruenza del 2+3 rispetto alle altre uguaglianze, ma Matteo difende in tutti i modi ciò che aveva dettato. Credo che valga la pena lasciare alla classe il compito di decidere ponendo la questione nel modo più neutro, per esempio: "Facciamo il punto della situazione. Le scritture vi vanno bene? Avete da proporre qualche osservazione in merito?". In fondo, perché la scrittura 2-3 sarebbe* incongruente*? È pur sempre una rappresentazione del numero 5. Ho fiducia che la discussione avrebbe permesso di togliere 2+3 non perché sia sbagliato, ma perché la scrittura successiva evidenzia in modo più trasparente l'equivalenza con il 5.*

433. I: Noi sappiamo che Brioshi capisce solo il linguaggio matematico e questa, secondo Nicola, è una frase spezzata. Non sta comunicando molto[34].
434. Matteo S.: Possiamo cancellarla e sotto scrivere cinque per capire che è nella linea del cinque.
435. I: C'è già scritto sotto che cinque è uguale a due più tre.
436. Matteo S.: Io però avevo deciso di mettere due più tre per capire che era la frase del cinque.
437. Miriam: Secondo me non può andare bene perché 2+3 sembra il titolo ma non lo è perché dopo c'è 5=2+3, 5 = 1+2+2 … e quindi non può andare bene.
438. Martina: Perché non è uguale a tutti quel 2+3, perché 2+3 non sono sempre le stesse…
439. I: Come le abbiamo chiamate?
440. G: Forme non canoniche.
441. I: Il confronto tra 5 e 2+3.
442. Giada: Uguaglianze!
443. I: Benissimo. Quindi ora Martina esprimi meglio quello che stavi dicendo.
444. Martina: Abbiamo detto che le uguaglianze non sono sempre uguali a 2+3, quindi quel 2+3 sopra non va bene.
445. Giuseppe: Io sono d'accordo con Nicola che quel 2+3 è una frase spezzata perché lui (*si riferisce a Brioshi*) dice 2+3… e rimane così.
446. Nicola L.: … non capisce niente!
447. I: Allora ditemi se posso cancellare il primo 2+3 oppure no.
448. Daniele: Io sono d'accordo con Nicola perché ha ragione. Se Brioshi legge il nostro messaggio dice: 2+3… che cosa? E non si capisce.[35]
449. Stefano: Per essere completa ci dovrebbe essere 5=2+3.
450. Giada: E ce l'abbiamo già. Abbiamo già 5=2+3.
451. I: Quindi ditemi che cosa devo fare.
452. C: Cancella.
453. I: Siete tutti d'accordo? Matteo sei d'accordo? *(esita un po')* Ricordi che quando l'hai scritta, l'hai formulata in linguaggio naturale. Ti ricordi cosa hai detto?
454. Matteo S.: Due più tre è la rappresentazione non canonica del numero cinque.
455. I: Ti sembra che sia questa la traduzione di ciò che mi hai detto? *Indico 2+3.* Cosa manca qua?
456. Miriam: Il cinque e l'uguale.
457. I: Date a Matteo il tempo per pensare. Tu cosa hai detto? Ripeti.
458. Matteo S.: Due più tre è la rappresentazione non canonica del numero cinque.
459. I: E come lo traduci in linguaggio matematico? Sia 2+3 che 5 sono…?
460. Matteo S.: Uguali.
461. I: Allora possiamo togliere 2+3?
462. C: Siìì!
463. I: Allora secondo voi il messaggio che mandiamo a Brioshi è: *(leggiamo insieme ciò che è scritto ora alla lavagna):*



---

[34] *Non è del tutto vero. È una rappresentazione corretta del numero 5, anche se è vero che è poco significativa in riferimento all'obiettivo di spiegare a Brioshi l'esito dell'attività. Ma in questo momento anche le scritture separate sono poco significative, perché la rappresentazione più trasparente 2+3=1+2+2=2+1+2=3+1+1 deve essere ancora conquistata dalla classe. Miriam (437) anticipa qualcosa in questo senso.*

[35] *Anche questo è un momento delicato. Non mi stupirei se nella frase di Daniele (448) e in quella di Stefano (449) si celasse l'idea nascosta che 2+3 sia –in fondo in fondo – un'operazione, e che quindi Brioshi non la capisca perché* non vede il risultato. *Gli alunni devono pervenire un po' alla volta alla comprensione che una scrittura come 2+3 è in sé perfettamente legittima sul piano semantico, senza nessuna aggiunta che apparentemente 'la completi'.*

464. I: Ora vi faccio una domanda: secondo voi, quando Brioshi riceve questo messaggio riesce a capire che tutte queste forme non canoniche erano sedute sulla stessa panchina?
465. G: Siìì!
466. I: Come fa a capirlo?
467. Daniele: Perché sono tutte uguali a cinque.
468. Miriam: Perché sono tutte uguaglianze.
469. I: Guardate la panchina. Secondo voi quando Brioshi riceve questo messaggio capisce che noi avevamo una panchina con tutte le mascherine insieme, sulla stessa panchina?
470. *Gli alunni esitano e non intervengono.*
471. I: Quante panchine vede Brioshi in questo modo?
472. G: Quattro!
473. I: Spiegate perché.
474. Giuseppe: Io dico quattro perché le uguaglianze sono quattro, quindi Brioshi potrebbe capire che nella panchina del numero cinque ci sono quattro uguaglianze.
475. Nicola L.: Anche per me quattro per lo stesso motivo.
476. I: Ma quattro panchine o che cosa?
477. Nicola L.: Quattro uguaglianze.
478. I: Io vi ho chiesto di rappresentare per Brioshi la situazione che abbiamo qua alla lavagna: abbiamo una panchina, l'abbiamo chiamata la panchina del numero cinque, dove ci sono tutte le mascherine che hanno il numero cinque in forma non canonica. Va bene? Nel messaggio che noi stiamo mandando a Brioshi è chiaro questo? Si capisce che c'è un'unica panchina con quattro mascherine che rappresentano in forma non canonica il numero cinque? Guardate la panchina e guardate il messaggio.
479. *Seguono diversi minuti di silenzio da parte di tutti gli alunni.*
480. I: Leggendo il messaggio, Brioshi può aver chiara l'idea che noi abbiamo rappresentato una panchina del numero cinque con quattro mascherine che lo rappresentano in forma non canonica?
481. Giuseppe: Sì, perché è scritto proprio in linguaggio matematico.
482. I: Hai ragione Giuseppe, è scritto in linguaggio matematico, però io vi sto chiedendo se è chiaro per Brioshi, leggendo questo messaggio, capire che noi abbiamo rappresentato le mascherine tutte su un'unica panchina. Provate a leggere ciò che c'è scritto sulla panchina, anche utilizzando il linguaggio naturale.
483. Miriam: 2+3, 1+2+2, 2+1+2, 3+1+1 sono le rappresentazioni non canoniche del numero cinque.
484. I: Avete sentito come ha letto Miriam? Ha letto le mascherine una dopo l'altra. Vogliamo provare anche a scriverle una dopo l'altra? Miriam vuoi dettarmi ciò che devo scrivere?
485. *Scrivo alla lavagna mentre Miriam detta.*

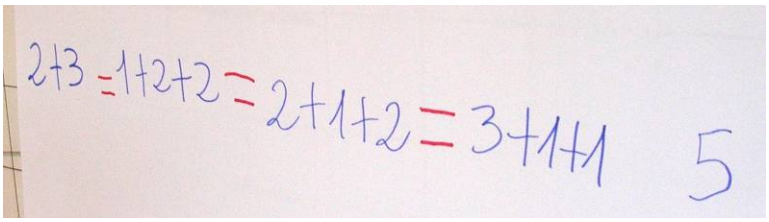
i.	2+3 1+2+2 2+1+2 3+1+1

486. I: Iniziate a "vedere" la panchina in questo messaggio? La frase che ha detto Miriam era un'unica frase, noi nel primo messaggio abbiamo spezzato in tante frasi. Benissimo. È chiaro questo messaggio? Proviamo a leggere.
487. C: 2+3, 1+2+2, …
488. I: Stiamo attenti! 2+3 è una mascherina e 1+2+2 è un'altra mascherina. Come facciamo a far capire a Brioshi che questa *(indico la mascherina 2+3)* è una mascherina e questa *(indico la mascherina 1+2+2)* è un'altra mascherina?
489. Martina: Disegnandole.
490. I: Non possiamo disegnare. Possiamo usare solo il linguaggio matematico.
491. Nicola L.: Maestra! Mettendo un uguale!
492. I: Vieni Nicola, spiegati meglio. Cosa vorresti mettere?
493. Nicola L.: Un uguale vicino a tutte le mascherine.
494. I: Proviamo e poi sentiamo cosa dicono i compagni. Dove lo metteresti?
495. *Nicola scrive alla lavagna, aggiungendo a ciò che io avevo scritto in precedenza, l'uguale tra ogni rappresentazione non canonica:*

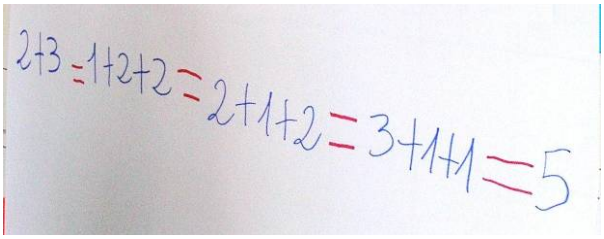
i.	2+3 = 1+2+2 = 2+1+2 = 3+1+1

496. I: Guardate cosa ha scritto Nicola, ha messo un uguale per confrontare tutte le mascherine. Quindi se adesso noi leggiamo in linguaggio matematico diremo: 2+3=1+2+2=2+1+2=3+1+1… cinque *(indico la panchina del cinque e scrivo cinque alla fine delle uguaglianze)*.[36]

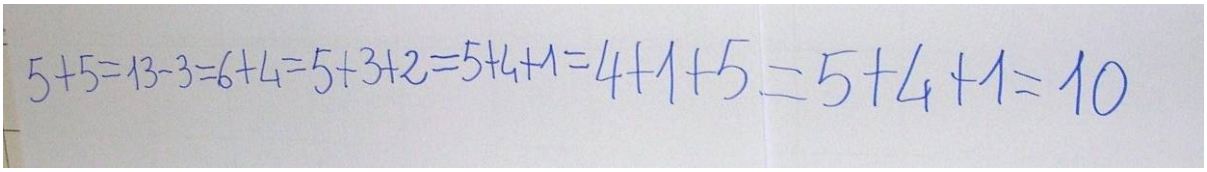
[36] *Forse per la stanchezza, non mi sono neppure resa conto di aver anticipato un qualcosa che avrei potuto far scoprire agli alunni e che sarebbe stato utile per un confronto. Sono d'accordo con l'osservazione.*



497. Miriam: Uguale cinque!
498. I: Perché?
499. Miriam: Perché se no non si capisce.
500. I: Che cosa non si capisce? Cosa vuoi far capire a Brioshi?
501. Miriam: Che 2+3 è uguale a 1+2+2 ed è uguale a 2+1+2 è uguale a 3+1+1 e sono tutti uguali a 5.
502. *Miriam aggiunge l'uguale.*



503. I: Chi vuole aggiungere qualcosa? Chi mi vuole dire se questo messaggio è abbastanza chiaro per Brioshi?
504. Daniele: Secondo me è chiaro. Prima quelle addizioni che abbiamo scritto…
505. I: Sei sicuro che abbiamo scritto delle addizioni? Che cosa abbiamo scritto?
506. Daniele: Forme non canoniche.
507. I: Di che cosa?[37]
508. Daniele: Di cinque.
509. I: Del numero cinque.
510. Daniele: Che è la forma canonica.
511. I: Sì, c'è anche cinque in forma canonica. Quindi?
512. Daniele: Secondo me, questo messaggio è chiaro perché senza l'uguale non si capiva e sembrava un'addizione più lunga e Brioshi non capiva che poteva fare cinque.
513. Nicola L.: Per me, Miriam in linguaggio naturale sta dicendo che tutte le mascherine sono uguali a cinque.
514. I: Benissimo. Secondo voi possiamo cambiare di posto le mascherine? Vi ricordate quando lo abbiamo fatto con professor Navarra?
515. Giada: Sì, perché se per esempio prendiamo 3+1+1 e lo mettiamo per primo, Brioshi capisce.
516. I: Posso farvi notare una cosa? Nel primo messaggio che abbiamo scritto, la forma canonica del cinque era sempre all'inizio della frase, ore nel secondo messaggio l'abbiamo messa alla fine. Vi chiedo se secondo voi il messaggio ha lo stesso significato se mettiamo la forma canonica del cinque all'inizio?
517. Daniele: Sì, perché si capisce lo stesso.
518. *Alcuni alunni leggono il messaggio spostando il cinque in forma canonica all'inizio.*
519. I: Bravissimi. Siete stati proprio bravi. Vogliamo provare a mandare i messaggi a Brioshi anche per le altre panchine? Voglio un volontario che mi aiuti a scrivere il messaggio per Brioshi riguardo alle mascherine che stanno nella panchina del dieci.
520. Evan: 10=5+5 e poi 10= …
521. Matteo S.: No, è come prima. Maestra, scrivi sotto.
522. *Matteo detta:*

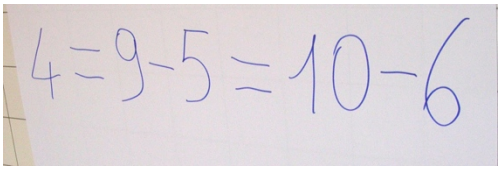


523. Giada: Abbiamo detto anche che possiamo mettere la forma canonica del numero dieci all'inizio e va bene lo stesso.
524. *Alcuni alunni leggono il messaggio spostando il dieci in forma canonica all'inizio.*

---

[37] *Ormai sarebbe il momento di costruire una discussione sull'argomento e non dover sempre inserire un 'di che cosa?' (v. Commento 24).*

525. I: Aggiungo una mascherina che alla festa si è stancata e ha deciso di togliere la maschera. Vi è mai capitato ad una festa in maschera che sudate, siete stanchi e togliete la maschera?
526. Giada: Sì, perché ci dà fastidio alcune volte.
527. I: Questa mascherina si è tolta la maschera e quindi adesso che cosa abbiamo?
528. G: Un dieci in forma canonica.
529. I: Dieci in forma canonica. Si può sedere qua il dieci in forma canonica?
530. Sistemo la mascherina tra le altre e poi la sposto in differenti posizioni.
531. I: E qua?
532. Gli alunni rispondono affermativamente.
533. Nicola R.: Si può sedere dove vuole.
534. Daniele: Perché è sempre la panchina del dieci e quindi si può spostare dove vuole come ha detto Nicola.
535. Miriam: Perché tutte quelle mascherine danno la stessa forma canonica.
536. I: Sono la rappresentazione della stessa forma canonica[38].
537. Miriam: Sono tutte uguaglianze tra numeri.
538. I: Benissimo. Guardiamo la frase che ha dettato Matteo. Secondo voi avremmo potuto mandare il messaggio a Brioshi con il dieci in un'altra posizione?
539. Nicola L.: Sì, anche se quando il dieci si toglie la maschera, lo scopriamo subito che sono nella panchina del dieci.
540. I: Benissimo. Ora manca il messaggio per Brioshi per l'ultima panchina, quella del quattro.
541. Mario detta il messaggio per Brioshi:



542. Daniele: Maestra, il quattro poteva anche andare o alla fine o in mezzo. E potevamo spostare anche le mascherine.
543. I: Siete stati bravissimi! Possiamo inviare i messaggi a Brioshi.

Indice di presenza dell'insegnante dei processi di verbalizzazione:

Molto buono soprattutto IP del primo incontro, buono anche il valore medio.

Prima lezione	seconda lezione	medio
$IP = \frac{131}{196} = 0{,}66$	$IP = \frac{70}{76} = 0{,}92$	$IP = \frac{201}{272} = 0{,}73$

[38] *Precisazione molto fine. L'insegnante ha notato il 'rigurgito procedurale' del "danno". Ritengo che la conduzione generale dell'attività nelle due lezioni sia stata complessivamente molto efficace e rifletta una lettura-studio di molti aspetti teorici del progetto ArAl. Spero che anche i commenti a sfondo parzialmente critico possano fornire lo spunto per ulteriori riflessioni.*
I miei complimenti all'insegnante per il lavoro sulla lingua condotto in questo diario e ai bambini per i risultati, a mio parere entusiasmanti.