Commenti dell'insegnante di classe
Commenti dell'e-tutor Giancarlo Navarra
Commenti dell'e-tutor Donatella Lovison
20 Marzo 2014 1 (*Appunti*)

Parole Chiave
UGUAGLIANZA, DISUGUAGLIANZA, FRASE MATEMATICA, ARGOMENTAZIONE.

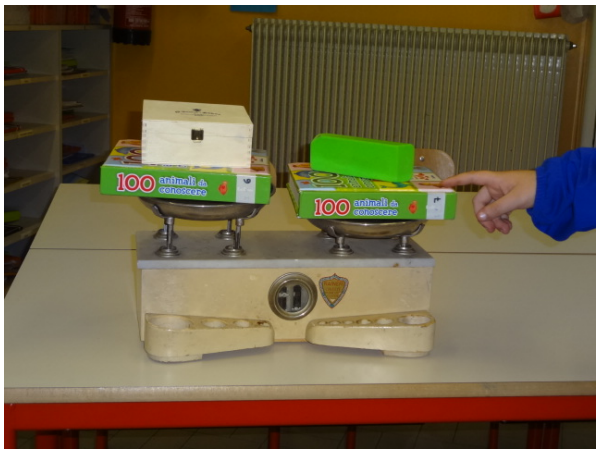
La classe è composta da 22 alunni, 11 femmine e 11 maschi. Sono inseriti 6 bambini che, benché nati in Italia, lavorano in L2 e una bambina diversamente abile che partecipa alle attività al suo livello.
Abbiamo iniziato dalla prima a operare nella matematica con la metodologia offerta dal progetto ArAl, affrontando successioni, linguaggio naturale e linguaggio matematico e sviluppando un po' alla volta la complessa capacità di dialogare tra pari.
Su segnalazione di Elena Marangoni (gruppo ArAl di Faenza, RA) ho visto un gioco interessante nel sito "Osmosi delle idee – Luvi e Daniele bloggando": http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2014/03/17/quale-pesa-di-pi-gioco-pre-algebrico/.
Volendo togliere il fattore tempo (previsto dal gioco originale), per sperimentarlo con i miei alunni, ho scattato diverse foto della schermata del mio computer, mentre giocavo, e poi le ho proiettate sulla LIM della classe come album di foto.

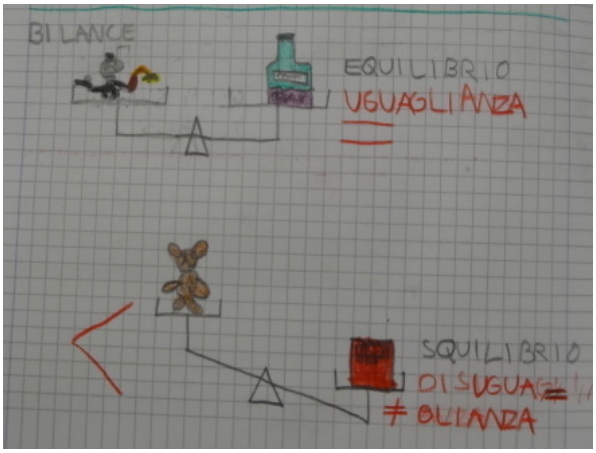
1. *La prima attività è stata quella di osservare una bilancia a due piatti e di provare a collocarci sopra oggetti di diverso peso. Dopo un po' di esperienze e diverse osservazioni, abbiamo rappresentato la situazione sul quaderno.*[1]





[1] *Non abbiamo utilizzato i pesi, ma solo i contenuti dei piatti per stabilire relazioni di equivalenza o non equivalenza di peso. I bambini hanno provato con vari oggetti reperibili in aula, divertendosi poi a metterne in diverse quantità da una parte e dall'altra.*


100 animali da scoprire
100 animali da conoscere


BILANCE
EQUILIBRIO
UGUAGLIANZA
SQUILIBRIO

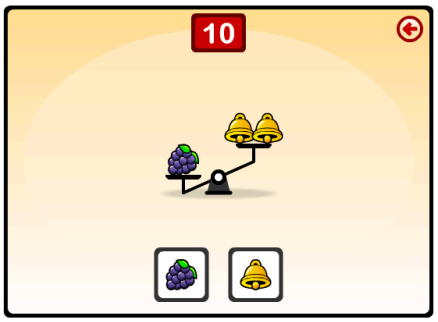
25-26 Marzo 2014 — 2 *(Uso del registratore)*

IL GIOCO
Poi siamo partiti con la fase ludica.
Mentre nel gioco on line le proposte sono mescolate per difficoltà, lavorando off line c'è la possibilità di graduare l'attività, oltre che di scegliere il materiale più adatto per i propri alunni. Noi abbiamo iniziato dalle più semplici.
Il "nostro" gioco ha poche regole:

- *bisogna osservare la posizione della bilancia o delle bilance,*
- *si nomina l'elemento più pesante,*[2]
- *si argomenta la risposta, spiegando perché si è arrivati alla scelta.*

Si ottiene 1 punto se la risposta è corretta e l'argomentazione (inerente l'immagine) soddisfa una giuria di compagni e l'insegnante.
Abbiamo iniziato con un giro di prove individuali, in cui prendere le misure con il lavoro e soprattutto con l'argomentazione.

MICROSITUAZIONE 1



2. Gigi: Pesa di più l'uva, perché ha i grappoli.
3. Roberta: Pesa di più la campanella perché l'uva è più leggera e non è… un oggetto e la campanella è un oggetto ed è più grande dell'uva.
4. Jack: Pesa di più la campana perché è fatta di metallo ed è più grande!
5. Altea: La campana pesa di più perché la bilancia mostra che l'uva è in alto e la cosa che è in alto pesa di meno allora la campana è giù e pesa di più.
6. Max: Anche secondo me pesa di più la campana, perché il metallo pesa tanto e anche si arrugginisce tanto.[3]

MICRO SITUAZIONE 2

[2] *Non essendo io esperta in materia e non conoscendo il gioco trovato sul web, non è stato immediato capire quale era il compito richiesto. Alla fine ho capito quale era la causa della la mia difficoltà: si trattava della mancata esplicitazione linguistica dell'ambito in cui dovevo operare la scelta dell'elemento più pesante. Non dovevo scegliere tra gli elementi in bilancia, ma tra i due elementi incorniciati in basso nell'immagine. La regola, quindi, era: "si nomina l'elemento più pesante, individuandolo tra i due posti in basso". L'ho capito dopo, quando l'insegnante (13) rende esplicita l'opzione di scelta. La mia sembrerebbe una questione di lana caprina, in realtà mi serve per ribadire il principio di esplicitazione linguistica di tutti i passaggi logico-cognitivi, che deve essere, a mio parere, la regola comunicativa dell'insegnante e l'obiettivo da raggiungere con gli alunni.*

[3] *Nei primi interventi la realtà oggettiva influenza molto il pensiero dei bambini, che non riescono a cogliere i disegni come simboli.*



7. Luca: Pesa di più il limone perché la bilancia mostra che il limone è in basso e le due campane sono in alto e quello che è in alto pesa di meno.
8. Jack: Il limone sta…il limone è più pesante perché è in basso e le campane sono in alto.
9. *Dopo un po', ho proposto il gioco a squadre: due squadre di 2 bambini ciascuna (indicati i parentesi con A e B) si fronteggiano, pensano e per un certo tempo confabulano insieme sul da farsi; poi segnalano che sono pronti.*
10. *Una alla volta le coppie rispondono, argomentando la scelta.*
11. *La seconda coppia (B) deve iniziare dicendo se è d'accordo o meno con la risposta dell'altra squadra.* [4]

MICROSITUAZIONE 3



12. Giulio (A): Per me… per me i limoni… il limone e la campana sono…
13. I: Occhio che qui bisogna scegliere solo uno dei due simboli disegnati qui sotto.
14. Giulio (A): Il limone pesa di più dei due limoni, perché la bilancia mostra che il limone è in basso.[5]

---

[4] *Questa richiesta sembra banale, ma non lo è per niente. Spesso i bambini dicono "Sono d'accordo" perché hanno scelto lo stesso elemento come il più pesante, ma l'argomentazione è completamente diversa. Non è facile ascoltare gli altri... Certo. Esprimere se si è o meno d'accordo significa organizzare una valutazione, e ci si trova quindi ad un livello metacognitivo. Dire, in quanto si è fatta la stessa scelta, solo che si è d'accordo, significa 'semplicemente' operare un confronto sui prodotti del pensiero, mentre i due processi mentali potrebbero essere completamente diversi. La strategia che propongo è di chiedere non tanto 'Perché siete d'accordo' ma 'Come avete fatto a capire che siete d'accordo'. Su questo aspetto mi sono soffermato anche nel mio recente intervento al convegno nazionale del GISCEL. Concordo pienamente.*

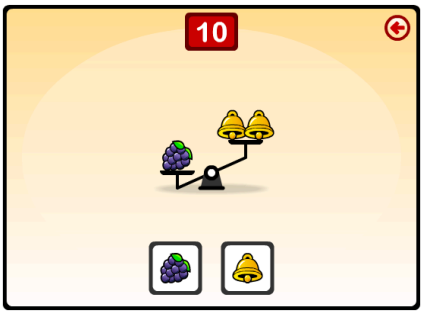
[5] *Qui i limoni sono tre e ciò crea parecchia confusione. Giulio mostra di guardare ora tutta la situazione, ora solo una parte di essa. Questa oscillazione tra visione locale e visione complessiva non gli permette di portare a buon fine il suo ragionamento. Formulo un'ipotesi di lavoro che ha bisogno di essere verificata, data l'età degli alunni (mi sentirei però ottimista, anche ricordando un lavoro analogo fatto con alunni grandi della scuola dell'infanzia). Il confronto verrebbe favorito se l'alunno sapesse, sulla base di esperienze concrete, che se toglie lo stesso peso da entrambi i piatti (in questo caso due limoni) la bilancia rimane in equilibrio. Il confronto si ridurrebbe a due soli oggetti, un limone e una campana, e risulterebbe decisamente più semplice. Allora la proposta è: perché non pensare di avviare a questa competenza utilizzando una bilancia vera e oggetti altrettanto veri? Naturalmente bisognerebbe cominciare con una bilancia in equilibrio, per poi passare ad una non più in equilibrio. Di fatto, propongo di introdurre (a livello di balbettio algebrico) quello che nell'Unità 6 (Dalla bilancia a piatti all'equazione') chiamiamo 'primo principio della bilancia', propedeutico al successivo 'principio di equivalenza'.*

15. Grazia (A): Voglio aggiungere una cosa. Se noi abbiamo tolto il limone, le due bilance sono uguali;[6] allora abbiamo messo il limone e allora come ha detto Giulio abbiamo aggiunto il limone e allora pesa di più.

[6] *Grazia fa un'ipotesi che nel suo pensiero diviene certezza. Nessuno (neppure l'insegnante, ahimé) ha avuto la prontezza di fermarla e di provare a ragionare sui diversi casi possibili. Treno perso! L'attività è ricchissima di implicazioni generali, anche di tipo metodologico. Per esempio: mi è difficile capire cosa voglia dire Grazia (15), e penso che lo sia anche per l'insegnante e i compagni. Propenderei quindi verso un potenziamento delle argomentazioni scritte sulle quali poter riflettere con maggiore calma, anche collettivamente, dopo averle ricopiate alla lavagna o sulla LIM. In questo modo, Grazia e i compagni potrebbero capire che l'espressione "Se noi abbiamo tolto il limone" è generica perché i limoni sono tre. Quindi Grazia dovrebbe specificare quale dei tre toglie. Chiarendo questo aspetto, emergerebbero altri aspetti oscuri dell'intervento di Grazia: "Allora abbiamo messo il limone": quale limone? Penso che, allargando la prospettiva aperta dalle due Elene (Tavarado e Marangoni) sarebbe interessante progettare un'attività inter-gruppi ArAl su questo aspetto, anche a tempi lunghi. concentrandoci sulle attività con la bilancia, propedeutiche all'approccio alle equazioni e alle disequazioni.*

16. Viola (B): Secondo me non hanno spiegato bene, perché la storia racconta[7] che sopra ci sono [8]due limoni e sotto c'è un limone e una campana. Vuol dire che, se i due limoni sono sopra, vuol dire che un limone pesa di meno di una campana.
17. Domenico (B): Secondo me non sono giuste le risposte di Giulio e di Grazia.
18. I: Ma sei d'accordo con Viola oppure no?
19. Domenico (B): No, perché ci vuole un limone e una campana per far andare giù il piatto e i due limoni sono più leggeri e quindi se togli la campana il piatto di sinistra va su, perché due limoni sono più pesanti di un limone.
20. Chicca (*dal posto*): Ma questo non c'entra…

MICROSITUAZIONE 4



21. Chiara (A): Pesa più il grappolo d'uva perché se togli una campana il grappolo d'uva va su e la campana va giù perché… perché sono insieme e pesa… sono… pesa più la campana dell'uva.
22. Anna (B): Per me pesa di più il grappolo d'uva però se togli una campana pesa comunque di più il grappolo d'uva, perché servono due campane per fare… uguale a quello, però comunque il grappolo d'uva va giù.[9]

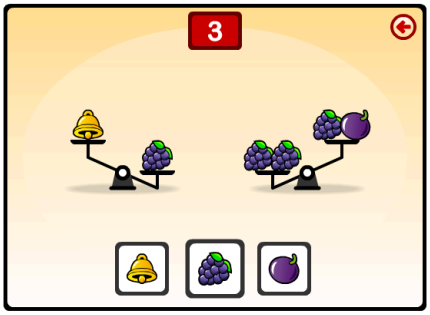
MICROSITUAZIONE 5

---

[7] *Bello il punto di vista della storia ...e della narrazione, strumento principe di costruzione e trasmissione del sapere dell'essere umano, e del bambino nel nostro caso.*

[8] *Avrei chiesto a Viola di spiegare meglio cosa intende per 'sopra' e 'sotto'. Evidentemente si riferisce al piatto della bilancia in alto (o in su) e al piatto in basso (o in giù), ma bisogna interpretare i termini per avere il significato corretto. È sempre bene invitare gli alunni a precisare il linguaggio, per favorire una interpretazione univoca del messaggio e quindi del ragionamento.*

[9] *Qui secondo me c'è l'interferenza di una situazione affrontata in un giorno precedente, in cui la bilancia era in equilibrio con elementi analoghi. Qui sarebbe stato interessante mettere a confronto le affermazioni di Chiara (21) e Anna (22) che esprimono due ipotesi contrapposte: per Chiara una campana è comunque più pesante del grappolo ("il grappolo d'uva va su e la campana va giù"), per Anna invece "pesa comunque più il grappolo d'uva". Naturalmente questa differenza si coglie leggendo il diario, nella realtà è facile che sfugga. In ogni caso, si affina l'attenzione dell'autore del diario, dei commentatori e dei lettori, e la metodologia delle trascrizioni pluricommentate conferma la sua valenza formativa. Concordo pienamente e aggiungo che mediante la trascrizione ci si può rendere conto anche di un'altra imprecisione linguistica che nella realtà della lezione è sfuggita: ciò che va su o giù non sono il grappolo d'uva e le campane ma i piatti della bilancia su cui sono posti, mentre grappolo e campana possono solo pesare di più o di meno. Sarebbe stato bene invitare Anna e Chiara a precisare, come ha fatto, invece, autonomamente Domenico (25).*



23. Domenico: Io sono d'accordo sulla bilancia a sinistra.[10]
24. I.: Ma non devi essere d'accordo, devi scegliere uno dei tre elementi, per dire qual è il più pesante.
25. Domenico (A): È più pesante il grappolo d'uva invece della campana, perché il piatto del grappolo d'uva è più in basso del piatto della campana.
26. I: E puoi dire qualcosa sull'altra bilancia?
27. Domenico (A): Sì. Vincono i due grappoli d'uva contro un grappolo e un... un…
28. I: … una prugna, sembra…
29. Domenico (A): … e una prugna, perché i due grappoli d'uva sono più pesanti di un grappolo e una prugna. Allora l'uva pesa più della prugna.
30. Alice (B): Sono d'accordo[11].

MICROSITUAZIONE 6



31. Alessandro (A): Pesano uguali perché per fare il peso di una campana c'è bisogno di due limoni e una prugna[12].
32. I: E quindi, tra i tre elementi sotto, chi vince?
33. Alessandro (A): Nessuno.
34. Chicca (A): Anche per me è così, perché è sempre così… perché sono uguali.

---

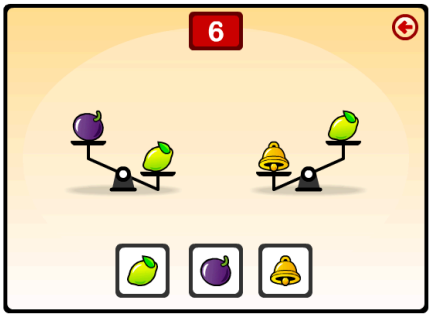
[10] Forse Domenico era d'accordo con la bilancia di sinistra nel dire che l'uva era l'elemento più pesante di tutti, dopo aver esaminato anche l'altra bilancia? Potrebbe essere così, ma sul momento mi sembrava che osservasse solo una delle due bilance. La situazione è indubbiamente molto articolata anche per un adulto. Riassumo il ragionamento: (i) dalla bilancia a sinistra desumo che il grappolo pesa più di una campana; (ii) da quella di destra che il grappolo pesa più della prugna; (iii) concludo che il grappolo è il più pesante e che non posso sapere quale pesi di più fra la campana e la prugna. Inserisco qui un dubbio: l'uso delle stesse icone in tutte le esperienze potrebbe indurre l'idea che, per esempio, la campana pesi sempre più della prugna, indipendentemente dalla situazione nella quale essa viene inserita? Questo potrebbe verificarsi soprattutto con quegli alunni che pensano che la matematica sia fatta di 'furbate'.

[11] Si sarebbe potuto chiedere se sia possibile capire chi pesa di più fra la campana e la prugna?

[12] Suggerisco di stimolare gli alunni ad inserire i soggetti nelle loro argomentazioni; in (31), per esempio: "I piatti pesano uguali". Difficile qui condurre a precisare bene. Di fatto neanche i piatti pesano di per se stessi, senza gli oggetti in questione. Comunque concordo molto sul fatto che l'esplicitazione del soggetto è un'operazione utilissima per lo sviluppo della competenza linguistica e del ragionamento che la sottende.

35. Grazia (B): Per me… sono quasi d'accordo, ma vince la campana perché se non c'era uno di quei tre[13], la campana è più pesante e allora va giù perché si vede che ha più peso. Allora per me vince la campana!

MICROSITUAZIONE 7



36. Domenico (A): Secondo me pesa di più il limone perché il piatto del limone è verso il basso e il piatto della prugna è verso l'alto...
37. Luca (A): … e dopo, per me, la seconda bilancia… il piatto più pesante è la campana perché il limone è più in alto.
38. I: Attenti, perché dovete decidere, guardando tutte e due le bilance, quale pesa di più, tra questi simboli *(e mostra alla LIM)*
39. Luca (A): Ah!!!
40. Domenico (A): Limone e campana [14]
41. I: Ah no, solo uno è il più pesante di tutti!
42. Anna (B): Mi sembra che sia la campana perché il limone va giù nella bilancia di sinistra, però nella bilancia che è a destra il limone va su. Vuol dire che pesa più la campana![15]

MICROSITUAZIONE 8



---

[13] *Credo che questa sia una conquista importante. Sì. Aggiungo che in futuro si potrebbe far esplicitare compiutamente la situazione di partenza: "il peso della campana è uguale a quello di due limoni più quello della prugna" o, in termini relazionali, "il peso della campana è la somma fra quello di due limoni e quello della prugna".*

[14] *Questa risposta dimostra una visione locale della situazione, probabilmente dovuta alla giovane età dei bambini. Oppure Domenico ha dato risposta fermando il suo processo di comprensione linguistica ad una parte della domanda dell'insegnante "guardando tutte e due le bilance, quale pesa di più". Ha considerato, comunque, che l'oggetto più pesante sta nella bilancia "Limone e campana". Questa mia lettura della risposta di Domenico è possibile solo leggendo il diario ed analizzando la formulazione della domanda dell'insegnante.*

[15] *Brava Anna! Qui c'è in ballo la relazione transitiva: se la campana è più pesante del limone, e il limone è più pesante della prugna, allora la campana è la più pesante e la prugna la più leggera (con alunni più grandi si può esplicitare la proprietà).*

43. Jack (A): La campana, perché se togliamo il limone (*indica il piatto di sinistra)* pesa di più la campana…[16]
44. Grazia (A): … e dopo anche abbiamo pensato perché ci sono tre limoni e… abbiamo un po' pensato… la campana, perché è l'unica che è in basso e pesa.
45. I: Sentiamo l'altra squadra…
46. Chicca (B): Per noi pesa più il limone, perché se adesso io tolgo un limone da là (*mostrando il piatto a sinistra*) e la campana dal limone (*indicando a destra*) pesano dopo tutti e due uguali e anche posso togliere uno… da… eh... (*ridendo*) [17]
47. I: Ci siamo un po' persi…
48. Chicca (B): Eh, sì.[18]

[16] *Mi rifaccio al commento della riga 31: in (43) sarebbe importante non lasciare sottinteso il predicato dopo il soggetto "La campana": "pesa di più". Penso che la conoscenza, di cui ho parlato nel commento alla riga 14, sul primo principio di equivalenza favorirebbe la riflessione degli alunni.*

[17] *Chicca sta lavorando sui principi della bilancia, ma il concetto sfugge… sembra controllarlo meglio nell'intervento successivo nella Microsituazione 9.*

[18] *La Microsituazione 8 e uguale alla 10 (è simmetrica). Gli alunni non se ne sono accorti. Nemmeno Viola, che (v. 16) aveva risolto chiaramente la Situazione 10. Mi viene da pensare ora che, in generale, le conclusioni delle situazioni dovrebbero essere esplicitate in futuro con maggiore chiarezza, altrimenti temo che per alcuni possano rimanere piuttosto opache. Sono d'accordo. Forse varrebbe anche la pena di esplicitarle in forma scritta, anche provvisoria, in modo da visualizzare tutti i progressi verso la conquista dei ragionamenti corretti.*

MICROSITUAZIONE 9



49. Chicca (A): Pesa più l'uva perché là hanno aggiunto una campana… dove ci sono il susino e la campana hanno aggiunto un'altra campana. Se adesso io tolgo quella campana sopra, dopo rimangono uguali se tolgo la campana vicino al grappolo d'uva; se dall'altra parte tolgo il susino, rimangono la campana e l'uva e l'uva pesa di più.[19]
50. Gigi (B): Per noi, invece, pesa di più la mora…[20]
51. I: Mostra un momento alla lavagna la mora…
52. *Indica l'uva.*
53. I: Bene, parlate della stessa cosa!
54. Gigi (B): Sì allora siamo d'accordo con loro.

[19] *Chicca conferma la realizzabilità dell'ipotesi di avvicinare gli alunni al primo principio di equivalenza. In un modo (non facilissimo da seguire) organizza il ragionamento come se lo conoscesse (mi fa pensare al Teorema in atto di Vergnaud). La parte importante del ragionamento, in cui enuncia a suo modo il primo principio, comincia da "Se adesso io tolgo": "Se adesso io tolgo la campana sopra [a destra] allora (il suo 'dopo'), se tolgo [anche] la campana vicino al grappolo, [i pesi nei due piatti] rimangono uguali". Conclude:se tolgo la susina (ma avrebbe potuto togliere anche la campana rimasta) la bilancia pende dalla parte del grappolo, che quindi pesa di più.*

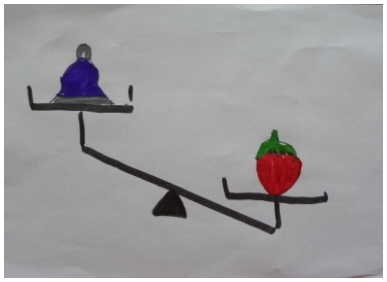
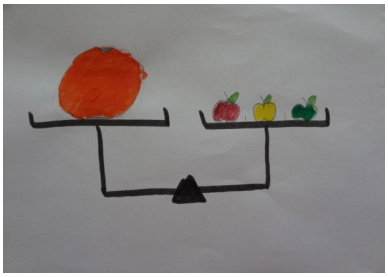
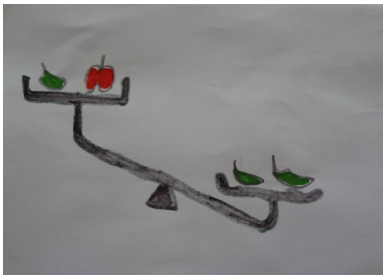
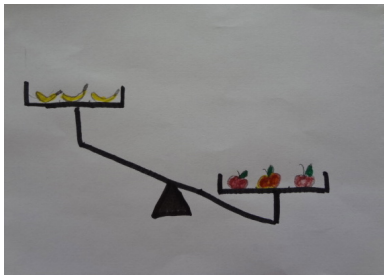
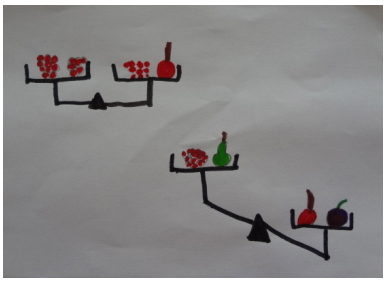
[20] *Evidentemente, per tenere a mente il proprio pensiero, non aveva ascoltato la compagna…*

AMPLIAMENTI

Ho proposto altre attività connesse allo stesso gioco:

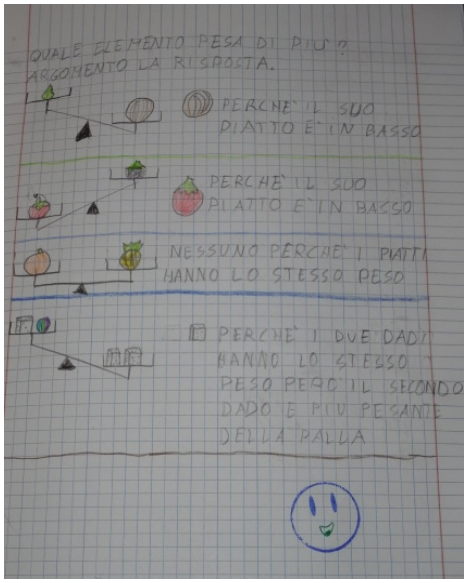
- *preparare altre immagini di bilance per arricchire la nostra "banca dei problemi";*
- *giocare con le bilance anche in forma numerica, sostituendo, in un'immagine esistente, un numero al posto di ogni simbolo;*
- *tradurre le bilance numeriche in una frase in linguaggio matematico (per Brioshi);*

Inventare altre situazioni per la "banca dei problemi" è un modo per impadronirsi della struttura, lasciando invariate alcune caratteristiche degli stimoli iniziali e inserendo elementi nuovi. Nella preparazione dei nuovi problemi si nota anche il diverso livello di padronanza della situazione da parte dei bambini, che hanno proposto quesiti assai variegati per difficoltà.[21]

Nella fase successiva i bambini lavorano a coppie sul quaderno, ricopiando di volta in volta una delle "cartoline" della banca dei problemi e fornendo una risposta argomentata al quesito.

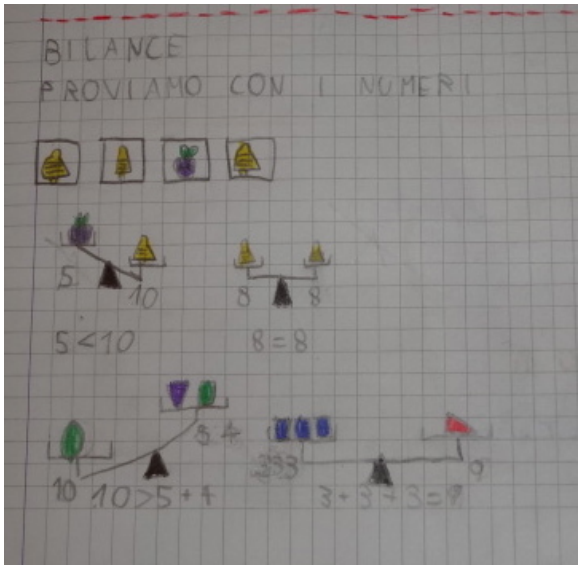
[21] *Per verificare la padronanza reale di quanto i bambini hanno preparato, bisognerebbe poi assegnare ad ogni autore la propria cartolina e controllare l'esito della risposta argomentata… Proverò.*





22

Il passaggio al linguaggio matematico è stato semplice per tutti, anche se non è "uscita" la struttura moltiplicativa nel caso della quarta bilancia…



Ci lavoreremo ancora, ovviamente.[23]

---

[22] *Dalle cancellature possiamo intuire alcuni ragionamenti e/o ripensamenti sul lavoro svolto. C'è una certa difficoltà di controllo della risposta e dell'argomentazione. Proporrei di stimolare il più possibile la completezza delle argomentazioni, non cominciando con 'Perché', 'Nessuno perché' o 'No'.*

[23] *L'attività ha destato molto interesse, tanto è vero che i bambini hanno chiesto di rifarla più volte; alcuni hanno voluto l'indirizzo del sito da cui ho tratto il materiale, per giocare a casa.*
La parte più difficile è stata per loro il fatto di escludere qualunque conoscenza precedente relativa al peso reale di un frutto rispetto a un altro, dovendosi concentrare solo sui simboli utilizzati, cioè su una situazione astratta. Molte argomentazioni riguardano materiali ed esperienze al di fuori dell'immagine. Forse un lavoro analogo con forme colorate o con lettere sarebbe più semplice.
Interessante il lavoro di squadra, nel quale bisogna confrontare le idee e convincere l'altro con la forza dell'argomentazione.

Trieste	*1*	*1*	***2***	*3*	*4*	*5*	*1*	*2*	*3*	

Gli ampliamenti si sono rivelati utili per ancorare l'attività al resto del nostro lavoro e per sfruttarne l'onda lunga per lo sviluppo di alcuni nodi dell'early algebra (uguaglianza, disuguaglianza, somma, prodotto, traduzioni, lettura relazionale…).

Concordo con tutte le affermazioni conclusive dell'insegnante. Sono convinto che attorno a queste attività si possa costruire un progetto di lavoro di grande interesse sia sul piano matematico che su quello linguistico, puntando in modo 'importante' sulla produzione scritta delle argomentazioni.

Ecco, appunto. Vedo, senza prima averla letta, che questa nota di Navarra, pone l'accento sulla produzione scritta che, anche se derivata da formulazioni di gruppo, aiuta molto a 'vedere' i propri progressi e a verificarne l'efficacia argomentativa e definitoria.